



آزمون «۲۱ بهمن ۱۴۰۱» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک) مدت پاسخ‌گویی: ۱۶۵ دقیقه تعداد کل سؤالات: ۱۲۰ سؤال

دفترچه سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
انتخابی	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
اجباری	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
اجباری	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
انتخابی	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۰'
		۱۳۱-۱۴۰	
جمع کل	۱۲۰	۱-۱۴۰	۱۶۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی-شاهین پروازی-محمدسجاد پیشوایی-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-طاہر دادستانی-بابک سادات محمدحسن سلامی حسینی- پویان طهرانیان- کامیار علییون-سروش موئینی-سیدجواد نظری-جهانبخش نیکنام-امیر وفائی شهرام ولایی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-معصومه اکبری صحت-مهدی حاجی‌نژادیان-حسین حاجیلو-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی سوگند روشنی-یاسین سپهر-فرشاد صدیقی‌فر-شایان عباچی-رضا عباسی‌اصل-احمدرضا فلاح-سهام مجیدی‌پور-سروش موئینی محمد هجری-امیر وفائی
ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-محسن بهرام‌پور-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-محمد صحت‌کار فرشاد فرامرزی-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم‌علوی-محمدجواد محسنی-مهرداد ملوندی-سروش موئینی-محمد هجری امیر وفائی-فرهاد وفائی
فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-محمد اسدی-بابک اسلامی-عباس اصغری-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران حامد خسروی-بیثا خورشید-محمدعلی راست‌پیمان- بهنام رستمی-مهدی سلطانی-سعید شرق-امیر محمد عبدوی-پوریا علاقه‌مند مسعود قره‌خانی-محسن قندچلر-بهادر کامران-مصطفی کیانی‌علیرضا گونه-غلامرضا محبی-احسان محمدی-حسین مخدومی محمود منصوری-سیدعلی میرنوری-حسام نادری-مجتبی نکوئیان
شیمی	محمدرضا پورچاوید-احمدرضا جعفری‌نژاد-امیر حاتمیان-حمید ذبیحی-یاسر راش-حسن رحمتی‌کوکنده-روزبه رضوانی-علی‌طرفی محمد عظیمیان زواره-رضا فراهانی-علیرضا کیانی‌دوست-محمدحسن محمدزاده‌مقدم-امیرحسین مسلمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مهدی ملارمضانی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین‌کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش پویا رسنگاری محبوبه بیک محمدی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری
مسئول درس مستند سازی	عادل حسینی سمیه اسکندری	امیرحسین ابومحبوب سرژ یقیازاریان تبریزی	امیرحسین ابومحبوب سرژ یقیازاریان تبریزی	بابک اسلامی احسان صادقی	امیرحسین مسلمی سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۶۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۸۹

۱- با فرض $f(x) = x|4x-1|$ ، کدام گزینه نادرست است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$f'_+(1) = 3 \quad (2)$$

$$f'_-(1) = 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = 3 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = 2 \quad (3)$$

۲- خط مجانب قائم نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-a}$ بر خط مماس قائم نمودار تابع $g(x) = \sqrt[3]{x-2}a^2$ منطبق است. مقدار a کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (3)$$

۳- تابع $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{-2x} & ; x < -2 \\ x^2 - 2|x| & ; x \geq -2 \end{cases}$ چند نقطه مشتق ناپذیر دارد؟

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

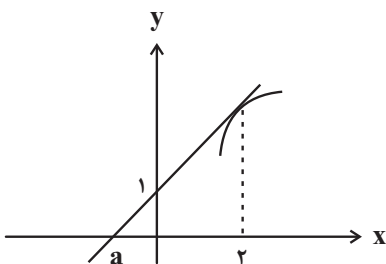
۴- با فرض $f(x) = |1-x| + 1$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x^2+2+h) - f(x^2+2)}{h}$ کدام است؟

$$-1 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$-2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

۵- با توجه به شکل زیر، $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - f^2(2)}{x^2 - 4} = 3$ است. مقدار a کدام است؟

$$-\frac{3}{5} \quad (1)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{2}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{4}{5} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

