



آزمون «۱۵ اردیبهشت ۱۴۰۲»

اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ گویی: ۱۵۵ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۱۱۰ سؤال

زنگنه سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اجباری	۵	۴۱-۴۵	۸'
اجباری	۵	۴۶-۵۰	۷'
اجباری	۲۰	۵۱-۷۰	۳۰'
اجباری	۲۰	۷۱-۹۰	۳۰'
اجباری	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۰'
اجباری	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
جمع کل	۱۱۰	۱-۱۱۰	۱۵۵'

پیداوندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-محسن بهرام پور-عادل حسینی-مهدی ملارمضانی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتقایی-علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-فرزانه خاکپاش-علی فتح آبادی-احمدرضا فلاح	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب-محسن بهرام پور-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-محمد صحت کار-احمدرضا فلاح	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	
خسرو ارغوانی-فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-مجتبی خلیل ارجمندی-بیبا خورشید-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-حمید زرین کفش-معصومه شریعت ناصری-مسعود قره خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-امیراحمد میرسعید-مصطفی وانقی-شادمان ویسی	فیزیک	
علی امینی-کامران جعفری-امیر حاتمیان-حمید ذبحی-پویا رستگاری-روزبه رضوانی-علی رفیعی-رسول عابدینی-زواره محمد عظیمیان-زواره-علیرضا کیانی-دوست-اکبر هنرمند	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدرضا اسلامی کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسین محمدزاده مقدم امیر حاتمیان
		ویراستار استناد: مهرداد ملونندی	ویراستار استناد: مهرداد ملونندی	ویراستار استناد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	میلاد سیاوشی-فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۴۴

۱- کدام یک طول یکی از نقاط بحرانی تابع $f(x) = \cos 3x + 3 \cos x - 7$ است؟

$$\frac{5\pi}{6} \quad (1) \qquad \frac{2\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{7\pi}{2} \quad (3) \qquad \frac{5\pi}{3} \quad (4)$$

۲- $x = -4$ طول یکی از اکسترم‌های نسبی نمودار تابع $f(x) = x^3 + mx^2 - 24x + 2$ است. عرض نقطه عطف این تابع کدام است؟

$$22 \quad (1) \qquad 24 \quad (2)$$

$$26 \quad (3) \qquad 28 \quad (4)$$

۳- اگر $f'(g(x)) = x^2 + x - 2$ و $g'(x) = 2x - 1$ باشد، طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که در آن تقعر نمودار تابع $f \circ g$ رو به پائین است،

کدام است؟

$$4 \quad (1) \qquad \frac{\sqrt{15}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{31}}{3} \quad (3) \qquad 6 \quad (4)$$

۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{1-x|x|}$ چند اکسترم نسبی دارد؟

$$1 \quad (2) \qquad \text{صفر} \quad (1)$$

$$3 \quad (4) \qquad 2 \quad (3)$$

۵- تابع $f(x) = x^2 - 6|x - 2|$ با دامنه $[-8, 4]$ ، چند اکسترم نسبی دارد که اکسترم مطلق نیز هست؟

$$4 \quad (1) \qquad 3 \quad (2)$$

$$2 \quad (3) \qquad 1 \quad (4)$$

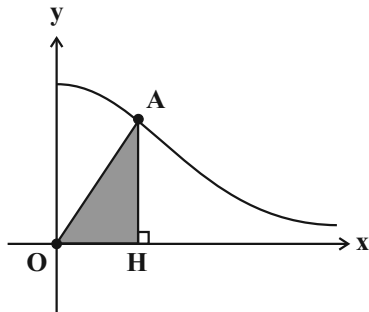
۶- تابع $f(x) = 2\sqrt{x+2} + k\sqrt{x-1}$ یکنوا است. حدود k کدام است؟

$$\mathbb{R} - (-1, 0) \quad (1) \qquad [-1, +\infty) \quad (2)$$

$$\mathbb{R} - (-2, 0) \quad (3) \qquad [-2, +\infty) \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۷- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}; x \geq 0$ را نشان می‌دهد. بیشترین مقدار مساحت مثلث قائم‌الزاویه AOH ، ($\widehat{H} = 90^\circ$)



کدام است؟

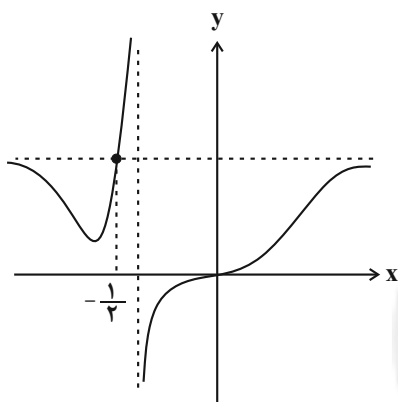
$$\frac{\sqrt{2}}{6} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{4}}{6} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{4}}{3} \quad (3)$$

۸- نمودار تابع $f(x) = \frac{(2a-1)x^2}{x^2 + ax + 1}$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار مینیمم نسبی نمودار تابع کدام است؟



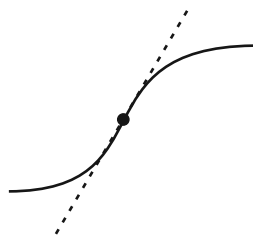
$$\frac{81}{59} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{81}{49} \quad (3)$$

$$\frac{5}{3} \quad (4)$$

۹- بخشی از نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax^2 - 10x & ; x < 2 \\ bx^2 + 18x - 32 & ; x \geq 2 \end{cases}$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار b کدام می‌تواند باشد؟



$$3 \quad (1)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$-6 \quad (4)$$

۱۰- دو خط $y + 4x = 3$ و $y + 4x = 19$ در نقاط A و B بر نمودار تابع $f(x) = \frac{3ax - 2}{x + a^2 - 3}$ مماس هستند. طول پاره‌خط AB چند

برابر $\sqrt{17}$ است؟

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{26}{17} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{16}{17} \quad (1)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: ریاضی ۱: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶ و ۶۹ تا ۹۳ / حسابان ۱: صفحه‌های ۷ تا ۳۶ و ۹۱ تا ۱۵۱

۱۱- α و β جواب‌های حقیقی معادله $(k+1)x^2 - x = 2k+1$ هستند. اگر $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = 1$ باشد، مقدار k کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $-(2+\sqrt{2})$ (۲) $-1+\sqrt{2}$
 (۳) $-2+2\sqrt{2}$ (۴) $-(1+2\sqrt{2})$

۱۲- در سهمی $y = x^2 - mx + 2m$ عرض رأس از مربع طول آن بیشتر است. مجموع مقادیر صحیح m کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵
 (۳) ۶ (۴) ۷

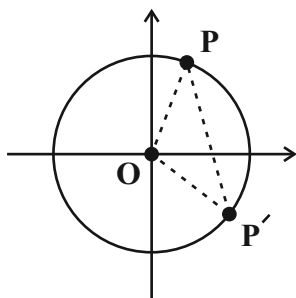
۱۳- نقاط $A(3,2)$ ، $B(0,5)$ ، $C(-8,-1)$ و $D(-1,-1)$ رأس‌های چهارضلعی $ABCD$ هستند. مساحت این چهارضلعی کدام

است؟

- (۱) $31/5$ (۲) ۳۰
 (۳) $28/5$ (۴) ۳۳

۱۴- نمودارهای دو تابع $y = 2x - \frac{3}{x}$ و $y = \sqrt{x+1} + 3$ دو نقطه مشترک دارند. عرض یکی از این نقاط کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{5+\sqrt{5}}{2}$
 (۳) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (۴) $\frac{9}{2}$

۱۵- در دایره مثلثاتی شکل زیر طول نقطه P و عرض نقطه P' ، به ترتیب $\frac{1}{3}$ و $-\frac{2}{3}$ است. مساحت مثلث POP' کدام است؟

(O مرکز دایره است.)

- (۱) $\frac{\sqrt{10}-1}{9}$ (۲) $\frac{4\sqrt{2}+\sqrt{5}}{18}$
 (۳) $\frac{\sqrt{10}+1}{9}$ (۴) $\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{5}}{18}$

محل انجام محاسبات

۱۶- اگر $\tan \theta = \sqrt{5a^2 + 3}$ و $\cos \theta = \frac{1}{a-2}$ باشد، مقدار عبارت $A = 5 \sin\left(\frac{7\pi - 2\theta}{2}\right) + \cos(\theta - 7\pi) + 3 \cos\left(\frac{3\pi + 2\theta}{2}\right)$ کدام می تواند باشد؟

(۲) $2(1 - \sqrt{2})$

(۱) $3(1 - \sqrt{3})$

(۴) $2(1 + \sqrt{2})$

(۳) $3(1 + \sqrt{3})$

۱۷- اگر $\sin(\alpha + \beta) = 2 \sin(\alpha - \beta)$ و $\tan(\alpha + \beta) = 3 \tan(\alpha - \beta)$ ، مقدار $\tan^2 \alpha - \tan^2 \beta$ کدام است؟

(۲) $\frac{3}{5}$

(۱) $\frac{4}{15}$

(۴) $\frac{8}{15}$

(۳) $\frac{2}{3}$

۱۸- تابع $f(x) = \frac{\sqrt{5-x^2} - 2m}{x-1}$ در پنج نقطه با طول صحیح حد دارد. حاصل $\lim_{x \rightarrow m} f(x)$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) -۲

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

۱۹- اگر $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^n - x} + \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x^2 - x}} = 4$ باشد، مقدار n کدام است؟

(۲) ۵

(۱) ۱۰

(۴) ۱۷

(۳) ۲۶

۲۰- تابع $f(x) = \frac{x-1}{[x^2]+1}$ روی بازه $(0, m)$ پیوسته است. حداکثر مقدار m کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲) $\sqrt{2}$

(۱) ۱

(۴) ۲

(۳) $\sqrt{3}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴

۲۱- اگر $A = (2, 1, 1)$ ، $B = (3, 1, 2)$ و $C = (2, 3, 1)$ سه رأس مثلث ABC باشند، کسینوس زاویه B در این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

۲۲- اگر $\vec{a} = (-1, m, 3)$ ، $\vec{b} = (0, 1, -1)$ و $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{3}$ باشد، آن‌گاه مقادیر m کدام است؟

- (۱) ۲ و ۴ (۲) ۲ و -۴ (۳) -۲ و ۴ (۴) -۲ و -۴

۲۳- اگر $A = (-1, 2, 0)$ ، $B = (1, 0, -1)$ و $C = (0, -1, 1)$ سه رأس مثلث ABC باشند، مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (۳) ۵ (۴) $5\sqrt{2}$

۲۴- اگر \vec{i} ، \vec{j} و \vec{k} بردارهای یک‌محوره‌ای مختصات باشند، حاصل عبارت $(\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{i})) + \vec{j} \cdot (\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{j})) + \vec{k} \cdot (\vec{j} \times (\vec{j} \times \vec{k}))$ کدام است؟

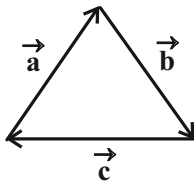
- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۲۵- اگر $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$ ، $|\vec{a} - \vec{b}| = 8$ و دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ هم‌اندازه باشند، مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده توسط بردارهای \vec{a}

و \vec{b} کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{7}$ (۲) $14\sqrt{2}$ (۳) ۱۶ (۴) $16\sqrt{2}$

۲۶- سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} در شکل زیر هر کدام به طول ۳ مفروض‌اند. حاصل عبارت $\vec{c} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{c} + 2\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b}$ کدام است؟



- (۱) ۹
(۲) $9\sqrt{3}$
(۳) -۹
(۴) $-9\sqrt{3}$

۲۷- سه بردار $\vec{a} = (1, 2, 1)$ ، $\vec{b} = (1, -1, 3)$ و $\vec{c} = (m, 0, n)$ طوری مفروض‌اند که بردار \vec{c} در صفحه‌گذرنده از دو بردار \vec{a} و

\vec{b} قرار دارد. مقدار $\frac{m}{n}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) -۲

۲۸- برای دو بردار \vec{a} و \vec{b} ، اگر $\vec{a} + \vec{b} = (2, 3, 1)$ و $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{35}$ باشد، حاصل $|\vec{a} + \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b}|$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) $3\sqrt{6}$

۲۹- اگر اندازه بردارهای \vec{a} و \vec{b} به ترتیب ۲ و $\sqrt{2}$ و زاویه بین آن‌ها برابر 45° باشد، آن‌گاه اندازه بردار $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{b})$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

۳۰- اگر $|\vec{a}| = 3$ ، $|\vec{b}| = 4$ و اندازه تصویر قائم بردار \vec{b} روی بردار \vec{a} برابر ۲ باشد، آن‌گاه مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی

دو بردار $2\vec{a} + 3\vec{b}$ و $3\vec{a} - 2\vec{b}$ ، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۳۹ (۳) ۵۲ (۴) ۷۸

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: ترکیبات (شمارش): صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴

۳۱- چند تابع f از مجموعه $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ به مجموعه $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ با شرط $f(a_j) = b_i$ ، $\exists a_j \in A$ ، $\forall b_i \in B$ وجود دارد؟

۱۵۰ (۱) ۵۴۰ (۲) ۶۲۸ (۳) ۷۳۴ (۴)

۳۲- از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند تابع یک به یک می‌توان نوشت به طوری که $f(1) = 1$ و $f(2) \neq 2$ باشد؟

۱۸ (۱) ۳۶ (۲) ۷۲ (۳) ۱۴۴ (۴)

۳۳- در منطقه‌ای ۴ روستا وجود دارد. به چند طریق می‌توان بین آن‌ها جاده‌هایی ساخت که دقیقاً یک روستا تنها بماند؟

۳۲ (۱) ۱۶ (۲) ۲۸ (۳) ۴۳ (۴)

۳۴- چند عدد چهاررقمی با ارقام متمایز وجود دارد که ۱ رقم یکان نباشد، ۲ رقم دهگان نباشد و ۳ رقم صدگان نباشد؟

۶۵۶ (۱) ۳۱۹۲ (۲) ۳۰۲۴ (۳) ۳۳۳۳ (۴)

۳۵- در جشنواره فیلم فجر، ۵ داور a, b, c, d, e به چند حالت می‌توانند ۴ فیلم $1, 2, 3, 4$ را که به آن‌ها داده شده است داوری کنند به

گونه‌ای که هر داور حداکثر یک فیلم را داوری کند و فیلم ۱ را داور a و فیلم ۲ را داور c داوری نکنند؟

۷۲ (۱) ۷۶ (۲) ۷۸ (۳) ۸۵ (۴)

۳۶- در مجموعه اعداد طبیعی نابیشتر از ۱۴۰۰، چند عدد وجود دارد که مضرب ۷ باشد ولی نه مضرب ۲ باشد و نه مضرب ۵؟

۱۹۰ (۱) ۶۰ (۲) ۷۰ (۳) ۸۰ (۴)

۳۷- در یک مدرسه آموزش تنیس ۲۱ ورزشکار حضور دارند و در هر روز ۲ نفر با هم مسابقه تنیس می‌دهند. این مدرسه حداقل چند روز

باید تشکیل شود تا مطمئن باشیم در میان ورزشکارها حداقل ۲ نفر وجود دارند که حداقل ۲ بار با هم مسابقه داده‌اند؟

۲۱۰ (۱) ۲۱۱ (۲) ۱۹۰ (۳) ۱۹۱ (۴)

۳۸- حداقل چند عدد از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 35\}$ باید انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم مجموع حداقل دو عدد در میان آن‌ها برابر ۳۱ است؟

۲۱ (۱) ۲۰ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴)

۳۹- اگر از مجموعه اعداد طبیعی $A = \{1, 2, \dots, n\}$ ، هر زیر مجموعه ۲۸ عضوی را به تصادف انتخاب کنیم، اطمینان داریم که

حداقل دو عدد متوالی انتخاب شده‌اند. بیشترین مقدار n کدام است؟

۱۵۲ (۱) ۱۵۳ (۲) ۱۵۶ (۳) ۱۵۷ (۴)

۴۰- یک دستگاه یکی از ارقام ۱ تا ۵، یکی از حروف a, b, c, d و یکی از نمادهای $+$ ، $-$ و \times را انتخاب کرده و به طور تصادفی در کنار

یکدیگر قرار داده و یک کد شامل ۳ کاراکتر تولید می‌کند. اگر هر فرد برای ورود به یک سالن از این دستگاه یک کد دریافت کند،

آنگاه حداقل تعداد حاضرین در سالن چقدر باشد تا مطمئن باشیم حداقل ۳ نفر کد یکسان دارند؟

۱۲۱ (۱) ۳۶۱ (۲) ۷۲۱ (۳) ۱۰۸۱ (۴)

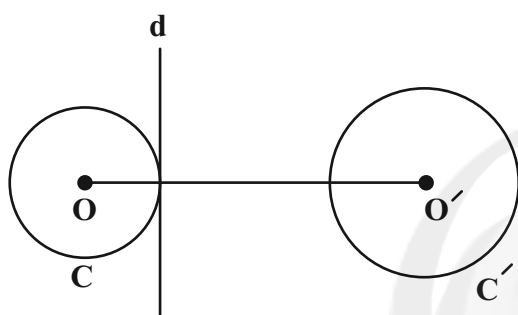
وقت پیشنهادی: ۸ دقیقه

هندسه ۲: کل کتاب: صفحه‌های ۹ تا ۷۶

۴۱- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، $AB = AC = ۵$ و $BC = ۶$ است. کم‌ترین فاصله رأس B از نقاط واقع بر دایره محاطی داخلی این مثلث کدام است؟

(۱) $\frac{۳}{۲}$ (۲) $\frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{۲}$ (۳) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$ (۴) $\frac{۳(\sqrt{۵}-۱)}{۲}$

۴۲- در شکل زیر طول مماس مشترک داخلی دو دایره $C(O, ۳)$ و $C'(O', ۵)$ برابر ۱۵ است. دایره C را نسبت به خطی که عمود بر خط‌المركزین دو دایره و مماس بر C است، بازتاب می‌دهیم تا دایره C'' حاصل شود. طول مماس مشترک خارجی دو دایره C'

و C'' کدام است؟

(۱) $\sqrt{۵۷}$

(۲) ۱۰

(۳) $۳\sqrt{۱۳}$

(۴) ۱۱

۴۳- در چهار ضلعی $ABCD$ ، نقاط M, N, P, Q به ترتیب وسط اضلاع AB, BC, CD, AD هستند. اگر O محل تلاقی قطرهای چهارضلعی $ABCD$ باشد، در این صورت همواره:

(۱) MN دوران یافته QP به مرکز O و زاویه ۱۸۰° است. (۲) MN انتقال یافته QP با بردار $\frac{\overrightarrow{DB}}{۲}$ است.

(۳) MN مجانس معکوس QP به مرکز O است. (۴) هر سه مورد درست است.

۴۴- دوزنقه متساوی‌الساقین $ABCD$ به طول قاعده‌های $AB = ۶$ و $CD = ۹$ و مساحت ۳۰ مفروض است. فاصله بین مراکز تجانس‌های مستقیم و معکوس که قاعده کوچک این دوزنقه را بر قاعده بزرگ آن تصویر می‌کنند، کدام است؟

(۱) $\frac{۸}{۴}$ (۲) $\frac{۸}{۸}$ (۳) $\frac{۹}{۲}$ (۴) $\frac{۹}{۶}$

۴۵- در یک مثلث متساوی‌الساقین طول هر ساق ۶ واحد و طول میانه وارد بر قاعده ۵ واحد است. طول میانه وارد بر ساق کدام است؟

(۱) $\sqrt{۳۱}$ (۲) $۴\sqrt{۲}$ (۳) $\sqrt{۳۳}$ (۴) $\sqrt{۳۵}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۷ دقیقه

آمار و احتمال: آمار توصیفی + آمار استنباطی: صفحه‌های ۷۳ تا ۱۲۷

۴۶- اگر میانگین وزنی داده‌های جدول زیر برابر $17/5$ باشد، میانگین این داده‌ها کدام است؟

داده	$\frac{1}{2}x - 4$	$x - 1$	$x + 2$	$2x$
فراوانی	۲	۲	۳	۱

$$18/5 \quad (2)$$

$$17 \quad (1)$$

$$20 \quad (4)$$

$$19/5 \quad (3)$$

۴۷- اگر ضریب تغییرات داده‌های x_i ($1 \leq i \leq n$)، ۴ برابر ضریب تغییرات داده‌های $u_i = 3x_i + 2$ ($1 \leq i \leq n$) باشد، آنگاه میانگین داده‌های u_i کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

۴۸- سه عدد دو رقمی متمایز دارای رقم یکسان هستند. بیشترین مقدار ممکن برای واریانس این سه عدد کدام است؟

$$\frac{3800}{3} \quad (2)$$

$$\frac{4000}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3200}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3400}{3} \quad (3)$$

۴۹- به ۶۰۰ دانش‌آموز یک مدرسه، شماره‌های ۱ تا ۶۰۰ اختصاص داده شده است. این دانش‌آموزان به چند طریق ممکن است به گروه‌های n نفری تقسیم شده باشند، به طوری که در نمونه‌گیری سامانمند از میان آن‌ها شماره‌های ۲۱ و ۹۳ انتخاب شده باشد؟ ($n > 6$)

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$7 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

۵۰- با انتخاب نمونه‌ای به اندازه n از جامعه‌ای با انحراف معیار ۴، فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به صورت $[11, 13]$ برآورده

شده است. اندازه نمونه انتخاب شده کدام است؟

$$36 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

$$144 \quad (4)$$

$$64 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: آشنایی با فیزیک اتمی / آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۵۶

۵۱- در کدام یک از گزینه‌های زیر، یکی از عوامل نارسایی مدل اتمی بور بیان شده است؟

(۱) عدم توضیح پایداری اتم (۲) چگونگی حرکت الکترون به دور هسته

(۳) متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی (۴) عدم توجه طیف گسیلی و جذبی اتم هیدروژن

۵۲- در اتم هیدروژن هنگامی که از مدارهای پایین‌تر به مدارهای بالاتر می‌رویم، انرژی ترازهای آن ... شعاع مدارهای آن ... می‌یابد و فاصله بین ترازهای انرژی ... فاصله بین مدارها ... می‌یابد.

(۱) همانند - افزایش - همانند - افزایش (۲) همانند - افزایش - برخلاف - کاهش

(۳) همانند - کاهش - همانند - کاهش (۴) برخلاف - کاهش - همانند - افزایش

۵۳- در اتم هیدروژن، اگر الکترون از سومین حالت برانگیخته به حالت پایه برود، انرژی فوتون گسیلی E و اگر از دومین حالت

برانگیخته به اولین حالت برانگیخته برود، انرژی فوتون گسیلی E' است. حاصل $\frac{E}{E'}$ کدام است؟(۱) $\frac{۳۲}{۲۷}$ (۲) $\frac{۲۷}{۳۲}$ (۳) $\frac{۴}{۲۷}$ (۴) $\frac{۲۷}{۴}$ ۵۴- در اتم هیدروژن، انرژی الکترونی که در مداری به شعاع r قرار دارد برابر با $-۳/۴ eV$ است. انرژی این الکترون در مداری بهشعاع $۴r$ چند الکترون‌ولت بیشتر از انرژی الکترون در مدار به شعاع r است؟ ($E_R = ۱۳/۶ eV$)(۱) $۶/۸$ (۲) $۰/۸۵$ (۳) $۱۳/۶$ (۴) $۲/۵۵$ ۵۵- در اتم هیدروژن، طول موج فوتون تابشی هنگام گذار الکترون از تراز $n=۲$ به تراز $n=۱$ تقریباً چند نانومتر است؟($hc = ۱۲۴۰ eV \cdot nm$, $E_R = ۱۳/۶ eV$)(۱) $۹/۱$ (۲) $۱۲۱/۵$ (۳) $۷۰/۵$ (۴) $۳۶۴/۷$

۵۶- براساس مدل اتمی بور، چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف) $\Delta E(۵ \rightarrow ۲) = \Delta E(۵ \rightarrow ۳) - \Delta E(۳ \rightarrow ۲)$ ب) $\Delta E(۴ \rightarrow ۲) = \Delta E(۴ \rightarrow ۱) + \Delta E(۲ \rightarrow ۱)$ پ) $\Delta E(۵ \rightarrow ۳) = \Delta E(۵ \rightarrow ۱) - \Delta E(۳ \rightarrow ۱)$ ت) $\Delta E(۶ \rightarrow ۳) = \Delta E(۶ \rightarrow ۴) + \Delta E(۴ \rightarrow ۳)$

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

۵۷- الکترونی در اتم هیدروژن از تراز $n=3$ به تراز $n'=2$ می‌رود. کدام گزینه در مورد فوتون ناشی از این گذار صحیح

است؟ ($E_R = 13/6 eV$)

(۱) انرژی فوتون گسیل شده $\frac{17}{9} eV$ است.

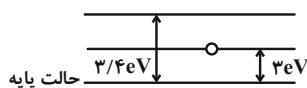
(۲) انرژی فوتون گسیل شده $\frac{17}{30} eV$ است.

(۳) انرژی فوتون جذب شده $\frac{17}{9} eV$ است.

(۴) انرژی فوتون جذب شده $\frac{17}{30} eV$ است.

۵۸- مطابق شکل زیر، الکترونی در حالت برانگیخته قرار دارد و فوتونی به آن تابیده می‌شود. به ترتیب از راست به چپ انرژی این

فوتون چند الکترون‌ولت باشد تا گسیل القایی رخ دهد و چه تعداد فوتون در اثر این گسیل القایی حاصل می‌شود؟



(۲) ۰، ۴

(۱) ۲، ۳

(۴) ۱، ۰، ۴

(۳) ۱، ۳

۵۹- ویژگی‌های هسته اتم با تعداد... و خواص شیمیایی هر اتم با تعداد... تعیین می‌شود.

(۱) پروتون‌ها و نوترون‌ها - الکترون‌ها

(۲) پروتون‌ها و نوترون‌ها - پروتون‌ها

(۳) پروتون‌ها - پروتون‌ها و نوترون‌ها

(۴) الکترون‌ها - پروتون‌ها و نوترون‌ها

۶۰- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

(۱) نیروی هسته‌ای، کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.

(۲) یک اتم هنگامی پایدار است که اندازه نیروی دافعه الکترواستاتیکی بین پروتون‌ها برابر با اندازه نیروی هسته‌ای باشد.

(۳) نیروی دافعه کولنی از نیروی گرانشی بین نوکلئون‌های هسته ضعیف‌تر است.

(۴) با افزایش عدد اتمی معمولاً عدد نوترونی هم افزایش می‌یابد.

۶۱- در شکل نمودار تغییرات Z بر حسب N نشان داده شده است. خطی که بر $Z = N$ عمود است، نقاطی از نمودار را قطع می‌کند.

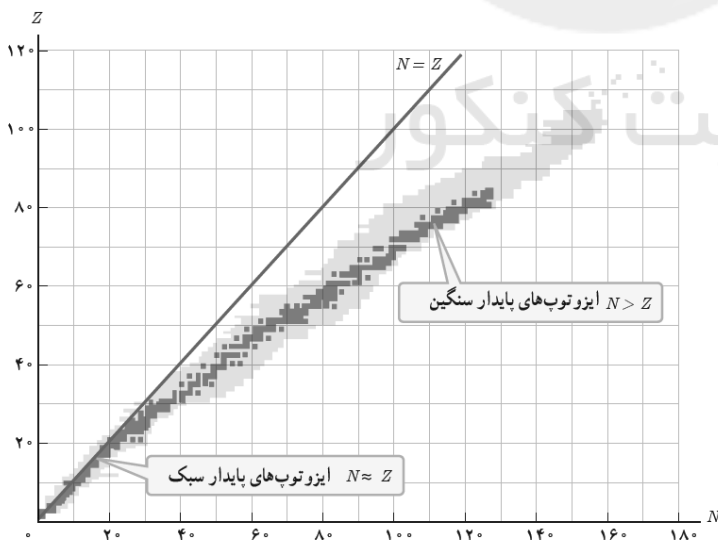
نقاط قطع شده چه ویژگی مشخصی دارند؟

(۱) تعداد نوترون‌های برابر دارند.

(۲) تعداد پروتون‌های برابر دارند.

(۳) عدد جرمی برابر دارند.

(۴) ایزوتوپ یکدیگرند.



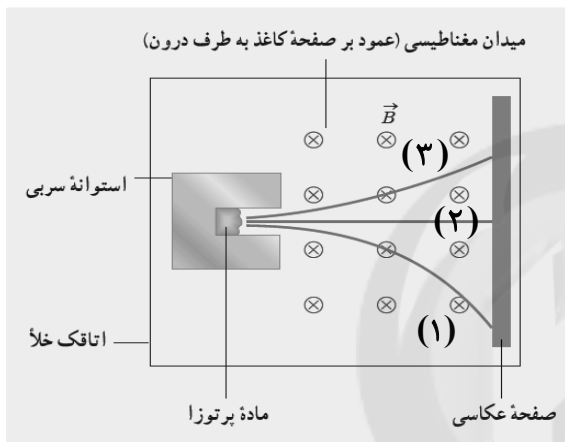
محل انجام محاسبات

۶۲- کدام عبارت در رابطه با واپاشی β^- درست است؟

- (۱) یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود.
- (۲) یکی از نوترون‌های درون هسته به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود.
- (۳) هسته از حالت برانگیخته به حالت پایه می‌رسد.
- (۴) ذره β^- از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است.

۶۳- شکل زیر طرح آزمایش ساده‌ای از پرتوزایی طبیعی (پرتوهای آلفا، بتای منفی و گاما) را نشان می‌دهد. چند مورد از عبارات‌های

زیر درست است؟



الف) میزان انحراف پرتو (۳) بیشتر از پرتو (۱) است.

ب) پرتو (۱) پرتو بتای منفی و پرتو (۲) پرتو گاما است.

پ) اگر عنصر پرتوزایی در اثر واپاشی، پرتو (۳) را تولید کند، عدد اتمی عنصر دختر، ۲ واحد کمتر از عدد اتمی عنصر مادر بوده و تعداد کل نوکلئون‌ها در واپاشی ۴ واحد کاهش می‌یابد.

ت) اگر عنصر پرتوزایی در اثر واپاشی، پرتو (۱) را تولید کند، عدد جرمی ثابت مانده، اما تعداد نوکلئون‌ها ۱ واحد افزایش

می‌یابد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۶۴- اگر یک هسته پرتوزا، ۳ ذره آلفا و ۱ ذره پوزیترون گسیل نماید، به هسته ${}_{79}^{196}X$ تبدیل می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، هسته

اولیه چند نوترون و چند پروتون داشته است؟

۸۶ - ۱۲۳ (۴)

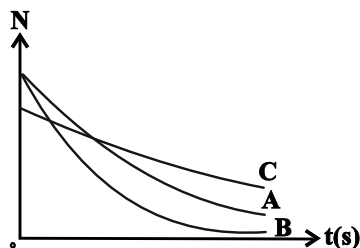
۸۵ - ۱۲۲ (۳)

۸۵ - ۱۲۳ (۲)

۸۶ - ۱۲۲ (۱)

۶۵- نمودار تغییرات هسته‌های پرتوزای فعال سه عنصر پرتوزای A، B و C بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد

مقایسه نیمه‌عمر این سه عنصر صحیح است؟



$t_C > t_B > t_A$ (۱)

$t_A > t_C > t_B$ (۲)

$t_A > t_B > t_C$ (۳)

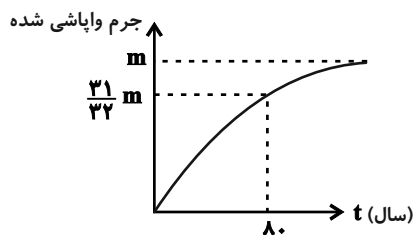
$t_C > t_A > t_B$ (۴)

محل انجام محاسبات

۶۶- پس از ۳۶ روز تنها ۶/۲۵ درصد از یک نمونه اولیه از ماده‌ای پرتوزا در ظرف باقی می‌ماند. اگر ۱۸ روز دیگر درون ظرف را بررسی کنیم، تقریباً چند درصد از ماده اولیه باقی‌مانده است؟

- (۱) ۳ (۲) ۱/۵ (۳) ۰/۷۵ (۴) ۲/۵

۶۷- نمودار جرم واپاشی شده یک عنصر پرتوزا بر حسب زمان به صورت زیر است. پس از گذشت چند سال $\frac{1}{16}$ جرم فعال اولیه از این



عنصر فعال می‌باشد؟

- (۱) ۶۴
(۲) ۲۴
(۳) ۳۲
(۴) ۱۶

۶۸- نیمه عمر عنصر A بیشتر از نیمه عمر عنصر B است. بعد از گذشت ۴ نیمه عمر برای هر دو عنصر، ... و بعد از گذشت ۴ سال، ... (به مقدار کافی از هر دو عنصر وجود دارد.)

- (۱) درصد باقی‌مانده عنصر A بیشتر است - درصد بیشتری از عنصر A واپاشی شده است.
(۲) درصد باقی‌مانده عنصر A بیشتر است - درصد بیشتری از عنصر B واپاشی شده است.
(۳) درصد باقی‌مانده هر دو عنصر برابر است - درصد بیشتری از عنصر A واپاشی شده است.
(۴) درصد باقی‌مانده هر دو عنصر برابر است - درصد بیشتری از عنصر B واپاشی شده است.

۶۹- به ترتیب از راست به چپ، در راکتورهای هسته‌ای، از موادی مانند ... به عنوان کندساز نوترون‌ها و از موادی مانند ... برای تنظیم آهنگ واکنش شکافت یعنی کنترل تعداد نوترون‌های موجود برای به وجود آوردن شکافت، استفاده می‌شود.

- (۱) کادمیم - بور
(۲) بور - آب سنگین
(۳) گرافیت - کادمیم
(۴) کادمیم - گرافیت

۷۰- در برهم کنش نوترون‌های کند و اورانیوم ۲۳۵، اگر جرم واکنش دهنده‌ها M_1 و جرم محصولات واکنش M_2 باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $M_1 > M_2$
(۲) $M_1 = M_2$
(۳) $M_1 < M_2$
(۴) $M_1 \leq M_2$

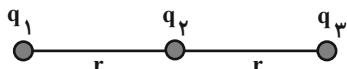
۷۱- تعداد 5×10^{14} الکترون به جسمی که بار آن $+q$ است، می‌دهیم. اگر در این حالت اندازه بار الکتریکی جسم $\frac{1}{4}$ مقدار اولیه و

نوع بار آن مخالف بار اولیه‌اش شود، اندازه بار q چند میکروکولن است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$)

- (۱) ۳۲ (۲) ۶۴ (۳) ۱۶ (۴) ۴۸

۷۲- در شکل زیر بار الکتریکی نقطه‌ای q_3 در حال تعادل قرار دارد. اگر ۵۰ درصد از بار q_1 را به بار q_2 منتقل کنیم، اندازه نیروی

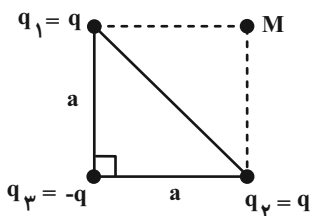
خالص وارد بر بار q_3 چند برابر اندازه نیروی بین دو بار q_2 و q_3 خواهد شد؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۷۳- سه بار نقطه‌ای هم‌اندازه در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین قرار دارد. اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه M

چند برابر اندازه میدان ناشی از بار q_1 در نقطه M است؟



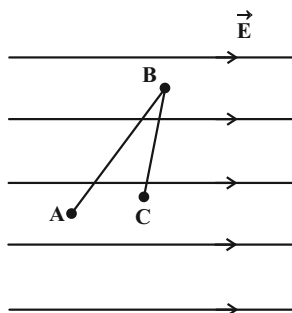
- (۱) $2\sqrt{2}-1$ (۲) $2\sqrt{2}-1$

- (۳) $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$ (۴) $2\sqrt{2}+1$

۷۴- در شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B یعنی $(V_A - V_B)$ به اندازه ۲۰ ولت بیشتر از اختلاف پتانسیل

الکتریکی بین دو نقطه B و C یعنی $(V_C - V_B)$ است. انرژی پتانسیل الکتریکی بار $q = -5 \mu\text{C}$ در حرکت از نقطه A تا

نقطه C چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) ۰/۱ میلی‌ژول کاهش می‌یابد.

- (۲) ۰/۲۵ میلی‌ژول افزایش می‌یابد.

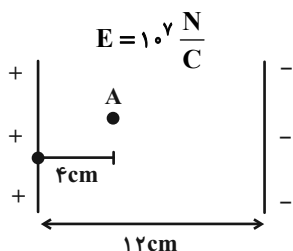
- (۳) ۰/۱ میلی‌ژول افزایش می‌یابد.

- (۴) ۰/۲۵ میلی‌ژول کاهش می‌یابد.

۷۵- در شکل زیر، ذره‌ای باردار به جرم 20 mg از نقطه A با تندی $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف صفحه منفی خازن پرتاب می‌شود. اگر تندی ذره در

لحظه برخورد به صفحه مثبت، $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، بار q بر حسب میکروکولن کدام است؟ (از نیروی وزن و نیروهای اتلافی صرف‌نظر

کنید.)



- (۱) -۵

- (۲) ۵

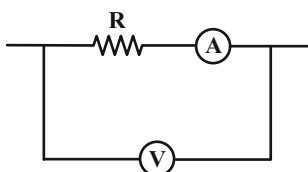
- (۳) ۲

- (۴) -۲

۷۶- دو سر خازن مسطحی که بین صفحات آن هوا قرار دارد، به یک باطری متصل است. اگر فاصله بین صفحات را نصف و آن را با شیشه‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\kappa = 2$ پر کنیم، انرژی و بار الکتریکی ذخیره شده در خازن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۱ و ۱ (۲) $\frac{1}{4}$ و ۴ (۳) ۴ و ۴ (۴) $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{4}$

۷۷- در شکل زیر، مقاومت آمپرسنج 1Ω ، مقاومت ولت‌سنج $10k\Omega$ و $R = 119\Omega$ می‌باشد. اگر آمپرسنج $0.2A$ را نشان دهد، در مدت ۱ دقیقه چه تعداد الکترون از ولت‌سنج عبور می‌کند؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)



- (۱) 3×10^{16}
(۲) 9×10^{16}
(۳) 3×10^{17}
(۴) 9×10^{17}

۷۸- مقاومت الکتریکی یک رسانا در دمای $2793K$ چند برابر مقاومت الکتریکی آن در دمای $293K$ است؟ ($\alpha = 4/5 \times 10^{-3} \frac{1}{K}$)

- (۱) ۱۱ (۲) $11/5$ (۳) ۱۲ (۴) $12/25$

۷۹- کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟

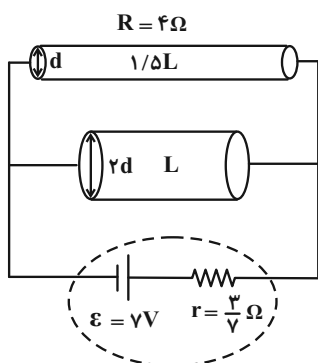
(۱) اغلب از دیودها به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما استفاده می‌شود.

(۲) در LEDها بسته به نوع نیم‌رسانای به کار رفته، رنگ نور گسیل شده می‌تواند از فروسرخ تا فرابنفش باشد.

(۳) دیود نور گسیل به دلیل نداشتن رشته، نور قابل ملاحظه‌ای تولید نمی‌کند.

(۴) از ترمیستور در تجهیزات گوناگونی از جمله چشم‌های الکترونیکی، دزدگیرها، کنترل کننده‌های خودکار و چراغ‌های روشنایی خیابان استفاده می‌شود.

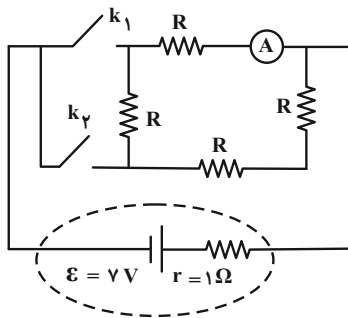
۸۰- دو استوانه رسانای هم‌جنس را مطابق شکل زیر در مدار قرار می‌دهیم. توان خروجی باتری در این حالت چند وات است؟ (دما



ثابت است و از مقاومت سایر قسمت‌های مدار صرف‌نظر کنید.)

- (۱) ۲۸
(۲) ۱۴
(۳) ۲۱
(۴) ۷

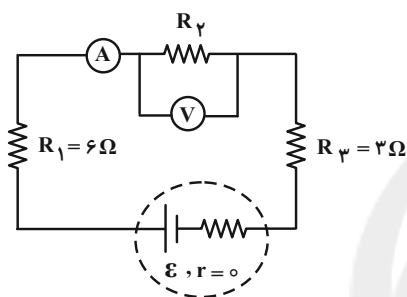
۸۱- در مدار زیر اگر هر دو کلید بسته باشند، آمپرسنج آرمانی $4A$ را نشان می‌دهد. اگر فقط کلید k_1 را باز کنیم، عددی که



آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد تقریباً چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ده درصد افزایش می‌یابد.
- (۲) ده درصد کاهش می‌یابد.
- (۳) نود درصد افزایش می‌یابد.
- (۴) نود درصد کاهش می‌یابد.

۸۲- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی عدد $4A$ و ولتسنج آرمانی $20V$ را نشان می‌دهد. به ترتیب از راست به چپ مقاومت معادل



مدار چند اهم و توان مصرفی مقاومت R_3 چند وات است؟

- (۱) $150, 14$
- (۲) $96, 9$
- (۳) $48, 14$
- (۴) $150, 9$

۸۳- چه تعداد از گزاره‌های زیر قطعاً نادرست است؟

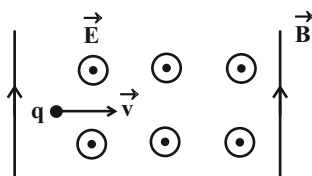
- (الف) تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد و قطب‌های مغناطیسی همواره به صورت زوج ظاهر می‌شوند.
- (ب) وجود هسته آهنی در سیملوله‌ها تأثیری در میدان مغناطیسی درون سیملوله حامل جریان ندارد.
- (پ) اتم مواد دیامغناطیسی به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند.

(ت) مواد پارامغناطیسی حتی در حضور میدان مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی پیدا نمی‌کنند.

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۳
- (۴) ۲

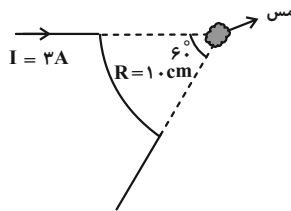
۸۴- مطابق شکل زیر ذره بارداری با بار $10\mu C$ و تندی $1/5 \times 10^5 \frac{m}{s}$ وارد میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم به بزرگی‌های

$\frac{4}{3} \times 10^4 \frac{N}{C}$ و $4T$ می‌شود. اندازه نیروی خالص وارد بر این ذره باردار چند نیوتون است؟ (از نیروی وزن صرف‌نظر شود).



- (۱) $0/2$
- (۲) $0/4$
- (۳) $0/6$
- (۴) $0/8$

۸۵- پیچه ناقصی مطابق شکل وجود دارد که از آن جریان ۳ آمپری می‌گذرد. در مرکز پیچه قطعه‌ای مس قرار می‌دهیم. اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چند گاوس است و جهت قرارگیری دوقطبی‌های مغناطیسی در قطعه مسی به کدام سمت است؟



$$(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$$

- (۱) 3×10^{-6} ، \odot (۲) 3×10^{-2} ، \odot
 (۳) 3×10^{-2} ، \otimes (۴) 3×10^{-6} ، \otimes

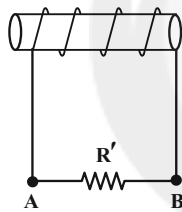
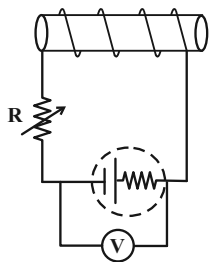
۸۶- با سیمی به قطر D سیملوله‌ای آرمانی و بدون هسته می‌سازیم که جریان I از آن عبور می‌کند. اگر حلقه‌های سیملوله در یک ردیف به هم چسبیده باشند، اندازه میدان مغناطیسی داخل سیملوله کدام است؟

(۱) $\mu_0 \frac{I}{D}$ (۲) $\mu_0 \frac{D}{I}$ (۳) $\mu_0 ID$ (۴) $\mu_0 ID^2$

۸۷- حلقه‌ای رسانا به مساحت 1 m^2 عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۲T قرار دارد. اگر در مدت ۱ms حلقه در شرایطی قرار گیرد که خطوط میدان با سطح حلقه زاویه ۶۰ درجه بسازد، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط ایجاد شده در حلقه طی این مدت چند ولت است؟ ($\sqrt{3} = 1.7$)

- (۱) ۰/۰۳ (۲) ۳۰ (۳) ۰/۱ (۴) ۱۰۰

۸۸- دو سیملوله مطابق شکل زیر در مقابل یکدیگر قرار دارند. دانش‌آموزی به درجه رئوستا دست می‌زند و در نتیجه آن عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، افزایش پیدا می‌کند. دانش‌آموز مقاومت رئوستا را کاهش داده یا افزایش و بر اثر این تغییر، جهت جریان القایی در مقاومت R' کدام است؟

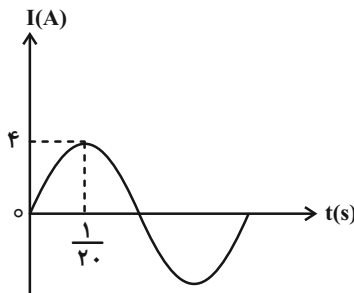


- (۱) مقاومت را کاهش داده، از A به B
 (۲) مقاومت را افزایش داده، از A به B
 (۳) مقاومت را افزایش داده، از B به A
 (۴) مقاومت را کاهش داده، از B به A

۸۹- از دو سیملوله آرمانی مشابه بدون هسته با تعداد دورهای N و ۲N جریان‌های یکسانی می‌گذرد. اگر انرژی ذخیره شده در دو سیملوله به ترتیب U_1 و U_2 باشد، حاصل $\frac{U_2}{U_1}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۸

۹۰- شکل زیر، نمودار جریان متناوب سینوسی عبوری از یک مقاومت ۵ اهمی را نشان می‌دهد. توان مصرفی این مقاومت در لحظه



چند وات است؟ $t = \frac{1}{40} \text{ s}$

- (۱) ۴۰ (۲) ۸۰ (۳) ۰/۰۸ (۴) ۱۸

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۹

۹۱- همه عبارت‌های زیر درست‌اند به جز ...

(۱) هیچ یک از مونومرهای سازنده PET در نفت خام وجود ندارند و ساختار هر کدام دارای دو پیوند O-H است.

(۲) فرمول مولکولی ترکیب حاصل از واکنش اتانول با استیک اسید $C_2H_4O_2$ می‌باشد و به عنوان حلال چسب کاربرد دارد.(۳) فرآورده حاصل از واکنش ... $CO(g) + 2H_2(g) \xrightarrow[\text{دما و فشار مناسب}]{\text{کاتالیزگر}}$ را می‌توان از چوب نیز تهیه کرد.

(۴) مجموع شمار اتم‌ها در مولکول پارازایلین با مجموع شمار اتم‌ها در مولکول سیکلوهگزان، متفاوت است.

۹۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

(الف) اتم‌های کربن در پارازایلین دارای چهار نوع عدد اکسایش متفاوت هستند.

(ب) در واکنش تبدیل پارازایلین به ترفتالیک اسید، از محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات به عنوان اکسنده استفاده می‌شود.

(پ) یک واکنش شیمیایی هنگامی از دیدگاه اتمی به صرفه‌تر است که شمار بیشتری از اتم‌های واکنش‌دهنده به فرآورده‌های سودمند تبدیل شوند.

(ت) از واکنش اتانول و آب در حضور کاتالیزگر، اتیلن گلیکول به دست می‌آید.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۹۳- از واکنش ۶ میلی لیتر محلول اتانویک اسید ۷۵ درصد جرمی و چگالی $1/2 \text{ g.mL}^{-1}$ با مقدار کافی اتانول، $5/94$ گرم از یک

حلال پر کاربرد شیمیایی بدست می‌آید. بازده درصدی واکنش و کاربرد این حلال در کدام گزینه به درستی آمده است؟

 $(C = 12, O = 16, H = 1 : \text{g.mol}^{-1})$

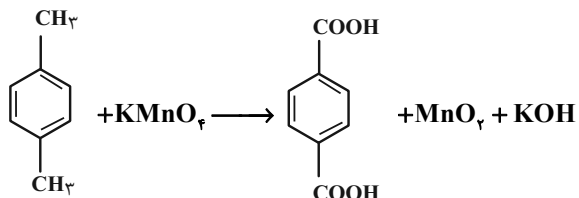
(۱) ۸۰- حلال چسب (۲) ۷۵- ضد عفونی کننده

(۳) ۷۵- حلال چسب (۴) ۸۰- ضد عفونی کننده

محل انجام محاسبات

۹۴- با توجه به واکنش موازنه نشده زیر از واکنش چند میلی لیتر محلول $0/4$ مولار پتاسیم پرمنگنات با مقدار کافی از پارازایلن ۸ گرم ترفتالیک اسید با خلوص 83% تولید می شود و تغییر عدد اکسایش هر گونه اکسنده در این واکنش کدام است؟

$$(O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$



$$4 - 400 \quad (2)$$

$$3 - 200 \quad (1)$$

$$4 - 200 \quad (4)$$

$$3 - 400 \quad (3)$$

۹۵- اگر در فرایند تبدیل مقداری پارازایلن به ترفتالیک اسید 36 مول الکترون مبادله شود و مولکول های ترفتالیک اسید تولید شده در واکنش با اتیلن گلیکول 3×10^{21} زنجیر پلیمری یکسان و مشابه ایجاد کنند، جرم مولی پلیمر حاصل (PET) چند گرم بر مول است؟

$$(H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}, N_A = 6 \times 10^{23})$$

$$230400 \quad (2)$$

$$115200 \quad (1)$$

$$576000 \quad (4)$$

$$345600 \quad (3)$$

۹۶- چه تعداد از عبارات زیر درباره «PET» نادرست است؟

- * مونومرهای سازنده آن در نفت خام وجود دارند.
- * در تبدیل مواد برای تولید آن از اکسندها و کاهندهها استفاده می گردد.
- * این پلیمر در دسته پلی استرها جای دارد.
- * در هر واحد تکرار شونده آن، ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- * در مونومر آروماتیک آن اختلاف عدد اکسایش کربن در بیشترین و کمترین حالت برابر ۴ است.

$$4 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۹۷- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) اگر ۲ مولکول اتیلن گلیکول و ۲ مولکول ترفتالیک اسید واکنش استری شدن را انجام دهند الزاماً ۴ مولکول آب آزاد می‌شود.
 (ب) در واکنش تبدیل پارازایلین به ترفتالیک اسید پتاسیم پرمنگنات نقش کاتالیزگر دارد.
 (پ) مجموع عددهای اکسایش اتمهای کربن در ترفتالیک اسید، برابر ۳+ است.
 (ت) ساده‌ترین عضو خانواده الکل‌ها را می‌توان از تقطیر چوب تهیه کرد.

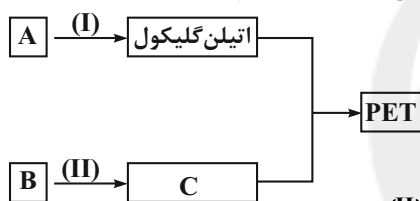
(۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۹۸- چه تعداد از موارد زیر ویژگی مشترک بین دو مونومر تشکیل دهنده PET است؟

- (الف) نوع عناصر سازنده
 (ب) تعداد هیدروژن
 (ج) تعداد اکسیژن
 (د) آروماتیک بودن

(۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۹۹- با توجه به نمودار مقابل، کدام موارد (مورد) از مطالب زیر نادرست است؟ ($C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)



(آ) شرایط انجام واکنش (II) در دمای اتاق و وجود غلظت بالای اکسنده تأمین نمی‌شود.

(ب) درصد جرمی کربن در ماده A، بیشتر از ماده B است.

(پ) جمع جبری اعداد اکسایش همه اتمهای کربن موجود در فرآورده‌های واکنش (I) و (II) برابر صفر است.

(ت) تفاوت شمار پیوندها در فرآورده‌های آلی واکنش (I) و (II) برابر با ۱۴ است.

(۱) آ، ب
 (۲) آ، ت
 (۳) فقط ب
 (۴) پ، ت

۱۰۰- کدام موارد از مطالب بیان شده درست هستند؟

(آ) از واکنش گاز کلر با گاز اتن، کلرواتان تولید می‌شود که در افشانه‌های بی‌حس‌کننده موضعی کاربرد دارد.

(ب) اتن در واکنش با آب، اتانول تولید می‌کند که نوعی حلال آلی است.

(پ) از واکنش اتانول و اتان، ترکیب اتیل استات تولید می‌شود که حلال چسب است.

(ت) گاز اتن در دما و فشار بالا، به جامد سفیدرنگ پلی‌اتن تبدیل می‌شود.

(۱) آ، ب
 (۲) ب، ت
 (۳) آ، ب، ت
 (۴) پ، ت

محل انجام محاسبات

آزمون محاسبات شیمی / شیمی ۱: صفحه‌های ۵، ۶، ۱۳ تا ۱۹، ۴۸، ۶۵، ۶۶، ۷۷ تا ۸۱، ۹۴ تا ۱۰۳ و ۱۱۳ تا ۱۱۵
 شیمی ۲: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۵، ۳۹ تا ۴۲، ۵۶ تا ۵۸، ۶۳ تا ۶۸، ۷۰ تا ۷۵، ۸۳ تا ۹۱، ۱۱۲ تا ۱۱۵ و ۱۲۱
 شیمی ۳: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸ و ۱۰۱ تا ۱۰۳

۱۰۱- نسبت تعداد ذره‌های با بار نسبی (-۱) در ۰/۲۵ مول گونه νN_3^- (عدد اتمی نیتروژن برابر ۷ است). به تعداد اتم‌های اکسیژن در

۴۹ گرم ترکیب H_4SO_4 کدام است؟ ($H = 1, O = 16, S = 32 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۲/۵ (۲) ۲/۷۵ (۳) ۲/۲۵ (۴) ۲/۱۵

۱۰۲- ۶۰ گرم نمک A را درون ۱۸۰ گرم آب $70^\circ C$ حل کرده و محلول را تا دمای $15^\circ C$ سرد می‌کنیم. اگر درصد جرمی حلال در محلول سیرشده در دمای جدید برابر ۹۰ درصد باشد، برای انحلال دوباره رسوب ته‌نشین شده، چند گرم آب $15^\circ C$ باید به مخلوط اضافه کرد؟

(۱) ۳۶۰ (۲) ۷۲۰ (۳) ۸۴۰ (۴) ۹۰۰

۱۰۳- با توجه به جدول زیر در دمای $25^\circ C$ مقدار ۴۰ گرم از نمک‌های A، B، C و D را به‌طور جداگانه در ۵۰ گرم آب وارد می‌کنیم و مخلوط را هم می‌زنیم؛ جرم محلول سیرشده کدام نمک کمتر است؟

A	B	C	D	نمک
۸۰	۱۰۰	۷۰	۱۲۰	انحلال‌پذیری (در ۱۰۰g آب در دمای $25^\circ C$)

(۱) D (۲) A (۳) B (۴) C

۱۰۴- اگر در فشار ۴/۴ اتمسفر در ۲۰۰ میلی‌لیتر آب $20^\circ C$ ، حداکثر ۰/۰۰۲ مول نیتروژن مونوکسید حل شود، انحلال‌پذیری این گاز و غلظت ppm آن در این دما و فشار به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (از تغییر حجم آب بر اثر اضافه شدن گاز

صرف نظر کنید، چگالی محلول: $1g.mL^{-1}$ و $N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۳۰۰ - ۰/۰۳ (۲) ۶۰۰ - ۰/۰۶

(۳) ۶۰۰ - ۰/۰۳ (۴) ۳۰۰ - ۰/۰۶

۱۰۵- مخلوطی از گازهای بوتان، بوتن و بوتین را که درصد حجمی بوتن در آن ۳۷/۵ درصد است، با ۲۴/۶۴ لیتر گاز هیدروژن در شرایط استاندارد وارد واکنش می‌کنیم. اگر تعداد مول‌های بوتین $\frac{4}{3}$ برابر تعداد مول‌های بوتن باشد، در مقدار گاز بوتان موجود

در مخلوط اولیه چه تعداد اتم هیدروژن وجود دارد؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$) (در پایان واکنش در مخلوط گاز هیدروژنی

باقی نمی‌ماند و تمام مخلوط از ترکیب‌های سیرشده تشکیل شده است.)

(۱) $1/204 \times 10^{24}$ (۲) $1/806 \times 10^{24}$

(۳) $3/01 \times 10^{23}$ (۴) $6/02 \times 10^{23}$

محل انجام محاسبات

۱۰۶- انرژی حاصل از مصرف ۲۰۰ گرم تخم‌مرغ، هم‌ارز با گرمای لازم برای افزایش دمای ۱/۶۰ کیلوگرم روغن زیتون ($c = 2 \text{ J.g}^{-1}.\text{°C}^{-1}$) به اندازه 10°C است. اگر ۲۳ درصد از جرم تخم‌مرغ دارای انرژی بوده و درصد جرمی چربی و پروتئین در تخم‌مرغ یکسان باشد، نسبت جرم کربوهیدرات به مجموع جرم چربی و پروتئین آن کدام است؟ (ارزش سوختی چربی، پروتئین و کربوهیدرات به ترتیب ۳۸، ۱۷ و ۱۷ کیلوژول بر گرم است.)

- (۱) ۰/۱۵ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۲۵ (۴) ۰/۳

۱۰۷- با توجه به داده‌های زیر ΔH واکنش: $\text{N}_2\text{H}_4(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ برابر چند کیلوژول است؟

- I) $2\text{NH}_3(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2\text{H}_4(\text{g}) + \text{H}_2(\text{g})$ $\Delta H_1 = +183 \text{ kJ}$ -۵۷۷ (۱)
 II) $2\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ $\Delta H_2 = -486 \text{ kJ}$ -۷۱۵ (۲)
 III) $\text{NH}_3(\text{g}) \rightarrow \frac{1}{2}\text{N}_2(\text{g}) + \frac{3}{2}\text{H}_2(\text{g})$ $\Delta H_3 = +46 \text{ kJ}$ -۷۵۷ (۳)
 -۵۱۷ (۴)

۱۰۸- با توجه به جدول زیر مقدار X و Y به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

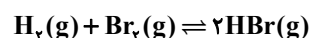
غلظت (mol.L^{-1}) \ t(s)	t(s)		
	۰	۲۰	۴۰
A	۳	۱/۵	۰/۷۵
B	۰	۰/۵	X
C	۰	۱	Y

- (۱) $1/5 - 0/75$ (۲) $0/75 - 1/5$ (۳) $0/75 - 0/75$ (۴) $0/75 - 0/25$

۱۰۹- ۰/۲ گرم کلسیم کربنات را در ظرف سرپیسته یک لیتری وارد می‌کنیم تا تعادل: $\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightleftharpoons \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})$ برقرار شود. در هنگام تعادل، مجموع جرم مواد جامد موجود در ظرف برابر ۱۵۶/۰ گرم است. اگر در این لحظه کلسیم اکسید موجود در تعادل را در مقداری آب حل کرده و به حجم ۲۵۰ میلی‌لیتر برسانیم pH محلول حاصل کدام است؟ ($\log 5 \approx 0/7$) ($\text{Ca} = 40, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$) (در دمای اتاق)

- (۱) ۱۲/۱ (۲) ۱۲/۷ (۳) ۱۱/۹ (۴) ۱۱/۵

۱۱۰- ۱۰ گرم H_2 را با a گرم Br_2 در محفظه‌ای به حجم ۵ لیتر مخلوط می‌کنیم تا با هم واکنش بدهند. اگر در لحظه تعادل ۶ گرم H_2 و ۴۰ گرم Br_2 در ظرف موجود باشد، مقدار عددی a و مقدار تقریبی ثابت تعادل به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($\text{H} = 1, \text{Br} = 80 : \text{g.mol}^{-1}$)



- (۱) $2/13 - 360$ (۲) $21/3 - 260$ (۳) $21/3 - 360$ (۴) $2/13 - 260$

آزمون آمادگی شناختی ۱۵ اردیبهشت ۱۴۰۲

دانش آموز عزیز!

یادگیری فرایندی است که نیازمند پشتیبانی ساز و کارهای شناختی مغز است. آگاهی از این ساز و کارها می‌تواند توانایی یادگیری شما را توسعه دهد. آمادگی شناختی توانایی بهره‌مندی از کارکردهای شناختی مغز در موقعیت‌های مختلف است.

آمادگی شناختی					
توجه و حافظه	فراشناخت	حل مساله	تصمیم‌گیری	سازگاری	خلاقیت

بنیاد علمی آموزشی قلم چی در راستای حمایت از فراگیران با همکاری اساتید علوم اعصاب شناختی دانشگاه شهید بهشتی در مرکز پژوهشی علوم اعصاب شناختی از دی ماه، آمادگی شناختی داوطلبان را به صورت دوره‌ای مورد سنجش قرار داده است و توصیه‌هایی را در قالب راهکارهای آنلاین، و پاسخ تشریحی سوالات دانش شناختی در اختیار دانش آموزان قرار داده است. سوالات این بخش پاسخ درست و یا غلط ندارد و هدف این سوالات آگاهی شما از میزان آمادگی شناختی خود است. هدف این بخش حمایت شرکت‌کنندگان برای استفاده بهتر از توانایی‌های شناختی خود در فرایند یادگیری است. کارنامه این آزمون را در صفحه شخصی دریافت خواهید کرد.

سوالات را به دقت بخوانید و نزدیکترین پاسخ مرتبط با خود را انتخاب و در پاسخبرگ علامت بزنید. دقت داشته باشید که سوال‌ها از شماره ۲۶۱ شروع می‌شود.

۲۶۱. در هنگام مطالعه می‌توانم زیر مطالب مهم تر خط بکشم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۲. روخوانی برایم دشوار است و نمی‌توانم سریع بخوانم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۳. نمی‌توانم از مطالب درسی نکته‌برداری کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۴. من از روش‌های مطالعه خود آگاهم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۵. من می‌دانم چه مطالبی برای یادگیری مهم‌تر است.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۶. من ارتباط بین تلاش و هدفم را می‌دانم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۷. موانع برنامه‌ریزی ام را پیش‌بینی می‌کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۸. می توانم موانع پیش آمده در حین برنامه را مدیریت کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۶۹. در برنامه ریزی وقت کم می آورم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۰. نمی توانم پیامدهای مختلف انتخابم را در نظر بگیرم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۱. در تصمیم گیری یک گزینه مانع فکر کردن من به سایر گزینه ها می شود.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۲. به خاطر برنامه ام از یک فعالیت تفریحی صرف نظر می کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۳. کتاب های کمک درسی و آموزشی جدید را دوست دارم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۴. اگر قبلا یک موضوع را اشتباه یاد گرفته باشم، تصحیح آن برایم سخت است.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۵. عضویت در یک گروه جدید مرا نگران می کند.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۶. برای یادگیری مطالب درسی از مثال های عجیب مخصوص خودم استفاده می کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۷. دوست دارم راه حل های متفاوت برای حل یک مساله را پیدا کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۸. دوست دارم مطالب مختلف ظاهرا غیرمرتبط را به هم ربط دهم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۹. چه میزان مایل به دریافت توصیه های بیشتر مرتبط با بهبود آمادگی شناختی خود هستید؟
۱. بسیار زیاد ۲. زیاد ۳. کم ۴. مایل نیستم
۲۸۰. تاچه میزان توصیه ها و آزمون های شناختی در بهبود آمادگی شناختی شما موثر بوده اند؟
۱. بسیار زیاد ۲. زیاد ۳. کم ۴. تاثیری نداشته اند



دفترچه پاسخ

آزمون ۱۵ اردیبهشت ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-محسن بهرام پور-عادل حسینی-مهدی ملارمضانی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتقایی-علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-فرزانه خاکپاش-علی فتح آبادی-احمدرضا فلاح	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب-محسن بهرام پور-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-محمد صحت کار-احمدرضا فلاح	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	
خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-مجتبی خلیل ارجمندی-بیتا خورشید محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-حمید زرین کفش-معصومه شریعت ناصری-مسعود قره خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی علیرضا گونه حسین مخدومی-امیراحمد میرسعید-مصطفی وانقی-شادمان ویسی	فیزیک	
علی امینی-کامران جعفری-امیر حاتمیان-حمید ذبحی-پویا رستگاری-روزبه رضوانی-علی رفیعی-رسول عابدینی-زواره محمد عظیمیان-زواره-علیرضا کیانی-دوست-اکبر هنرمند	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدرضا اسلامی کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیر حاتمیان
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	میلاد سیاوشی-فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

گزینه «۳» -۱

(عادل مسینی)

تابع f روی \mathbb{R} پیوسته و مشتق پذیر است. پس نقاط بحرانی تابع نقطای است که در آن‌ها مشتق تابع برابر صفر است.

$$f'(x) = -3 \sin 3x - 3 \sin x$$

$$\xrightarrow{f'(x)=0} \sin 3x = -\sin x = \sin(-x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ 3x = 2k\pi + \pi + x \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

اجتماع این دو دسته جواب را می‌توانیم $x = \frac{k\pi}{2}$ در نظر بگیریم. در بین

گزینه‌ها، $\frac{7\pi}{2}$ عضو این دسته جواب است.

(مسایان ۲- صفحه ۱۱۷)

گزینه «۴» -۲

(مفسن بهرام‌پور)

$x = -4$ یکی از ریشه‌های تابع f' است.

$$f'(x) = 3x^2 + 2mx - 24$$

$$\xrightarrow{f'(-4)=0} 48 - 8m - 24 = 0 \Rightarrow m = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 2$$

در تابع درجه سوم $y = ax^3 + bx^2 + \dots$ طول نقطه عطف

$$x_1 = -\frac{b}{3a} \text{ است.}$$

پس در این سؤال طول نقطه عطف $x_1 = -1$ و عرض آن $f(-1) = 28$

است.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۸ و ۱۳۸ تا ۱۴۰)

گزینه «۳» -۳

(عادل مسینی)

باید بازه‌ای را پیدا کنیم که در آن $(fog)''$ منفی باشد. داریم:

$$(fog)'(x) = g'(x).f'(g(x))$$

$$= (2x-1)(x^2+x-2) = 2x^2+x^2-5x+2$$

$$\Rightarrow (fog)''(x) = 6x^2+2x-5$$

$$\xrightarrow{(fog)''(x)=0} x = \frac{-1 \pm \sqrt{31}}{6}$$

پس تقعر تابع fog در بازه $(\frac{-1-\sqrt{31}}{6}, \frac{-1+\sqrt{31}}{6})$ رو به پایین

است که طول این بازه برابر $\frac{\sqrt{31}}{3}$ است.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۰)

گزینه «۲» -۴

(مفسن بهرام‌پور)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+x^2}; & x \leq 0 \\ \frac{x}{1-x^2}; & x \geq 0 \end{cases}$$

ضابطه تابع را به صورت روبه‌رو می‌نویسیم:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}; & x \leq 0 \\ \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}; & x \geq 0 \end{cases}$$

پس مشتق تابع به صورت روبه‌رو است:

تنها ریشه تابع f' ، $x = -1$ است و با توجه اینکه $x = 1$ نیز مجانب قائم نمودار تابع است، جدول تغییرات رفتار تابع را می‌نویسیم:

	-1	1	
f'	-	+	+
f	\searrow	min نسبی	\nearrow

پس تابع فقط یک اکسترمم نسبی از نوع مینیمم دارد.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

گزینه «۳» -۵

(سپیدرضا اسلامی)

نمودار تابع را در دامنه‌اش رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 6x - 12; & -8 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 6x + 12; & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

(موانبش نیکنام)

-۷ گزینه «۱»

مختصات نقاط A و H به ترتیب $H(x, 0)$ و $A(x, f(x))$ است، پس

$$S = \frac{1}{2} OH \cdot AH = \frac{1}{2} x f(x) \quad \text{مساحت مثلث برابر است با:}$$

$$\Rightarrow S(x) = \frac{1}{2} \frac{x}{x^2 + 1}$$

در نقطه بحرانی تابع $S(x)$ ، بیشترین مساحت رخ می‌دهد:

$$S'(x) = \frac{1}{2} \frac{1 - 2x^2}{(1 + x^2)^2} = 0 \Rightarrow 1 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow S_{\max} = S\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

(سیدرضا اسلامی)

-۸ گزینه «۱»

خط $y = 2a - 1$ مجانب افقی نمودار تابع است و این خط نمودار تابع را

$$\frac{(2a-1)x^2}{x^2 + ax + 1} = 2a - 1 \quad \text{در } x = -\frac{1}{2} \text{ قطع کرده است، پس داریم:}$$

$$\Rightarrow (2a-1)x^2 = (2a-1)x^2 + a(2a-1)x + 2a-1$$

$$\Rightarrow a(2a-1)x + 2a-1 = (2a-1)(ax+1) = 0$$

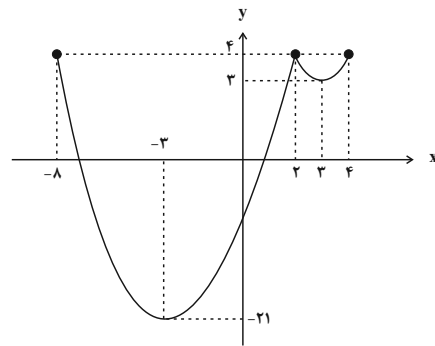
$$\xrightarrow{x = -\frac{1}{2}} a = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + 2x + 1}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{3x^2(2x+2) - (x^2+2x+1)^2}{(x^2+2x+1)^2} \xrightarrow{f'(x)=0} x = 0, -\frac{3}{4}$$

با توجه به نمودار، مینیمم نسبی تابع در $x = -\frac{3}{4}$ رخ می‌دهد:

$$\Rightarrow f\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3\left(-\frac{3}{4}\right)^2}{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 2\left(-\frac{3}{4}\right) + 1} = \frac{-\frac{27}{16}}{-\frac{59}{16}} = \frac{27}{59}$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

با توجه به نمودار بالا نقاط $(2, 4)$ و $(-3, -1)$ اکسترم‌های نسبی تابع

هستند که جزء اکسترم‌های مطلق نیز محسوب می‌شوند.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

-۹ گزینه «۳» (عادل حسینی)

تابع در دامنه‌اش یعنی بازه $[1, +\infty)$ پیوسته است. پس برای اینکه یکنواباشد کافی است، f' در آن تعیین علامت ندهد.

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{k}{2\sqrt{x-1}}$$

پس یعنی معادله زیر نباید جواب ساده داشته باشد.

$$\xrightarrow{f'(x)=0} \sqrt{x+2} = -\frac{2}{k}\sqrt{x-1}$$

بدیهی است که اگر $k > 0$ باشد. معادله‌ی بالا جواب ندارد، حال در حالت $k < 0$ داریم:

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} x+2 = \frac{4}{k^2}x - \frac{4}{k^2} \Rightarrow x = \frac{4+2k^2}{4-k^2}$$

این جواب نباید در دامنه تابع قرار بگیرد:

$$\Rightarrow \frac{4+2k^2}{4-k^2} < 1 \Rightarrow \frac{2k^2}{4-k^2} < 0 \Rightarrow 4-k^2 < 0 \xrightarrow{k < 0} k < -2$$

اما دقت کنید به ازای $k = 0$ تابع $f(x) = 2\sqrt{x+2}$ اکیداً صعودی وبه ازای $k = -2$ تابع $f(x) = 2(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1})$ اکیداً نزولی

است.

پس مجموعه مقادیر قابل قبول برای k به صورت زیر است:

$$k \in (-\infty, -2] \cup [0, +\infty) = \mathbb{R} - (-2, 0)$$

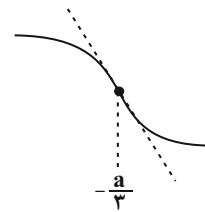
(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)



-۹ گزینه «۲»

(سیررضا اسلامی)

نمودار رسم شده در صورت سؤال، نمودار تابع در همسایگی یک نقطه عطف آن است، اما از آنجایی که تابع $x < 2$: $y = x^3 + ax^2 - 10x$ در صورت وجود، نقطه عطفی به صورت زیر دارد و هم‌چنین با توجه به این نکته که تابع درجه دوم $x \geq 2$: $y = bx^2 + 18x - 32$ نمی‌تواند نقطه عطف داشته باشد.



نمودار رسم‌شده در صورت سؤال، باید نمودار تابع در همسایگی $x = 2$ (نقطه مرزی دو ضابطه) باشد، یا به بیان دیگر $x = 2$ طول یکی از نقاط عطف نمودار تابع f است. پس تابع در $x = 2$ باید پیوسته و مشتق‌پذیر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4a - 12, f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4b + 4$$

$$\xrightarrow{\text{پیوستگی}} 4a - 12 = 4b + 4 \Rightarrow a - b = 4 \quad (1)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2ax - 10 & ; x < 2 \\ 2bx + 18 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'_-(2) = 4a + 2, f'_+(2) = 4b + 18$$

$$\xrightarrow{\text{برابری مشتق‌های یک طرفه}} 4a + 2 = 4b + 18 \Rightarrow a - b = 4 \quad (2)$$

معادلات (۱) و (۲) یکسان هستند، پس برای به دست آوردن حدود a و b

$$f''(x) = \begin{cases} 6x + 2a & ; x < 2 \\ 2b & ; x > 2 \end{cases} \quad \text{سراغ مشتق دوم می‌رویم:}$$

برای اینکه $x = 2$ طول نقطه عطف باشد، f'' در آن باید تغییر علامت دهد.

$$\Rightarrow b(a+6) < 0 \Rightarrow \begin{cases} b < 0, a+6 > 0 \\ \text{یا} \\ b > 0, a+6 < 0 \end{cases}$$

با توجه به اینکه $a = b + 4$ داریم:

$$\begin{cases} b < 0, b+10 > 0 \Rightarrow -10 < b < 0 \\ \text{یا} \\ b > 0, b+10 < 0: \text{غیرممکن} \end{cases}$$

از طرفی شیب خط مماس بر نمودار $x = 2$ یعنی همان $f'(2)$ باید مثبت باشد.

$$\Rightarrow 4b + 18 > 0 \Rightarrow b > -\frac{9}{2}$$

در نهایت حدود b بازه $(-\frac{9}{2}, 0)$ و حدود a بازه $(-\frac{1}{2}, 4)$ به دست می‌آید.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۸ تا ۱۴۰)

-۱۰ گزینه «۴»

(سیررضا اسلامی)

دو خط داده شده موازی هستند و خط وسط آن‌ها $y + 4x = \frac{19+3}{2} = 11$ است، این خط باید از مرکز تقارن تابع هموگرافیک f یعنی نقطه $W(3-a^2, 3a)$ بگذرد:

$$\Rightarrow 3a + 12 - 4a^2 = 11 \Rightarrow 4a^2 - 3a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = 1, a = -\frac{1}{4}$$

اما مقدار $a = 1$ قابل قبول است؛ زیرا به ازای $a = -\frac{1}{4}$ ، $f'(x) > 0$ است و دو خط $y = -4x + 3$ و $y = -4x + 19$ نمی‌توانند بر f

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3x-2}{x-2} \quad \text{مماس شوند.}$$

حال مختصات نقاط تماس A و B را می‌یابیم:

$$\bullet \frac{3x-2}{x-2} = -4x+3 \Rightarrow 3x-2 = -4x^2+11x-6$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 8x + 4 = 4(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x_A = 1 \Rightarrow y_A = -1$$

$$\bullet \frac{3x-2}{x-2} = -4x+19 \Rightarrow 3x-2 = -4x^2+27x-38$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 24x + 36 = 4(x-3)^2 = 0 \Rightarrow x_B = 3 \Rightarrow y_B = 7$$

فاصله دو نقطه $A(1, -1)$ و $B(3, 7)$ از یکدیگر برابر است با:

$$AB = \sqrt{(3-1)^2 + (7+1)^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۳)

ریاضی پایه

۱۱- گزینه «۱»

(عادل مسینی)

معادله داده شده را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$(k+1)x^2 - x - (2k+1) = 0$$

که در آن داریم:

$$S = \alpha + \beta = \frac{1}{k+1}, P = \alpha\beta = -\frac{2k+1}{k+1}$$

حال برای رابطه $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = 1$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = PS = 1$$

$$\Rightarrow -\frac{2k+1}{(k+1)^2} = 1 \Rightarrow k^2 + 2k + 1 = -2k - 1$$

$$\xrightarrow{k < -\frac{1}{2}} k^2 + 4k + 2 = 0 \Rightarrow k = -2 \pm \sqrt{2}$$

هر دو مقدار قابل قبول است.

(مسایبان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۲- گزینه «۳»

(کامظم ابلالی)

در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ نقطه $S(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a})$

رأس سهمی است، پس در این سؤال رأس سهمی

نقطه $y = x^2 - mx + 2m$ نقطه $(\frac{m}{2}, -\frac{m^2}{4} + 2m)$ است. عرض این

نقطه از مربع طول آن بیشتر است، یعنی:

$$-\frac{m^2}{4} + 2m > \frac{m^2}{4} \Rightarrow \frac{m^2}{2} - 2m < 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m = m(m-4) < 0 \Rightarrow 0 < m < 4$$

اعداد صحیح این بازه ۱، ۲ و ۳ هستند که مجموع آن‌ها برابر ۶ است.

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ و ۸۶ تا ۸۸)

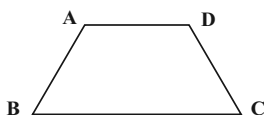
۱۳- گزینه «۱»

(عادل مسینی)

شیب اضلاع AB، BC، CD و AD به ترتیب ۱-، $\frac{3}{4}$ ، صفر و $\frac{3}{4}$ است.

پس این چهارضلعی دوزنقه است و می‌توانیم شکل فرضی زیر را در نظر

بگیریم:



طول قاعده‌های این دوزنقه برابر است با:

$$BC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10, AD = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

ارتفاع دوزنقه نیز فاصله دو خط موازی AD و BC است:

$$AD: 3x - 4y = 1, BC: 3x - 4y = -20$$

$$\Rightarrow \text{ارتفاع} = \frac{|1 - (-20)|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{21}{5}$$

پس مساحت دوزنقه برابر است با:

$$S = \frac{1}{2}(10 + 5) \left(\frac{21}{5}\right) = \frac{63}{2} = 31.5$$

(مسایبان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۴- گزینه «۲»

(معری ملارمضانی)

$$2x - \frac{3}{x} = \sqrt{x+1} + 3$$

باید معادله روبه‌رو را حل کنیم:

روش اول: می‌دانیم در نقطه مشترک دو تابع، مختصات نقاط یکسان است.

پس به جای حل معادله بالا (که در روش دوم دقیق حل خواهیم کرد)، به‌ازای

هر مقدار در گزینه‌ها، طول نقطه در تابع $y = \sqrt{x+1} + 3$ را حساب

$$2t^2 - t - 3 = 0 \Rightarrow (t+1)(2t-3) = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ یا } \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x+1}} = -1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = -x \xrightarrow{x < 0} x+1 = x^2 \\ \Rightarrow x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ \frac{x}{\sqrt{x+1}} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2\sqrt{x+1} = 2x \xrightarrow{x > 0} 4x+4 = 4x^2 \\ \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

با جایگذاری $x = 3$ و $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ در ضابطه یکی از توابع، عرض نقاط

به ترتیب $\frac{5+\sqrt{5}}{2}$ و 5 به دست می آید.

(مسایان ۱- فیبر و معارله: صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

(عادل عسینی)

۱۵- گزینه «۳»

ابتدا عرض نقطه P و طول نقطه P' را محاسبه می کنیم:

$$x_p^2 + y_p^2 = 1 \xrightarrow{x_p = \frac{1}{3}} y_p^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

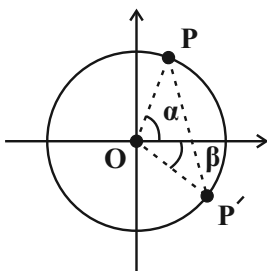
$$\xrightarrow{y_p > 0} y_p = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$x_{p'}^2 + y_{p'}^2 = 1$$

$$\xrightarrow{y_{p'} = -\frac{2}{3}} x_{p'}^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\xrightarrow{x_{p'} > 0} x_{p'} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

حال با توجه به شکل زیر داریم:



کنیم. اگر مختصات نقطه به دست آمده در ضابطه تابع $y = 2x - \frac{3}{x}$ هم

صدق کند، نقطه مشترک دو تابع را پیدا کرده ایم.

$$\text{گزینه «۱»} \quad \sqrt{x+1} + 3 = 3 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 0 \Rightarrow x = -1$$

نقطه $(-1, 3)$ روی نمودار تابع $y = 2x - \frac{3}{x}$ قرار ندارد.

$$\text{گزینه «۲»} \quad \sqrt{x+1} + 3 = \frac{5+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{x+1} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

نقطه $(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{5+\sqrt{5}}{2})$ روی نمودار تابع $y = 2x - \frac{3}{x}$ قرار دارد؛

زیرا:

$$2\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) - \frac{3}{\frac{1-\sqrt{5}}{2}} = 1 - \sqrt{5} - \frac{6}{1-\sqrt{5}}$$

$$= 1 - \sqrt{5} + \frac{3}{2}\sqrt{5} + \frac{3}{2} = \frac{5+\sqrt{5}}{2}$$

اگر گزینه های دیگر را بررسی کنیم، می بینیم مختصات نقطه به دست آمده

در ضابطه تابع $y = 2x - \frac{3}{x}$ صدق نمی کند.

روش دوم:

$$2x - \frac{3}{x} = \sqrt{x+1} + 3 \xrightarrow{-3} 2x^2 - 3 = x\sqrt{x+1} + 3x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - x\sqrt{x+1} = 3x + 3$$

$$\xrightarrow{+(x+1)} 2\frac{x^2}{x+1} - \frac{x}{\sqrt{x+1}} = 3$$

حال با تغییر متغیر $t = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ داریم:



به ازای $a = 0$ ، $\tan \theta = \sqrt{3}$ و $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ به دست می‌آید، در

نتیجه $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $A = 2(1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$ خواهد بود.

به ازای $a = -1$ نیز، $\tan \theta = 2\sqrt{2}$ و $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ به دست

می‌آید، در نتیجه $\sin \theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ و $A = 2(1 - \sqrt{2})$ خواهد بود.

(ریاضی-۱، مثلثات، صفحه ۴۳)

(حسابان-۱، مثلثات، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(الگام ایلالی)

۱۷- گزینه «۴»

ابتدا با اتحاد $\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$ از

تساوی اول استفاده می‌کنیم:

$$\sin(\alpha + \beta) = 2 \sin(\alpha - \beta)$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$= 2 \sin \alpha \cos \beta - 2 \cos \alpha \sin \beta$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cos \beta = 2 \cos \alpha \sin \beta$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = 2 \tan \beta \text{ یا } \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = 2$$

حال با اتحاد $\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$ از تساوی دوم

استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{2 \tan \alpha - 2 \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

با جایگزینی $2 \tan \beta$ به جای $\tan \alpha$ داریم:

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \cos \alpha = \frac{1}{3}, \sin \beta = \frac{2}{3}, \cos \beta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

پس مساحت مثلث برابر است با:

$$S_{\Delta_{POP'}} = \frac{1}{2} r^2 \sin(\alpha + \beta) \xrightarrow{r=1} S = \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta)$$

$$S = \frac{1}{2} (\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \right) = \frac{\sqrt{10} + 1}{9}$$

(ریاضی-۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(حسابان-۱، مثلثات، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۶- گزینه «۲»

(سیدرضا اسلامی)

ابتدا عبارت A را ساده‌تر و خلاصه‌تر می‌نویسیم:

$$\sin\left(\frac{7\pi - 2\theta}{2}\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{2} - \theta\right) = -\cos \theta$$

$$\cos(\theta - 7\pi) = -\cos \theta$$

$$\cos\left(\frac{3\pi + 2\theta}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \sin \theta$$

$$\Rightarrow A = 2 \sin \theta - 6 \cos \theta$$

پس برای محاسبه مقدار A به $\sin \theta$ و $\cos \theta$ نیاز داریم.

حال از اتحاد $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ استفاده می‌کنیم:

$$1 + (\Delta a^2 + 3) = (a - 2)^2 \Rightarrow \Delta a^2 + 4 = a^2 - 4a + 4$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 4a = 4a(a + 1) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } -1$$



(عادل عسینی)

۱۹- گزینه «۴»

$X=1$ ریشه مشترک صورت و مخرج است و با حد مبهم $\frac{0}{0}$ مواجه هستیم.

حاصل حد را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^n - x}}{\sqrt{x^2 - x}} + \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x^2 - x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} \sqrt{x^{n-1} - 1}}{\sqrt{x} \sqrt{x-1}} + \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} \sqrt{x-1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{(x-1)(x^{n-2} + x^{n-3} + \dots + x + 1)}}{\sqrt{x-1}}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x-1}} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \underbrace{\sqrt{\frac{x^{n-2} + x^{n-3} + \dots + x + 1}{n-1}}}_{\text{جمله دارد}} + \lim_{x \rightarrow 1^+} \underbrace{\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}}_{\text{برابر صفر است}}$$

$$\Rightarrow L = \sqrt{n-1} = 4 \Rightarrow n = 17$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(کاملاً ایملی)

۲۰- گزینه «۲»

تابع $y = [x^2]$ در نقاطی از بازه $(0, m)$ که x^2 مقداری صحیح شود،

نایبسته است. این نقاط به صورت زیر هستند:

$$\{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \dots\}$$

ولی تابع f در $X=1$ نایبسته است، زیرا:

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

بنابراین بیشترین مقدار m برابر $\sqrt{2}$ است.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

$$\frac{4 \tan \beta}{1 - 3 \tan^2 \beta} = \frac{6 \tan \beta}{1 + 3 \tan^2 \beta} \xrightarrow{3 \tan \beta = t} \tan^2 \beta = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{9}{15} \Rightarrow \tan^2 \alpha - \tan^2 \beta = \frac{8}{15}$$

(مسئله ۱- مثلثات، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(کاملاً ایملی)

۱۸- گزینه «۴»

دامنه تابع f مجموعه $D_f = [-\sqrt{5}, \sqrt{5}] - \{1\}$ است. این تابع در

نقاط صحیح ± 2 ، -1 و صفر حد دارد، پس برای اینکه در پنجمین نقطه

صحیح هم حد داشته باشد، باید در $X=1$ دارای حد باشد. در این نقطه

حد مخرج $f(x)$ صفر است، پس حد صورت آن هم باید صفر باشد:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{5 - x^2} - 2m) = 2 - 2m = 0 \Rightarrow m = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{5 - x^2} - 2}{x - 1}$$

در نهایت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow m} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5 - x^2} - 2}{x - 1} \times \frac{\sqrt{5 - x^2} + 2}{\sqrt{5 - x^2} + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{4(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)(1+x)}{4(x-1)} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(غرضانه فلکپاش)

۲۴- گزینه «۴»

برای سه بردار یکته \vec{i} ، \vec{j} و \vec{k} داریم:

$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \quad \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}, \quad \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$$

بنابراین حاصل عبارت داده شده برابر است با:

$$\vec{i} \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + \vec{j} \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + \vec{k} \cdot (\vec{j} \times \vec{i})$$

$$= \vec{i} \cdot (-\vec{i}) + \vec{j} \cdot (-\vec{j}) + \vec{k} \cdot (-\vec{k})$$

$$= -|\vec{i}|^2 - |\vec{j}|^2 - |\vec{k}|^2 = -1 - 1 - 1 = -3$$

(هندسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

(علی ایمانی)

۲۵- گزینه «۱»

اگر دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ هم‌اندازه باشند، آن‌گاه \vec{a} بر \vec{b} عمود

است، یعنی ضرب داخلی دو بردار برابر صفر است و در نتیجه داریم:

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \Rightarrow 64 = 8 + |\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow |\vec{b}|^2 = 56 \Rightarrow |\vec{b}| = 2\sqrt{14}$$

در این حالت متوازی‌الاضلاع ساخته شده توسط بردارهای \vec{a} و \vec{b} ، یک

مستطیل است و مساحت آن برابر است با:

$$S = |\vec{a}| |\vec{b}| = 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{14} = 4\sqrt{28} = 8\sqrt{7}$$

(هندسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

(علی ایمانی)

۲۶- گزینه «۳»

اندازه‌های سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} برابر یکدیگر است، پس سه بردار یک

مثلث متساوی‌الاضلاع ساخته‌اند. ابتدای هر بردار بر انتهای بردار دیگر منطبق

است، پس زاویه بین هر دو بردار، برابر $120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$ است. با توجه

به این توضیحات داریم:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{b} = 2\vec{a} \cdot \vec{b}$$

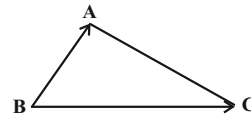
$$= 2|\vec{a}| |\vec{b}| \cos 120^\circ = 2 \times 3 \times 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -9$$

(هندسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۸۴)

هندسه ۳

۲۱- گزینه «۱»

(علی ایمانی)



$$\vec{BA} = \vec{OA} - \vec{OB} = (2, 1, 1) - (3, 1, 2) = (-1, 0, -1)$$

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = (2, 3, 1) - (3, 1, 2) = (-1, 2, -1)$$

$$\cos \hat{B} = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| |\vec{BC}|} = \frac{1+0+1}{\sqrt{2} \times \sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{12}}$$

$$= \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(غرضانه فلکپاش)

۲۲- گزینه «۴»

$$\vec{a} = (-1, m, 3) \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (-m-3, -1, -1)$$

$$\vec{b} = (0, 1, -1)$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{(-m-3)^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} (-m-3)^2 + 2 = 3 \Rightarrow (m+3)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+3=1 \Rightarrow m=-2 \\ m+3=-1 \Rightarrow m=-4 \end{cases}$$

(هندسه ۳؛ بردارها؛ صفحه ۸۱)

(امیرمسین ابومیبوب)

۲۳- گزینه «۲»

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (1, 0, -1) - (-1, 2, 0) = (2, -2, -1)$$

$$\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = (0, -1, 1) - (-1, 2, 0) = (1, -3, 1)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2} |(2, -2, -1) \times (1, -3, 1)|$$

$$= \frac{1}{2} |(-5, -3, -4)| = \frac{1}{2} \sqrt{25+9+16} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)



$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$= 2^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 4 + 2 - 4 = 2 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{2}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin 45^\circ = 2 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2$$

$$|(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{b})| = |\vec{a} - \vec{b}| |\vec{a} \times \vec{b}| \sin 90^\circ$$

$$= \sqrt{2} \times 2 \times 1 = 2\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

(امیررضا فلاح)

۳۰. گزینه «۴»

فرض کنید \vec{b}' تصویر قائم بردار \vec{b} روی بردار \vec{a} باشد، در این صورت

داریم:

$$|\vec{b}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}|} \Rightarrow 2 = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{3} \Rightarrow |\vec{a} \cdot \vec{b}| = 6$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + 36 = 9 \times 16$$

$$\Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 144 - 36 = 108 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 6\sqrt{3}$$

اگر مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی بردارهای $2\vec{a} + 3\vec{b}$ و

$3\vec{a} - 2\vec{b}$ برابر S باشد، آن‌گاه داریم:

$$S = |(2\vec{a} + 3\vec{b}) \times (3\vec{a} - 2\vec{b})|$$

$$= |6\vec{a} \times \vec{a} - 4\vec{a} \times \vec{b} + 9\vec{b} \times \vec{a} - 6\vec{b} \times \vec{b}|$$

$$= |-4\vec{a} \times \vec{b} - 9\vec{a} \times \vec{b}| = |-13\vec{a} \times \vec{b}| = 13 |\vec{a} \times \vec{b}|$$

$$= 13 \times 6\sqrt{3} = 78\sqrt{3}$$

(هنر سه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

۲۷. گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

ابتدا بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} &= (1, 2, 1) \\ \vec{b} &= (1, -1, 3) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (7, -2, -3)$$

بردار \vec{c} در صورتی در صفحه گذرنده از دو بردار \vec{a} و $\vec{a} \times \vec{b}$ قرار دارد

که حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی بردارهای \vec{a} و $\vec{a} \times \vec{b}$ و \vec{c} برابر

صفر باشد، پس داریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 7 & -2 & -3 \\ m & 0 & n \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (-2n - 6m + 0) - (-2m + 0 + 14n) = 0$$

$$\Rightarrow -4m - 16n = 0 \Rightarrow 4m = -16n \Rightarrow \frac{m}{n} = -\frac{16}{4} = -4$$

(هنر سه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

۲۸. گزینه «۳»

(سیرممدرضا عسینی نورد)

بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ بر صفحه شامل دو بردار \vec{a} و \vec{b} عمود است، پس بر هر بردار

دیگر موجود در این صفحه از جمله $\vec{a} + \vec{b}$ نیز عمود خواهد بود، یعنی

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0 \text{ است.}$$

$$|\vec{a} + \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b}|^2 = |(\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{a} \times \vec{b})|^2$$

$$= |\vec{a} + \vec{b}|^2 + |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + 2(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

$$= (2^2 + 3^2 + 1^2) + 36 + 0 = 49 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b}| = 7$$

(هنر سه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

(امیررضا فلاح)

۲۹. گزینه «۲»

بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} عمود است، پس بر هر بردار موجود در

صفحه این دو بردار از جمله بردار $\vec{a} - \vec{b}$ نیز عمود خواهد بود. بنابراین

داریم:



ریاضیات گسسته

گزینه «۲» - ۳۱

(مفسر بهرامپور)

شرط گفته بیان می کند هر عضو از مجموعه B، نظیر عضوی از مجموعه A است. به عبارتی توابع پوشا از مجموعه ۶ عضوی به مجموعه ۳ عضوی را باید به دست آوریم:

$$3^n - (3 \times 2^n - 3) = 3^6 - (3 \times 2^6 - 3) \\ = 729 - 189 = 540$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه های ۷۷ و ۷۸)

گزینه «۱» - ۳۲

(سوکندر روشنی)

با توجه به شرایط سؤال، کافی است برای هر عضو دامنه (A) حق انتخاب در نظر بگیریم:

$$\text{تعداد انتخاب: } 1 \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{4} = 18 \\ \text{اعضا: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۷۸)

گزینه «۲» - ۳۳

(مفسر بهرامپور)

ابتدا روستایی که قرار است تنها بماند را انتخاب می کنیم. سپس در هر حالت می توان ۴ طراحی زیر برای جاده ها را انجام داد که ۳ روستای دیگر تنها نمانند.

$$\binom{4}{1} \times 4 = 16$$



(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۷۶)

گزینه «۴» - ۳۴

(مفسر بهرامپور)

با توجه به اطلاعات سؤال، خواهیم داشت:

$$|A' \cap B' \cap C'| = |S| - |A \cup B \cup C| \\ = |S| - (|A| + |B| + |C| - |A \cap B| \\ - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|) \\ = 9 \times 9 \times 8 \times 7 - (3 \times 8 \times 8 \times 7 \times 1 \\ - 3 \times 7 \times 7 \times 1 \times 1 + 6 \times 1 \times 1 \times 1) \\ = 4536 - 1344 + 147 - 6 = 3333$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه های ۷۳ تا ۷۵)

گزینه «۳» - ۳۵

(سوکندر روشنی)

باید تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی را بررسی کنیم که شرایط زیر را داشته باشیم:

$$f: A = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow B = \{a, b, c, d, e\}$$

$$f(1) \neq a$$

$$f(2) \neq c$$

$$((f(1) = a) \cup (f(2) = c)) \text{ کل توابع یک به یک}$$

$$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 - (4 \times 3 \times 2 + 4 \times 3 \times 2 - 3 \times 2) \\ = 120 - 42 = 78$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۷۸)

گزینه «۴» - ۳۶

(مفسر صمدکار)

مجموعه مرجع (مجموعه S) را اعداد طبیعی مضرب ۷ نابیشتر از ۱۴۰۰ در نظر بگیریم. در این صورت خواهیم داشت:

$$|A' \cap B'| = |(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B|$$

$$= \left[\frac{1400}{7} \right] - \left(\left[\frac{1400}{14} \right] + \left[\frac{1400}{35} \right] - \left[\frac{1400}{70} \right] \right) \\ = 200 - (100 + 40 - 20) = 200 - 120 = 80$$



۳۹- گزینه «۲»

(ممنوع صحت کار)

در هر دو عدد متوالی یکی زوج و دیگری فرد است. پس مجموعه A را به دو مجموعه اعداد زوج و اعداد فرد افزایش می‌کنیم. برای به دست آوردن حداکثر مقدار n ، باید تمام اعداد زوج (یا اعداد فرد) و حداقل یک عضو از مجموعه دیگر انتخاب شود. اگر با انتخاب ۲۸ عدد این اتفاق رخ می‌دهد. بنابراین تعداد اعداد زوج (یا اعداد فرد) باید $27 = 28 - 1$ عدد باشد.

اگر n عددی فرد باشد تعداد اعداد زوج و فرد در مجموعه A با هم برابر است و خواهیم داشت:

$$2 = \frac{n - 100 + 1}{2} = 27 \Rightarrow n - 100 + 1 = 54 \Rightarrow n = 153$$

$$\Rightarrow n - 100 + 1 = 54 \Rightarrow n = 153$$

اگر n عددی زوج باشد تعداد اعداد زوج یک واحد بیشتر از تعداد اعداد فرد است و خواهیم داشت:

$$27 = \frac{(n - 100 + 1) - 1}{2} + 1 = 27$$

$$\Rightarrow \frac{n - 100}{2} = 26 \Rightarrow n - 100 = 52 \Rightarrow n = 152$$

پس n می‌تواند ۱۵۲ یا ۱۵۳ باشد. بنابراین گزینه «۲» پاسخ درست است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۴۰- گزینه «۳»

(امیرمسین ایومیبوب)

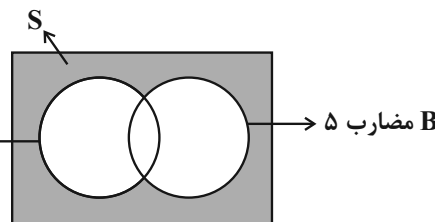
تعداد کدهای تولیدی توسط این دستگاه برابر است با:

$$3! \times 2! \times 3! \times 4! = 360$$

↓ ↓ ↓ ↓
جایگشت تعداد نمادها تعداد حروف تعداد ارقام

طبق تعمیم اصل لانه کبوتری برای این که حداقل ۳ نفر دارای کد یکسان باشند، حداقل تعداد حاضرین در سالن باید برابر $360 + 1 = 361$ باشد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)



(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۳۷- گزینه «۲»

(امیررضا فلاح)

تعداد کل مسابقات مختلف برگزار شده در این مجموعه، برابر

$$C(21, 2) = 210$$

تکراری نداریم ولی اگر یک روز دیگر مسابقات ادامه پیدا کند، دو نفر در میان آن‌ها وجود دارد که طبق اصل لانه کبوتری حداقل دوبار با هم مسابقه داده باشند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۳۸- گزینه «۱»

(امیررضا فلاح)

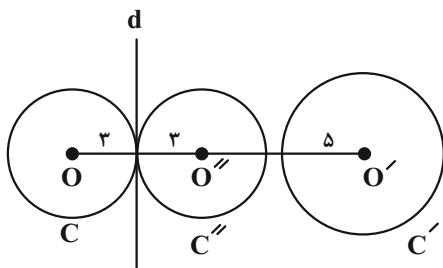
اعضای مجموعه A را دو تا دو تا چنان کنار هم در یک خانه قرار می‌دهیم که مجموع آن‌ها برابر ۳۱ شود:

$$(1, 30), (2, 29), (3, 28), \dots, (15, 16), 31, 32, 33, 34, 35$$

از هر زیرمجموعه دوتایی، یک عدد به همراه تمام اعدادی که در زیرمجموعه‌های دوتایی قرار نمی‌گیرند را باید انتخاب کنیم. حال با انتخاب عدد بعدی از مجموعه A ، حتماً دو عدد در میان اعداد انتخابی وجود دارد که مجموع آن‌ها برابر ۳۱ است. بنابراین حداقل تعداد انتخابی برابر است با:

$$15 + 5 + 1 = 21$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)



$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$\Rightarrow 15 = \sqrt{OO'^2 - (3 + 5)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{بتوان}} 225 = OO'^2 - 64 \Rightarrow OO'^2 = 289$$

$$\Rightarrow OO' = 17$$

مطابق شکل C'' بازتاب C نسبت به خط d است و در نتیجه داریم:

$$O'O'' = OO' - OO'' = 17 - 6 = 11$$

طول مماس مشترک خارجی دو دایره C'' و C' برابر است با:

$$\sqrt{O'O''^2 - (R' - R'')^2} = \sqrt{11^2 - (5 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{121 - 4} = \sqrt{117}$$

$$= \sqrt{9 \times 13} = 3\sqrt{13}$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

(علی فتح آباری)

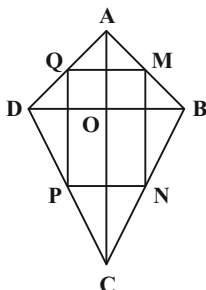
۴۳- گزینه «۲»

از به هم وصل کردن متوالی وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی، همواره یک

متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید که طول اضلاع آن نصف طول قطرهای

چهارضلعی اصلی است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} MQ \parallel NP \parallel BD \\ MQ = NP = \frac{BD}{2} \end{cases}$$



هندسه ۲

۴۱- گزینه «۴»

(عنايه اتفاقی)

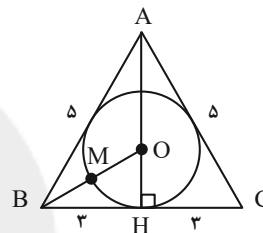
ابتدا ارتفاع AH را در این مثلث رسم می‌کنیم.

$$\Delta ABH: AH^2 = AB^2 - BH^2 = 5^2 - 3^2 = 16$$

$$\Rightarrow AH = 4$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$$

$$P_{ABC} = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{5 + 5 + 6}{2} = 8$$



بنابراین شعاع دایره محاطی داخلی مثلث ABC برابر است با:

$$r = \frac{S}{p} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OHB داریم:

$$OB^2 = OH^2 + BH^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3^2 = \frac{9}{4} + 9 = \frac{45}{4}$$

$$\Rightarrow OB = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

مطابق شکل نقطه M نزدیک‌ترین نقطه دایره محاطی داخلی مثلث به نقطه

B است، پس داریم:

$$BM = OB - OM = \frac{3\sqrt{5}}{2} - \frac{3}{2} = \frac{3(\sqrt{5} - 1)}{2}$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(امیرحسین ابومصوب)

۴۲- گزینه «۳»

ابتدا طول خط‌المركزین دو دایره C و C' را محاسبه می‌کنیم.

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{OH'}{HH'} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{OH'}{4} = \frac{2}{5} \Rightarrow OH' = \frac{8}{5}$$

$$OO' = O'H + OH' = 8 + \frac{8}{5} = 9\frac{4}{5}$$

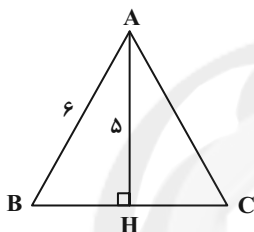
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۵ تا ۵۱)

(فرزانه فاکپاش)

۴۵- گزینه «۱»

می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین، میانه وارد بر قاعده همان ارتفاع وارد بر

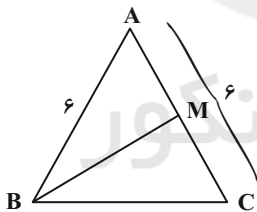
قاعده است، پس داریم:



$$\Delta ABH : BH^2 = AB^2 - AH^2 = 36 - 25 = 11$$

$$\Rightarrow BH = \sqrt{11} \Rightarrow BC = 2BH = 2\sqrt{11}$$

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:



$$AB^2 + BC^2 = 2BM^2 + \frac{AC^2}{2}$$

$$\Rightarrow 6^2 + (2\sqrt{11})^2 = 2BM^2 + \frac{6^2}{2}$$

$$\Rightarrow 36 + 44 = 2BM^2 + \frac{6^2}{2}$$

$$\Rightarrow 36 + 44 = 2BM^2 + 18$$

$$\Rightarrow 2BM^2 = 62 \Rightarrow BM^2 = 31 \Rightarrow BM = \sqrt{31}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)

طبق رابطه‌های فوق MN انتقال یافته QP با بردار $\frac{\overrightarrow{DB}}{2}$ است. چون

مرکز تقارن متوازی‌اضلاع $MNPQ$ لزوماً بر محل تلاقی قطرهای

چهارضلعی $ABCD$ منطبق نیست، پس گزینه‌های «۱» و «۳» در حالت

کلی درست نیستند.

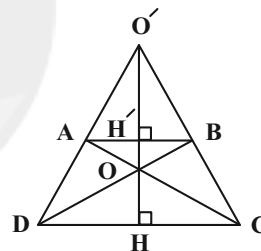
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۰ تا ۵۱)

۴۴- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومیبوب)

مطابق شکل نقاط O و O' به ترتیب مراکز تجانس‌های معکوس و

مستقیمی هستند که قاعده AB را بر قاعده CD تصویر می‌کنند.



ابتدا طول ارتفاع دوزنقه را به دست می‌آوریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}h(AB + CD) \Rightarrow 30 = \frac{h}{2}(6 + 9) \Rightarrow h = 4$$

می‌دانیم در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاع‌ها برابر نسبت تشابه است، بنابراین

داریم:

$$AB \parallel CD \Rightarrow \Delta O'AB \sim \Delta O'CD \Rightarrow \frac{O'H'}{O'H} = \frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{O'H'}{HH'} = \frac{2}{1} \xrightarrow{HH'=4} O'H' = 8$$

$$\Delta OAB \sim \Delta OCD \Rightarrow \frac{OH'}{OH} = \frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$$

$$\bar{x} = \frac{10 + 80 + 90}{3} = 60$$

$$\sigma^2 = \frac{(10-60)^2 + (80-60)^2 + (90-60)^2}{3}$$

$$= \frac{2500 + 400 + 900}{3} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{3800}{3}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۱» -۴۹

با توجه به اختلاف شماره‌های ۲۱ و ۹۳ که برابر ۷۲ است، تعداد اعضای هر گروه یا طبقه باید مقسوم علیه ۷۲ باشد.

از طرفی چون ۶۰۰ دانش‌آموز به گروه‌های n نفری تقسیم شده‌اند، پس n مقسوم علیه ۶۰۰ است، یعنی n باید مقسوم علیه مشترک ۷۲ و ۶۰۰ باشد.

داریم:

$$(72, 600) = (2^3 \times 3^2, 2^3 \times 3 \times 5^2) = 2^3 \times 3 = 24$$

در نتیجه $24 | n$ که با توجه به شرط $n > 6$ داریم:

$$n = 8, 12, 24$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

(فرزانه فاکپاش)

گزینه «۳» -۵۰

اگر \bar{x} و n به ترتیب اندازه و میانگین نمونه و σ انحراف معیار جامعه باشد، آن‌گاه فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای برآورد میانگین جامعه به صورت

$$\left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

است. بنابراین داریم:

$$\left(\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) - \left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) = 13 - 11$$

$$\Rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\sigma=4} \frac{4}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{n} = 8 \Rightarrow n = 64$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۲)

آمار و احتمال

گزینه «۲» -۴۶

(امیرمسین ابومصوب)

$$\bar{x} = \frac{2\left(\frac{1}{2}x - 4\right) + 2(x-1) + 3(x+2) + 1(2x)}{2+2+3+1} = 17/5$$

$$\Rightarrow \frac{8x-4}{8} = 17/5$$

$$\Rightarrow 8x-4=140$$

$$\Rightarrow 8x=144 \Rightarrow x=18$$

با جایگذاری $x=18$ ، داده‌های جدول به صورت زیر است:

$$5, 5, 17, 17, 20, 20, 20, 36$$

تعداد داده‌ها عددی زوج و میانه برابر میانگین دو داده وسط است، پس داریم:

$$\text{میانه} = \frac{17+20}{2} = 18/5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

گزینه «۴» -۴۷

(فرزانه فاکپاش)

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های X_i به ترتیب برابر \bar{x} و σ باشد، میانگین و انحراف معیار داده‌های $U_i = 3X_i + 2$ به ترتیب برابر

$3\bar{x} + 2$ و 3σ است، پس داریم:

$$\frac{CV_U}{CV_X} = \frac{3\sigma}{3\bar{x} + 2}$$

$$\frac{CV_U}{CV_X} = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{3\bar{x}}{3\bar{x} + 2} \Rightarrow 3\bar{x} + 2 = 12\bar{x}$$

$$\Rightarrow 9\bar{x} = 2 \Rightarrow \bar{x} = \frac{2}{9}$$

$$\bar{u} = 3\bar{x} + 2 = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

گزینه «۲» -۴۸

(امیرمسین ابومصوب)

بیشترین مقدار واریانس و انحراف معیار در صورتی پدید می‌آید که انحراف از میانگین داده‌ها حداکثر مقدار ممکن باشد. کافی است دو داده نزدیک‌ترین فاصله ممکن به یکدیگر را داشته و داده دیگر بیشترین فاصله را از آن‌ها داشته باشد. با توجه به یکسان بودن رقم یکان این سه عدد، می‌توانیم مقادیر ۱۰، ۸۰ و ۹۰ را انتخاب کنیم که در این صورت داریم:



فیزیک ۳

-۵۱ گزینه ۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

مدل اتمی بور، نمی‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح

دهد. نارسایی دیگر مدل بور این است که برای اتم‌هایی که بیش از یک

الکترون دارند، به کار نمی‌رود.

مدل بور توانست پایداری اتم، چگونگی حرکت الکترون به دور هسته و

همچنین طیف گسیلی و جذبی اتم هیدروژن را به خوبی توضیح دهد.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه ۱۳۱)

-۵۲ گزینه ۲»

(بهنام رستمی)

طبق رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ ، با افزایش شماره ترازهای انرژی، انرژی ترازها

افزایش یافته اما فاصله بین ترازهای انرژی کاهش می‌یابد. از طرفی طبق

رابطه $r_n = a_0 n^2$ ، با افزایش شماره ترازهای انرژی، شعاع مدارها افزایش

یافته و همچنین فاصله بین مدارها نیز بیشتر می‌شود. بنابراین در اتم هیدروژن

هنگامی که از مدارهای پایین‌تر به مدارهای بالاتر می‌رویم، انرژی ترازهای آن

همانند شعاع مدارهای آن افزایش می‌یابد اما فاصله بین ترازهای انرژی

برخلاف فاصله بین مدارها کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸)

-۵۳ گزینه ۴»

(زهره آقاممیری)

سومین حالت برانگیخته ($n = 4$) و حالت پایه ($n = 1$) است. پس داریم:

$$\Delta E = E_4 - E_1 = \frac{E_R}{n^2} \rightarrow E = -\frac{E_R}{16} + E_R = \frac{15}{16} E_R$$

برای دومین حالت برانگیخته $n = 3$ و اولین حالت برانگیخته $n = 2$ است.

پس داریم:

$$E' = -\frac{E_R}{9} + \frac{E_R}{4} = \frac{5}{36} E_R$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{E}{E'} = \frac{\frac{15}{16} E_R}{\frac{5}{36} E_R} = \frac{27}{4}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸)

-۵۴ گزینه ۴»

(بیبا خورشید)

می‌دانیم شعاع مدارهای اتم هیدروژن از رابطه $r_n = a_0 n^2$ و انرژی الکتروندر هر مدار از رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ به دست می‌آید. داریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow -3/4 = -\frac{13/6}{n^2} \Rightarrow n^2 = 4 \Rightarrow n = 2$$

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow r = a_0 \times 2^2 \Rightarrow r = 4a_0$$

$$r' = 4r = 4 \times 4a_0 = 16a_0 \Rightarrow \frac{r_n = a_0 n'^2}{n'^2} \rightarrow n' = 4$$

$$E_4 = -\frac{E_R}{4^2} = -\frac{13/6}{16} = -0.136 eV$$



بنابراین می توان نوشت:

$$\Delta E = -0.85 - (-3/4) = 2/55 \text{ eV}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه های ۱۲۵ تا ۱۲۷)

-۵۵ گزینه «۲»

(علیرضا کونه)

برای محاسبه مقدار انرژی در ترازهای $n=1$ و $n=2$ با استفاده از

$$\text{رابطه } E_n = -\frac{E_R}{n^2} \text{ می توان نوشت:}$$

$$E_1 = -\frac{13/6}{1^2} = -13/6 \text{ eV}$$

$$E_2 = -\frac{13/6}{2^2} = -3/4 \text{ eV}$$

حال با استفاده از رابطه $E_U - E_L = \frac{hc}{\lambda}$ ، طول موج فوتون گسیلی را

محاسبه می کنیم:

$$E_2 - E_1 = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow -3/4 - (-13/6) = \frac{1240}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1240}{10/2} \approx 124/5 \text{ nm}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

-۵۶ گزینه «۳»

(فسین مفرومی)

برای اختلاف انرژی فوتون گسیل شده در دو حالت مختلف از رابطه زیر

استفاده می کنیم:

$$\Delta E(n_1 \rightarrow n_2) = E_1 - E_2$$

بنابراین به سادگی می توان نشان داد:

$$\Delta E(n_1 \rightarrow n_2) = \Delta E(n_1 \rightarrow n_3) - \Delta E(n_2 \rightarrow n_3)$$

$$\Delta E(n_1 \rightarrow n_2) = \Delta E(n_1 \rightarrow n_3) + \Delta E(n_3 \rightarrow n_2)$$

با این توضیحات، عبارتهای (الف) و (ب) نادرست و عبارتهای (پ) و (ت)

صحیح هستند.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

-۵۷ گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

هنگامی که الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین تر رفته باشد، فوتون گسیل

می شود. انرژی فوتون گسیل شده برابر با اختلاف انرژی دو تراز است. داریم:

$$\Delta E = E_{\text{مبدأ}} - E_{\text{مقصد}} = E_3 - E_2 = \frac{-E_R}{3^2} - \left(\frac{-E_R}{2^2}\right)$$

$$\frac{\Delta E = hf}{E_R = 13/6 \text{ eV}} \rightarrow hf = 13/6 \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) \Rightarrow hf = \frac{17}{9} \text{ eV}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه های ۱۲۵ تا ۱۲۹)



<p>۶۱- گزینه «۳» (معمرد علی راست پیمان)</p> <p>چون شیب خط $Z = N$ برابر با یک است، خطی که بر آن عمود باشد دارای شیب منفی یک است.</p> $\frac{\Delta Z}{\Delta N} = -1$ $\Rightarrow \frac{Z_2 - Z_1}{N_2 - N_1} = -1 \Rightarrow Z_2 - Z_1 = -N_2 + N_1$ $\Rightarrow Z_2 + N_2 = Z_1 + N_1 \Rightarrow A_2 = A_1$ <p>بنابراین عناصری که روی این خط قرار داشته باشند دارای عدد جرمی برابر هستند.</p> <p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۱)</p>	<p>۵۸- گزینه «۱» (علیرضا کونه)</p> <p>برای گسیل القایی، انرژی فوتون ورودی باید دقیقاً با اختلاف انرژی‌های دو تراز یعنی $E_U - E_L$ یکسان باشد. همچنین دقت کنید در گسیل القایی یک فوتون وارد و دو فوتون خارج می‌شود.</p> $E_U - E_L = 3eV$ <p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۳۲ و ۱۳۳)</p> <hr/> <p>۵۹- گزینه «۲» (عبدالرضا امینی نسب)</p> <p>ویژگی‌های هسته اتم را تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته تعیین می‌کند و خواص شیمیایی مربوط به تعداد پروتون‌های هسته است، به همین دلیل است که ایزوتوپ‌های یک عنصر خواص شیمیایی یکسانی دارند ولی خواص هسته‌ای آن‌ها متفاوت است.</p> <p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه ۱۳۹)</p>
<p>۶۲- گزینه «۲» (علیرضا کونه)</p> <p>در واپاشی β^-، یکی از نوترون‌های درون هسته به یک پروتون و الکترون تبدیل می‌شود</p> ${}^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z+1} Y_{N-1} + {}^0_{-1} \beta^-$ <p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)</p>	<p>۶۰- گزینه «۳» (علیرضا کونه)</p> <p>اندازه نیروی گرانشی بین نوکلئون‌های هسته ضعیف‌تر از اندازه نیروی الکترواستاتیکی رانشی بین پروتون‌ها است.</p> <p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه ۱۴۰)</p>



<p>۶۵- گزینه «۴» (مسعود قره‌فانی)</p> <p>نیمه‌عمر مدت زمانی است تا تعداد هسته‌های فعال یک عنصر رادیواکتیو نصف شود بنابراین هر چه نیمه‌عمر عنصری کوتاه‌تر باشد، تعداد هسته‌های فعال آن سریع‌تر کاهش خواهد یافت و در نتیجه شیب نمودار تندتر می‌شود.</p> <p>بنابراین داریم:</p> $t_C > t_A > t_B$ <p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)</p>	<p>۶۳- گزینه «۴» (بهنام رستمی)</p> <p>با توجه به قاعده دست راست پرتوی (۱) پرتوی بتای منفی و پرتوی (۲) پرتوی گاما است. بنابراین عبارت (ب) درست است.</p> <p>بررسی سایر جملات:</p> <p>عبارت (الف) نادرست است زیرا با توجه به تصویر، میزان انحراف پرتوی (۱) بیشتر از پرتوی (۳) است.</p> <p>عبارت‌های (ب) و (ت) نادرست هستند، زیرا در تمام فرایندهای واپاشی پرتوزا مشاهده شده است که تعداد کل نوکلئون‌ها در طی فرایند واپاشی هسته‌ها پایسته است؛ یعنی تعداد نوکلئون‌های پیش از فرایند با تعداد نوکلئون‌های پس از فرایند مساوی است.</p> <p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)</p>
<p>۶۶- گزینه «۲» (مسعود قره‌فانی)</p> <p>مقدار $۶/۲۵$ درصد معادل $\frac{1}{۱۶}$ است. یعنی می‌توان نوشت:</p> $\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 4$ <p>یعنی در ۳۶ روز ۴ نیمه‌عمر گذشته است و داریم:</p> $n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow 4 = \frac{36}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = 9 \text{ روز}$ <p>پس از ۱۸ روز دو نیمه‌عمر دیگر می‌گذرد و داریم:</p> $\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64} \approx 1/5\%$ <p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)</p>	<p>۶۴- گزینه «۱» (عبدالرضا امینی نسب)</p> $\begin{aligned} \frac{A}{Z} Y_N &\rightarrow \frac{196}{79} X_{117} + 3({}_2^4\alpha) + 1({}_+1^0\beta) \\ \Rightarrow \begin{cases} A = 196 + (3 \times 4) + 0 = 208 \\ Z = 79 + (3 \times 2) + 1 = 86 \end{cases} \\ A = Z + N &\Rightarrow 208 = 86 + N \Rightarrow N = 122 \end{aligned}$ <p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)</p>



<p>۶۹- گزینه «۳» (بهنام رستمی)</p> <p>در راکتورهای هسته‌ای، از موادی مانند آب معمولی، آب سنگین و گرافیت به‌عنوان کندساز نوترون‌ها و از موادی مانند کادمیم و بور برای تنظیم آهنگ واکنش شکافت یعنی کنترل تعداد نوترون‌های موجود برای به‌وجود آوردن شکافت، استفاده می‌شود.</p>	<p>۶۷- گزینه «۱» (فسرو ارغوانی‌فر) $m \rightarrow \frac{m}{2} \rightarrow \frac{m}{4} \rightarrow \frac{m}{8} \rightarrow \frac{m}{16} \rightarrow \frac{m}{32}$</p> <p>پس از گذشت ۸۰ سال، $\frac{31}{32}m$ واپاشی می‌شود و $\frac{1}{32}m$ از آن فعال می‌ماند.</p> <p>این مدت معادل ۵ نیم‌عمر است پس: $\Delta T_1 = 80 \Rightarrow T_1 = 16$ سال $\frac{1}{2}$</p> <p>طبق نمودار بالا می‌دانیم پس از گذشت ۴ نیم‌عمر یعنی ۶۴ سال، $\frac{1}{16}$ جرم فعال اولیه از این عنصر فعال می‌ماند.</p>
<p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۲)</p> <p>-----</p> <p>۷۰- گزینه «۱» (مهم‌علی راست‌پیمان)</p>	<p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)</p> <p>-----</p>
<p>از شکافت اورانیوم ۲۳۵، که با یک نوترون کند آغاز می‌شود، مقدار زیادی انرژی آزاد می‌شود. اصل پایداری جرم به تنهایی برقرار نیست. جرم واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از جرم محصولات واکنش است که اختلاف جرم به‌صورت انرژی آزاد می‌شود که بخشی از این انرژی، به‌صورت انرژی جنبشی محصولات واکنش خواهد بود.</p> <p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۲)</p>	<p>۶۸- گزینه «۴» (ممنن قندی‌لر)</p> <p>طبق رابطه $N = \frac{N_0}{2^n}$، که در آن n تعداد نیم‌عمر است، برای هر دو عنصر که تعداد نیم‌عمر برابری را سپری کرده‌اند، درصد باقی‌مانده برابر است. اما در قسمت دوم، چون نیم‌عمر A بیشتر از نیم‌عمر B است، در نتیجه پس از گذشت زمانی برابر، عنصر B درصد بیشتری از خود را واپاشی می‌کند.</p> <p>(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)</p> <p>-----</p>



فیزیک ۲

۷۱- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

وقتی به جسمی n الکترون بدهیم، بار الکتریکی آن به اندازه $\Delta q = -ne$ تغییر می‌کند. بنابراین چون بار اولیه جسم $q_1 = +q$ است، با دادن الکترون به آن داریم:

$$q_2 = q_1 + \Delta q \xrightarrow{\Delta q = -ne} q_2 = q_1 - ne$$

از طرف دیگر، چون اندازه بار الکتریکی $\frac{1}{4}$ مقدار اولیه و نوع بار آن مخالف بار اولیه‌اش است، می‌توان نوشت:

$$q_2 = -\frac{1}{4}q_1 \xrightarrow{q_2 = q_1 - ne} -\frac{1}{4}q_1 = q_1 - ne$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}q_1 = ne \xrightarrow[n = 5 \times 10^{14}, e = 1.6 \times 10^{-19} C]{} \frac{5}{4}q_1 = 5 \times 10^{14} \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow q_1 = 6.4 \times 10^{-5} C = 64 \mu C$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲ و ۵)

۷۲- گزینه «۴»

(زهرا آقاممیری)

چون بار q_3 در حالت تعادل قرار دارد، پس بارهای q_1 و q_2 غیرهم‌نامند. از طرفی بزرگی میدان‌های حاصل از بارهای q_1 و q_2 در محل بار q_3 برابر است. داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{r^2} = k \frac{|q_2|}{r^2} \Rightarrow |q_1| = |q_2|$$

اگر $q_2 = q$ باشد، داریم:

$$q_1 = -4q$$

اگر ۵۰ درصد از بار q_1 یعنی مقدار $(-2q)$ را به بار q_2 منتقل کنیم، آرایش جدید بارها مطابق شکل زیر خواهد شد:

اکنون اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_3 و اندازه نیروی بین دو بار q_2 و q_3 را می‌یابیم. چون بارهای q_1' و q_2' هم‌علامت هستند، بنابراین جهت نیروهای وارد بر بار q_3 از طرف این دو بار یکسان خواهد بود و داریم:

$$\begin{cases} F_1 = k \frac{|-2q||q_3|}{4r^2} = \frac{1}{2} k \frac{|q||q_3|}{r^2} \\ F_2 = k \frac{|-q||q_3|}{r^2} = k \frac{|q||q_3|}{r^2} \end{cases}$$

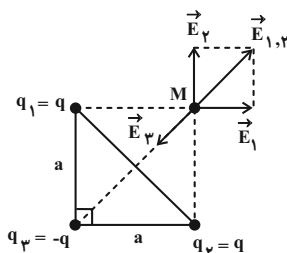
$$\frac{(F_{net})_x}{F_y} = \frac{F_1 + F_2}{F_y} = \frac{\frac{1}{2} k \frac{|q||q_3|}{r^2}}{k \frac{|q||q_3|}{r^2}} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۵ و ۱۷)

۷۳- گزینه «۲»

(بابک اسلامی)

با استفاده از رابطه بزرگی میدان الکتریکی ناشی از یک ذره باردار و با توجه به این‌که اندازه بارهای q_1 و q_2 و همچنین فاصله آن‌ها تا نقطه M یکسان است، می‌توان نوشت:



$$E_1 = E_2 = k \frac{|q|}{a^2}$$

$$E_{1,2} = k \frac{|q|}{a^2} \sqrt{2}$$

$$E_3 = k \frac{|q|}{2a^2}$$

از طرفی چون علامت بار q_3 منفی است، بنابراین با توجه به جهت میدان‌های $\vec{E}_{1,2}$ و \vec{E}_3 داریم:

$$E_M = E_{1,2} - E_3 = \frac{k|q|}{a^2} \sqrt{2} - k \frac{|q|}{2a^2} = k \frac{|q|}{a^2} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow E_M = \left(\frac{2\sqrt{2}-1}{2} \right) k \frac{|q|}{a^2} = \left(\frac{2\sqrt{2}-1}{2} \right) E_1$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۰ و ۱۷)

۷۴- گزینه «۳»

(علیرضا کونه)

با توجه به این‌که اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B یعنی $(V_A - V_B)$ به اندازه ۲۰ ولت بیشتر از اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه B و C یعنی $(V_C - V_B)$ است، می‌توانیم بنویسیم:

$$V_A - V_B = V_C - V_B + 20 \Rightarrow V_A - V_C = 20V$$

حال با استفاده از رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ می‌توانیم تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار $q = -5 \mu C$ در حرکت از نقطه A تا نقطه C را به دست آوریم.

$$I_V R_V = I_A (R_A + R)$$

$$\Rightarrow I_V \times 10^4 = 0.2(1+119) \Rightarrow I_V = 2/4 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$n = \frac{q}{e} = \frac{I_V t}{e} = \frac{2/4 \times 10^{-3} \times 60}{1/6 \times 10^{-19}} = 9 \times 10^{17}$$

(فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۷۸- گزینه «۴» (بایک اسلامی)

با استفاده از رابطه بین مقاومت الکتریکی و تغییرات دما، داریم:

$$R_T = R_1(1 + \alpha \Delta \theta)$$

$$\Rightarrow \frac{R_T}{R_1} = 1 + 4/5 \times 10^{-3} \times (2793 - 293) \Rightarrow \frac{R_T}{R_1} = 12/25$$

(فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۷۹- گزینه «۲» (امیرامرد میرسعید)

با توجه به متن کتاب درسی، فقط گزینه «۲» صحیح است.

(فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۸۰- گزینه «۱» (عمید زرین‌کفش)

مقاومت استوانه با قطر مقطع d را R_1 و مقاومت استوانه با قطر مقطع $2d$ را R_2 می‌نامیم. با توجه به رابطه بین مقاومت و ویژگی‌های ساختمانی آن، داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\frac{\rho_1 = \rho_2}{A \propto d^2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L}{1/5L} \times \left(\frac{d}{2d}\right)^2$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{2}{3} \Omega$$

چون R_1 و R_2 موازی‌اند، داریم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{4}{3} \Omega$$

برای جریان عبوری از باتری داریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{4}{\frac{4}{3} + 1} = 3 \text{ A}$$

و در نهایت توان خروجی باتری برابر است با:

$$P_{\text{خروجی}} = \mathcal{E}I - rI^2 = 4 \times 3 - 1 \times 3^2 = 9 \text{ W}$$

(فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱، ۵۲ و ۶۱ تا ۷۷)

$$V_C - V_A = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{V_C - V_A = -20 \text{ V}} -20 = \frac{\Delta U}{-5 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow \Delta U = 10^{-4} \text{ J} = 0.1 \text{ mJ}$$

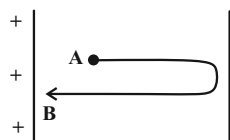
بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در طی حرکت از نقطه A تا نقطه

C به اندازه 0.1 میلی‌ژول افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۷۵- گزینه «۱» (امیرامرد میرسعید)

قطعاً علامت بار q منفی بوده است تا پس از پرتاب به صفحه مثبت رسیده و برخورد کرده است. چون اتلاف انرژی نداریم، می‌توان نوشت:



$$\Delta U + \Delta K = 0 \Rightarrow \Delta U + (K_B - K_A) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta U = -\frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = -\frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times (36 - 16)$$

$$\Rightarrow \Delta U = -2 \text{ J}$$

$$\Delta U = -|q| E d \cos \theta \Rightarrow -|q| \times 10^6 \times 4 \times 10^{-2} \times \cos 0 = -2$$

$$\Rightarrow |q| = 5 \times 10^{-6} \text{ C} \xrightarrow{q < 0} q = -5 \mu \text{ C}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۷۶- گزینه «۳» (سین مرفویی)

چون خازن به مولد متصل است، ولتاژ خازن ثابت است. ابتدا تغییر ظرفیت خازن را مشخص می‌کنیم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{d_1}{d_2} = \frac{2}{1} \times \frac{d}{\frac{d}{2}} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 4$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \xrightarrow{V_1 = V_2} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} = 4$$

$$Q = C V \xrightarrow{V_1 = V_2} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} = 4$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۷- گزینه «۴» (مصطفی واتقی)

ولت‌سنج به معادل شاخه بالا به صورت موازی متصل شده است. بنابراین

اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با یکدیگر برابر است و داریم:



چون مقاومت‌ها متوالی هستند، مقاومت معادل مدار را با جمع کردن کلیه مقاومت‌ها به دست می‌آوریم. داریم:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 6 + 5 + 3 = 14 \Omega$$

برای محاسبه توان مصرفی مقاومت R_3 داریم:

$$P_3 = R_3 I^2 = 3 \times 4^2 = 48 \text{ W}$$

(فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۷۷)

(امیرامیر میرسعید)

۸۳- گزینه «۴»

الف) صحیح است.

ب) وجود هسته آهنی باعث تقویت میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله حامل جریان می‌شود، پس این عبارت نادرست است.

پ) صحیح است.

ت) نادرست است.

(فیزیک ۲: مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۴ و ۹۹ تا ۱۰۳)

(زهرا آقاممدری)

۸۴- گزینه «۴»

ابتدا بزرگی نیروهای وارد بر ذره باردار را از طرف میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی محاسبه می‌کنیم؛ داریم:

$$F_E = |q| E = 10 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^4 = 0.2 \text{ N}$$

$$F_B = |q| v B \sin \theta = 10 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^5 \times 0.4 = 0.2 \text{ N}$$

می‌دانیم که در میدان الکتریکی، جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار مثبت، هم‌جهت با خط‌های میدان است، پس نیروی الکتریکی وارد بر ذره برون‌سو است. از طرفی جهت نیروی مغناطیسی با استفاده از قاعده دست راست تعیین می‌شود که جهت آن نیز برون‌سو است. پس داریم:

$$F_{net} = F_B + F_E = 0.4 \text{ N}$$

(فیزیک ۲: مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

(مبتنی قلیل ارجمندی)

۸۵- گزینه «۳»

طبق رابطه اندازه میدان در مرکز پیچه داریم:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$$

$$N = \frac{\theta}{360^\circ} = \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6}$$

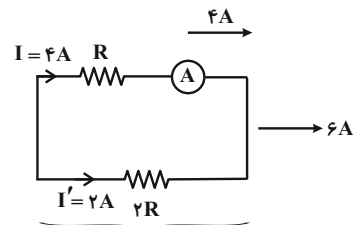
$$\left. \begin{array}{l} \mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \\ I = 3 \text{ A}, N = \frac{1}{6}, R = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m} \end{array} \right\}$$

$$B = \frac{12 \times 10^{-7} \times \frac{1}{6} \times 3}{2 \times 0.1} = 3 \times 10^{-6} \text{ T} = 0.3 \mu\text{T}$$

(معمومه شریعت ناصری)

۸۱- گزینه «۱»

اگر هر دو کلید بسته باشند، مقاومت R در سمت چپ اتصال کوتاه شده و داریم:

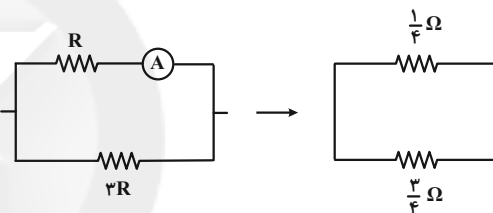


جریان این شاخه نصف شاخه بالاست

$$I_{\text{کل}} = 4 \text{ A} \rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\gamma}{R_{eq} + 1}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{1}{6} \Omega \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{R \times 2R}{R + 2R} \Rightarrow R = \frac{1}{4} \Omega$$

اگر فقط کلید k_2 را باز کنیم، مطابق شکل زیر داریم:



$$R'_{eq} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{2}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{2}{4}} = \frac{3}{16} \Omega$$

$$I'_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{\gamma}{\frac{3}{16} + 1} \Rightarrow I'_{\text{کل}} = \frac{112}{19} \text{ A}$$

جریان گذرنده از آمپرسنج در این حالت برابر است با:

$$I' = \frac{2R}{R + 2R} I'_{\text{کل}} = \frac{3}{4} \times \frac{112}{19} \Rightarrow I' = \frac{84}{19} \text{ A}$$

بنابراین درصد تغییرات جریان عبوری از آمپرسنج برابر است با:

$$\frac{I' - I}{I} \times 100 = \frac{\frac{84}{19} - 4}{4} \times 100 = 10\%$$

(فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۷۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

۸۲- گزینه «۳»

ابتدا به کمک قانون اهم، مقاومت مجهول R_2 را می‌یابیم. دقت کنید جریان عبوری از آمپرسنج از تک تک مقاومت‌ها می‌گذرد. بنابراین داریم:

$$R_2 = \frac{V}{I} = \frac{20}{4} = 5 \Omega$$



(مسعود قره‌فانی)

۸۸- گزینه «۳»

عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد $V = \mathcal{E} - Ir$ است و چون I

کاهش یافته، V افزایش یافته است. طبق رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$ ، افزایش R

باعث کاهش I می‌شود، پس دانش‌آموز مقاومت رتوستا را افزایش داده

است. با کاهش I میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله سمت چپ کاهش پیدا

کرده و طبق قانون لنز جریانی که در سیم‌لوله سمت راست القا می‌شود باید با

این تغییرات مقابله کند. بنابراین جریان عبوری از مقاومت R' از B به

A خواهد بود.

(فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و پیرایان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

(ممدعلی راست‌پیمان)

۸۹- گزینه «۲»

می‌دانیم ضریب القاوری سیم‌لوله با مربع تعداد دورهای آن متناسب است.

$$L \propto N^2$$

و انرژی ذخیره شده در سیم‌لوله نیز با ضریب القاوری آن متناسب است.

$$U \propto L$$

در نتیجه:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 = (2)^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 4$$

(فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و پیرایان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

(بهنام رستمی)

۹۰- گزینه «۱»

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{20} \Rightarrow T = \frac{4}{20} \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{4}{20}} = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

معادله جریان: $I = I_{\max} \sin \omega t \Rightarrow I = 4 \sin(10\pi)t$

$$\frac{t=1}{40} \rightarrow I = 4 \times \sin \frac{10\pi}{40} = 4 \times \sin \frac{\pi}{4} = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ A}$$

$$P = RI^2 = 5 \times (2\sqrt{2})^2 = 40 \text{ W}$$

(فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و پیرایان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

طبق قاعده دست راست، جهت میدان ناشی از جریان پیچه در مرکزش به صورت برون سو \odot است. اما چون قطعه مسی از مواد دیامغناطیسی است، میدان پیچه در آن سبب القای میدان مغناطیسی خلاف میدان اولیه می‌شود، پس میدان ایجاد شده در قطعه، درون سو است \otimes .

(فیزیک ۲: مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹ و ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۸۶- گزینه «۱»

(شارمان ویسی)

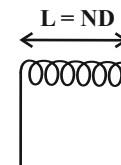
اندازه میدان مغناطیسی داخل سیم‌لوله آرمانی از رابطه

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

ردیف به هم چسبیده‌اند، داریم:

طول سیم‌لوله = تعداد حلقه‌ها \times قطر هر حلقه

$$\Rightarrow D \times N = L$$



$$B = \mu_0 \frac{NI}{ND} \Rightarrow B = \mu_0 \frac{I}{D}$$

(فیزیک ۲: مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۸۷- گزینه «۲»

(شارمان ویسی)

در حالت اول چون سطح حلقه بر خط‌های میدان مغناطیسی عمود است:

$$\theta_1 = 0 \Rightarrow \cos \theta_1 = 1$$

و در حالت دوم خطوط میدان با سطح حلقه زاویه 60° درجه می‌سازند. یعنی:

$$\theta_2 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$|\bar{\mathcal{E}}| = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{AB(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow |\bar{\mathcal{E}}| = -1 \times \frac{0.1 \times 2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)}{10^{-3}} \Rightarrow |\bar{\mathcal{E}}| = 30 \text{ V}$$

(فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و پیرایان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۵)



شیمی ۳

۹۱- گزینه «۴»

(مفسر عظیمیان زواره)

فرمول مولکولی پارازایلن و سیکلوهگزان به ترتیب C_8H_{10} و C_6H_{12}

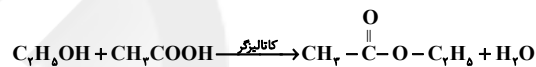
می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست، اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید در نفت خام وجود نداشته و

هر کدام دارای دو پیوند $O-H$ می‌باشند.(۲) درست، اتیل استات (حلال چسب) با فرمول $C_4H_8O_2$ به صورت

واکنش زیر تولید می‌شود:



(۳) درست، فراورده این واکنش متانول است که می‌توان آن را از چوب نیز

تهیه کرد.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱۲، ۱۱۴، ۱۱۵ و ۱۱۸)

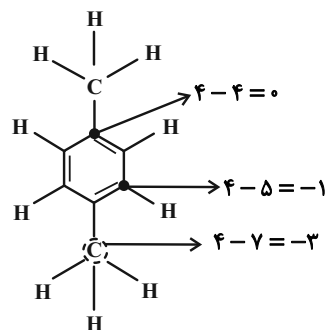
۹۲- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های الف و ب و ت نادرست است. بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست، در پارازایلن اتم‌های کربن دارای عدد اکسایش ۱- و ۰ و ۳-

هستند. (۳ نوع)



(ب) نادرست، در واکنش تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید از محلول غلیظ

پنتاسیم پرمنگنات به عنوان اکسنده استفاده می‌شود.

(پ) درست - مطابق متن کتاب درسی (صفحة ۱۱۹)

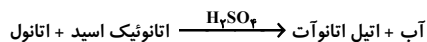
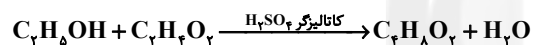
(ت) نادرست - برای تولید اتیلن گلیکول، از اکسایش اتیلن در حضور محلول

آبی و رقیق پنتاسیم پرمنگنات استفاده می‌کنند.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱۲، ۱۱۶ و ۱۱۹)

۹۳- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

(اتیل استات) اتیل اتانوات به عنوان حلال چسب کاربرد دارد. \Rightarrow 

$$6 \text{ mL محلول} \times \frac{1}{2} \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}} \times \frac{75 \text{ g } C_2H_4O_2}{100 \text{ g محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_2H_4O_2}{60 \text{ g } C_2H_4O_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_4H_8O_2}{116 \text{ g } C_4H_8O_2} \times \frac{116 \text{ g } C_4H_8O_2}{1 \text{ mol } C_4H_8O_2}$$

مقدار نظری $7/92 \text{ g}$

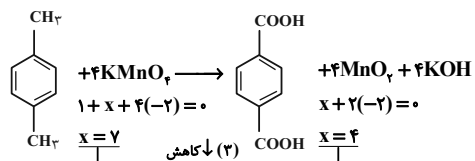
$$\%R = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100\% = \frac{5/94}{7/92} \times 100\% = 75\%$$

(شیمی ۳، صفحه ۱۱۲)

۹۴- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

از معادله موازنه شده واکنش داریم:





$$-(C_8H_8O_4)_n \text{ جرم مولی} = 600 \times 192 = 115200 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

(کامران یعقوبی)

۹۶- گزینه «۳»

مورد اول- نادرست: مونومرهای آن به طور مستقیم از نفت خام بدست

نمی‌آیند.

مورد دوم- نادرست: در تولید آن جهت تبدیل مواد از اکسندوها استفاده

می‌گردد.

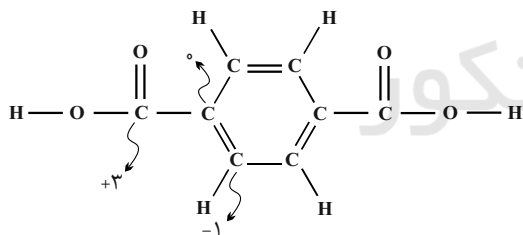
مورد سوم- درست

مورد چهارم - نادرست: هر واحد تکرارشونده دارای ۴ اکسیژن است که در

مجموع ۸ جفت الکترون ناپیوندی دارند.

مورد پنجم - درست: بالاترین عدد اکسایش کربن در آن ۳+ و کمترین ۱-

است و اختلاف برابر ۴ است.



(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

(امیر ماثمیان)

۹۷- گزینه «۱»

موارد الف و ب و پ نادرست هستند.

بررسی موارد:

الف) شکل درست

تغییر عدد اکسایش گونه اکسند ۳ می‌باشد.

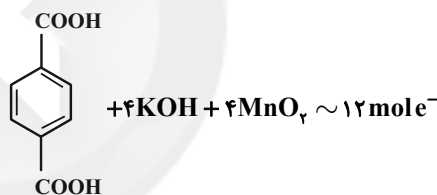
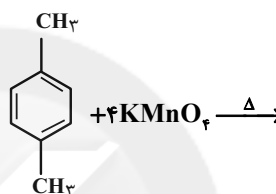
$$? \text{ ml محلول} = \text{Ag } C_8H_8O_4 \times \frac{83}{100} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_8O_4}{166 \text{ g } C_8H_8O_4}$$

$$\times \frac{4 \text{ mol } KMnO_4}{1 \text{ mol } C_8H_8O_4} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{4 \text{ mol } KMnO_4} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 400 \text{ ml محلول}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

(امیر ماثمیان)

۹۵- گزینه «۱»

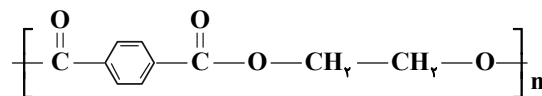


در واکنش تبدیل ۱ مول پارازایلن به ۱ مول ترفتالیک اسید ۱۲ مول الکترون

مبادله می‌شود. بنابراین مقدار ترفتالیک اسید به ازای مبادله ۳۶ مول الکترون

برابر ۳ مول است:

$$18 \times 10^{23} = 3 \times 6 \times 10^{23} = \text{تعداد کل مولکول‌های ترفتالیک اسید}$$



$$192 = \text{جرم مولی هر واحد تکرارشونده}$$

$$\text{تعداد مولکول اسید شرکت کنند در هر زنجیر پلیمر} = \frac{18 \times 10^{23}}{3 \times 10^{21}}$$

$$= 600 \Rightarrow n = 600$$



(اکبر هنرمند)

۹۹- گزینه «۳»

(آ) با وجود غلظت بالای یون پرمنگنات (اکسنده)، باز هم شرایط انجام واکنش تبدیل پارازیلن به ترفتالیک اسید تأمین نمی‌شود، مگر آن‌که دمای مخلوط افزایش یابد.

(ب)

$$A(C_7H_6) = \%C = \frac{\text{جرم اتم‌های C}}{\text{جرم } C_7H_6} \times 100 = \frac{2 \times 12}{28} \times 100 = \%85.7$$

$$B(C_8H_{10}) = \%C = \frac{\text{جرم اتم‌های C}}{\text{جرم } C_8H_{10}} \times 100 = \frac{8 \times 12}{106} \times 100 = \%90.6$$

روش دوم: چون نسبت $\frac{C}{H}$ در C_8H_{10} نسبت به C_7H_6 بیشتر است، بنابراین

درصد جرمی کربن در پارازیلن بیشتر است.

$$(I) C_7H_6O_2 : x + 6(+1) + 2(-2) = 0 \Rightarrow x = -2 \quad (ب)$$

$$(II) C_8H_6O_4 : y + 6(+1) + 4(-2) = 0 \Rightarrow y = +2$$

$$C_7H_6O_2 \text{ در } \frac{C}{H} = \frac{(2 \times 4) + (6 \times 1) + (2 \times 2)}{2} = 9 \quad (ت)$$

$$C_8H_6O_4 \text{ در } \frac{C}{H} = \frac{(8 \times 4) + (6 \times 1) + (4 \times 2)}{2} = 23$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

(رسول غابریلی زواره)

۱۰۰- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

عبارت‌های (ب) و (ت) درست است.

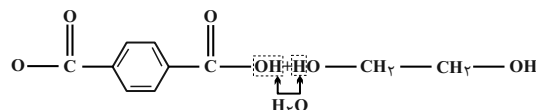
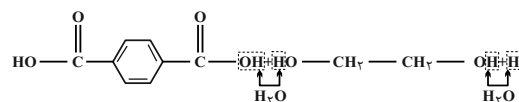
(آ) از واکنش اتن با هیدروژن کلرید، ترکیب کلرواتان به دست می‌آید که در افشانه‌های بی‌حس‌کننده موضعی کاربرد دارد.

(ب) از واکنش اتن با آب، اتانول به دست می‌آید که نوعی حلال آلی است.

(پ) اتیل استات حلال چسب است که از واکنش اتانول و اتانویک اسید تولید می‌شود.

(ت) در دما و فشار بالا، از واکنش پلیمری شدن اتن، پلی‌اتن تولید می‌شود.

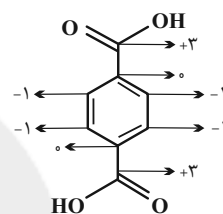
(شیمی ۳، صفحه ۱۱۲)



مطابق شکل بالا ۳ مولکول H_2O آزاد می‌شود.

(ب) نادرست، پتاسیم پرمنگنات نقش اکسنده را دارد.

(ب) نادرست



$+2 =$ مجموع عددهای اکسایش کربن‌ها

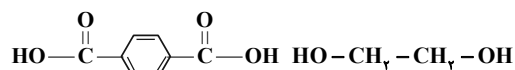
(ت) درست است.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

(علی رفیعی)

۹۸- گزینه «۲»

مونومرهای تشکیل دهنده PET:

 $(C_8H_6O_4)$ $(C_2H_4O_2)$

الف) عناصر هر دو C، H و O می‌باشد.

ب) تعداد هیدروژن هر دو ترکیب یکسان است.

ج) دو ترکیب تعداد اکسیژن نابرابر دارند.

د) فقط ترفتالیک اسید خاصیت آروماتیکی دارد.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)



شیمی ۱

گزینه «۲» - ۱۰۱

(امیر هاتمیان)

محاسبه تعداد ذره‌های با بارنسی (-۱) که همان الکترون است در ۰/۲۵ مول گونه N_3^- (آزید):

$$\text{تعداد الکترون در } \text{N}_3^- = 3(7) + 1 = 22e^-$$

$$\text{یون } \text{N}_3^- \text{ تعداد } e^- = 0.25 \text{ mol } \text{N}_3^- \times \frac{N_A}{1 \text{ mol } \text{N}_3^-}$$

$$\times \frac{22e^-}{\text{یک یون } \text{N}_3^-} = 5 / 5 N_A e^-$$

محاسبه تعداد اتم‌های اکسیژن در ۴۹ گرم ترکیب H_2SO_4 :

$$\text{اتم O} = 49 \text{ g } \text{H}_2\text{SO}_4 \times \frac{1 \text{ mol } \text{H}_2\text{SO}_4}{98 \text{ g } \text{H}_2\text{SO}_4} \times \frac{N_A \text{ مولکول}}{1 \text{ mol } \text{H}_2\text{SO}_4}$$

$$\times \frac{4 \text{ اتم O}}{1 \text{ مولکول } \text{H}_2\text{SO}_4} = 2 N_A \text{ اتم O}$$

$$\frac{5 / 5 N_A}{2 N_A} = 2 / 75$$

(شیمی ۱، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

گزینه «۱» - ۱۰۲

(ممیر زینی)

ابتدا جرم حل شونده موجود در محلول سیرشده در دمای 15°C را

محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم حل شونده} + \text{جرم آب} = \text{جرم آب} \times 100$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{180}{180 + x} \times 100 \Rightarrow x = 20 \text{ g}$$

پس ۴۰ گرم نمک در ته ظرف رسوب کرده است: $60 - 20 = 40$

در نهایت جرم آب لازم برای انحلال ۴۰ گرم نمک را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{آب } 40 \text{ g } = 40 \text{ g } A \times \frac{180 \text{ g آب}}{20 \text{ g } A}$$

(شیمی ۱، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۲)

گزینه «۴» - ۱۰۳

(امیر هاتمیان)

اگر ۴۰ گرم نمک A را در ۵۰ گرم آب حل کنیم محلول سیرشده حاصل می‌شود. محلول‌های حاصل از نمک‌های B و D سیر نشده می‌شوند.

$$\text{نمک A} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{آب} & \text{A} \\ 100 \text{ g} & \sim 80 \text{ g} \\ 50 \text{ g} & \sim x \end{bmatrix} \rightarrow x = 40 \text{ g}$$

$$\text{جرم محلول سیرشده} = 50 + 40 = 90$$

$$\text{نمک B} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{آب} & \text{B} \\ 100 \text{ g} & \sim 100 \text{ g} \\ 50 \text{ g} & \sim x \end{bmatrix} \rightarrow x = 50 \text{ g} \rightarrow \text{محلول سیر نشده است.}$$

$$\text{نمک C} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{آب} & \text{C} \\ 100 \text{ g} & \sim 70 \text{ g} \\ 50 \text{ g} & \sim x \end{bmatrix} \rightarrow x = 35 \text{ g}$$

پس از ۴۰ گرم C فقط ۳۵ گرم آن حل می‌شود پس داریم:

$$\text{جرم محلول سیرشده} = 50 + 35 = 85 \text{ g}$$

$$\text{نمک D} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{آب} & \text{D} \\ 100 \text{ g} & \sim 120 \text{ g} \\ 50 \text{ g} & \sim x \end{bmatrix} \rightarrow x = 60 \text{ g} \rightarrow \text{محلول سیر نشده است.}$$

پس جرم محلول سیرشده نمک C از همه کمتر است.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

گزینه «۱» - ۱۰۴

(علیرضا کیانی دوست)

$$\begin{cases} 2 \times 10^{-3} \text{ mol NO} \times \frac{30 \text{ g}}{1 \text{ mol NO}} = 6 \times 10^{-2} \text{ g} \\ 200 \text{ ml} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 200 \text{ gr} \text{ محلول} \end{cases}$$

$$\text{ppm} = \frac{6 \times 10^{-2}}{200} \times 10^6 = 300$$

$$S = \frac{6 \times 10^{-2} \text{ g}}{200 \text{ g}} \times 100 = 3 \times 10^{-2}$$

(شیمی ۱، صفحه‌های ۹۴، ۹۵ و ۱۰۰)



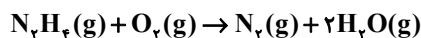
$$\left\{ \begin{array}{l} 10\% \text{ چربی} \\ 10\% \text{ پروتئین} \\ 30\% \text{ کربوهیدرات} \end{array} \Rightarrow \frac{\text{جرم کربوهیدرات}}{10+10} = \frac{3}{20} = 0.15$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

(امیر فاطمیان)

۱۰۷ - گزینه «۱»

آنتالپی واکنش خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:



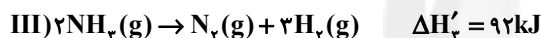
(۱) واکنش I را معکوس می‌کنیم.



(۲) معادله واکنش (II) بدون تغییر



(۳) معادله واکنش (III) را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم.



$$\Delta H_{\text{کل}} = \Delta H'_1 + \Delta H'_2 + \Delta H'_3$$

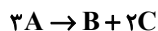
$$= -183 - 486 + 92 = -577 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

(امیر فاطمیان)

۱۰۸ - گزینه «۱»

تغییر غلظت (مول) با ضرایب استوکیومتری مواد متناسب است. در ۲۰ ثانیه اول تغییر غلظت A، B و C به ترتیب برابر $1/5$ ، $0/5$ و 1 است. بنابراین ضرایب استوکیومتری A، B و C به ترتیب ۳، ۱ و ۲ است. چون تغییر غلظت A منفی است A واکنش دهنده و تغییرات غلظت B و C مثبت است بنابراین C و B فراورده هستند.



در ۲۰ ثانیه دوم تغییر غلظت A برابر است با:

$$40 \text{ تا } 20 \quad \frac{\text{mol}}{\text{L}} \quad |\Delta[A]| = |0/75 - 1/5| = 0/75$$

با توجه به ضرایب استوکیومتری مواد تغییر غلظت در بازه زمانی ۲۰ تا ۴۰

برای مواد B و C برابر خواهد بود با:

(پورا رسنگاری)

۱۰۵ - گزینه «۴»

در مخلوط داده شده تنها گازهای بوتن و بوتین با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند. تعداد مول‌های بوتین را برابر با $4x$ و تعداد مول بوتن را برابر با $3x$ مول در نظر می‌گیریم؛ $24/64$ لیتر گاز هیدروژن در شرایط استاندارد معادل با $1/1 = \frac{24/64}{22/4}$ مول از این گاز است. واکنش هر دو گاز بوتن و بوتین، با گاز هیدروژن را نوشته و تعداد مول‌های مورد نیاز هیدروژن را برای هر کدام را محاسبه می‌کنیم:



$$? \text{ mol H}_2 = 3x \text{ mol C}_4\text{H}_8 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_8} = 3x \text{ mol H}_2$$



$$? \text{ mol H}_2 = 4x \text{ mol C}_4\text{H}_6 \times \frac{2 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_6} = 8x \text{ mol H}_2$$

مجموع تعداد مول گاز هیدروژن مصرف شده برابر با $1/1$ مول است پس

داریم:

$$3x + 8x = 1/1 \Rightarrow x = 0/1 \text{ mol}$$

در نهایت تعداد اتم‌های هیدروژن در $0/1$ مول بوتان را بدست می‌آوریم:

$$? \text{ atm H} : 0/1 \text{ mol C}_4\text{H}_{10} \times \frac{10 \text{ mol atm H}}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_{10}} \\ \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atm H}}{1 \text{ mol atm H}} = 6/02 \times 10^{23} \text{ atm}$$

(شیمی ۱، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹ و ۷۷ تا ۸۱ و شیمی ۲، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

(علی امینی)

۱۰۶ - گزینه «۱»

$$\text{ارزش سوختی تخم مرغ} = \frac{Q}{m'} = \frac{60/1 \text{ kg} \times 2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \times 10^\circ\text{C}}{200 \text{ g}} = 6/01 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$$

طبق فرض سؤال، درصد جرمی چربی و پروتئین را برابر با x و درصد جرمی کربوهیدرات را $2x - 2x$ در نظر می‌گیریم.

$$6/01 = \frac{x}{100} \times 38 + \frac{x}{100} \times 17 + \frac{(2x - 2x)}{100} \times 17$$

$$\Rightarrow 601 = 38x + 17x - 34x + 23 \times 17$$

$$\Rightarrow 21x = 601 - 391 = 210 \Rightarrow x = 10$$



$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{8 \times 10^{-3}} = 0.125 \times 10^{-11} = 1.25 \times 10^{-12}$$

$$= 5^3 \times 10^{-14}$$

$$pH = -\log_{10} 5^3 \times 10^{-14} = 14 - 3 \log_{10} 5 = 11.9$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۵، ۱۶، ۲۰، ۲۱ و ۲۸ تا ۱۰۳)

(روزبه رضوانی)

۱۱۰ - گزینه «۳»

$$H_r \text{ مول اولیه} = 10 \text{ g } H_r \times \frac{1 \text{ mol } H_r}{2 \text{ g } H_r} = 5 \text{ mol } H_r$$

$$H_r \text{ مول تعادلی} = 6 \text{ g } H_r \times \frac{1 \text{ mol } H_r}{2 \text{ g } H_r} = 3 \text{ mol } H_r$$

$$Br_r \text{ مول تعادلی} = 40 \text{ g } Br_r \times \frac{1 \text{ mol } Br_r}{160 \text{ g } Br_r} = 0.25 \text{ mol } Br_r$$



$$\begin{array}{ccc} 5 & a & 0 \\ & 160 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} -x & -x & 2x \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 5-x & a & 2x \\ & 160 & \end{array}$$

$$5-x=3 \Rightarrow x=2 \text{ mol}$$

$$\frac{a}{160} - x = 0.25 \Rightarrow a = 360$$

$$K = \frac{[HBr]^2}{[H_r][Br_r]} \Rightarrow \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^2}{\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{0.25}{5}\right)} \approx 21.3$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{|\Delta[A]|}{\Delta[B]} = \frac{2}{1} \rightarrow \Delta[B] = \frac{|\Delta[A]|}{2} \\ = \frac{0.75}{2} = 0.375 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \\ \frac{|\Delta[A]|}{\Delta[C]} = \frac{2}{2} \rightarrow \Delta[C] = \frac{1}{2} |\Delta[A]| \\ = \frac{2}{2} \times 0.75 = 0.75 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = 0.5 + 0.375 = 0.875 \\ Y = 1 + 0.75 = 1.75 \end{cases}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۱۰۹ - گزینه «۳» (امیر ماثمیان)

در تمام مدت زمان انجام واکنش، از شروع تا پایان قانون پایستگی جرم در

یک واکنش برقرار است. در حین تعادل مجموع جرم CaO و CO_2

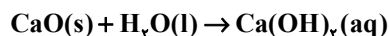
$CaCO_3$ برابر 0.7 گرم است. بنابراین:

$$m_{CaCO_3} + m_{CaO} + m_{CO_2} = 0.7 \text{ g} \rightarrow m_{CO_2}$$

$$= 0.7 \text{ g} - 0.156 \text{ g} = 0.544 \text{ g}$$

اکنون از جرم CO_2 مول CaO و غلظت $Ca(OH)_2$ را بدست

می‌آوریم:



$$? \text{ mol } Ca(OH)_2 = 0.544 \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } CaO}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } Ca(OH)_2}{1 \text{ mol } CaO} = 0.0124 \text{ mol } Ca(OH)_2$$

$$Ca(OH)_2 \text{ غلظت } M = \frac{0.0124}{0.7} = 0.0177 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[OH^-] = M \cdot \alpha \cdot n' = 0.0177 \times 1 \times 2 = 0.0354 \text{ mol.L}^{-1}$$