٦- معادله خط مماس بر نمودار $f(x) = \frac{(x^2 - 4) \tan \frac{\pi x}{3}}{\sqrt{4x+1}}$ در $x = 2$ کدام است؟

$$4x + \sqrt{3}y + 8 = 0 \quad (2)$$

$$4x - \sqrt{3}y = 8 \quad (1)$$

$$4x + \sqrt{3}y = 8 \quad (4)$$

$$4x - \sqrt{3}y + 8 = 0 \quad (3)$$

٧- اختلاف مشتق چپ و راست تابع $f(x) = (x^2 - ax + b) \left[-\frac{4}{x} \right]$ در $x = -1$ برابر a است. مقدار b کدام است؟ ([]، نماد جزء

صحیح است.)

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

٨- تابع $f(x) = \begin{cases} ax-1 & ; x < -1 \\ [2x]x+b & ; x \geq -1 \end{cases}$ در $x = -1$ مشتق پذیر است. مقدار b کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$1 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

$$-1 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

٩- در تابع $f(x) = \frac{|x|}{|x|+k}$ ، اختلاف مشتق چپ و راست در نقطه مشتق ناپذیر $x = 0$ بیشتر از $\frac{2}{3}$ است. k چند مقدار صحیح

می تواند داشته باشد؟

$$5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

$$7 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

١٠- اگر f تابعی پیوسته باشد که $f(1) = 0$ و $f'(1) = -2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{\sqrt{f(\sin x)}}{\cos x}$ کدام است؟

$$-1 \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

ریاضی پایه: حسابان: جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۶/ ریاضی ۱: مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا و عبارتهای جبری: صفحه‌های ۱ تا ۲۷ و ۴۷ تا ۶۷ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۱۱- ریشه سیزدهم عدد $A = \frac{64\sqrt{270}}{3(225)^{\frac{1}{4}}}$ چند برابر $\sqrt{2}$ می‌باشد؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۲- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{4-\sqrt{7}}}{\sqrt{3} + \sqrt{7} - 2}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

۱۳- اگر $x+y=3$ و $x\sqrt{y}+y\sqrt{x}=\sqrt{5}$ باشد. حاصل x^3+y^3 کدام است؟

- (۱) ۱۸
(۲) ۲۰
(۳) ۹
(۴) ۱۶

۱۴- اگر $A = \mathbb{R} - (-5, 1]$ ، $B = [-2, 5]$ و $C = [0, +\infty)$ باشد، متمم مجموعه $B - (A \cup C)$ کدام است؟

- (۱) $[-5, 5]$
(۲) $[-5, 1]$
(۳) $[-2, 5]$
(۴) $[-2, 1]$

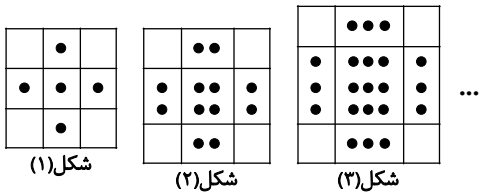
۱۵- در یک کلاس ۴۳ نفره دوازدهم ریاضی، ۳۱ نفر به مهندسی نرم افزار و ۲۵ نفر هم به مهندسی برق علاقه دارند. اگر ۷ نفر هم به

هیچ کدام از این دو رشته علاقه‌مند نباشند، تعداد افراد علاقه‌مند به هر دو رشته کدام است؟

- (۱) ۱۸
(۲) ۲۱
(۳) ۱۹
(۴) ۲۰

محل انجام محاسبات

۱۶- در الگوی شکل مقابل، تعداد نقاط شکل چندم برابر ۱۹۲ است؟



۱۱ (۱)

۱۲ (۲)

۱۳ (۳)

۱۴ (۴)

۱۷- تعداد جملات منفی دنباله $a_n = n^2 - 7n + 10$ با تعداد جملات منفی دنباله $b_n = \frac{n-a}{n+2a}$ برابر است. حدود a کدام است؟

$$\left[-\frac{3}{2}, 3\right] \quad (۲) \quad [-2, 4] \quad (۱)$$

$$\left[-\frac{3}{2}, -1\right) \cup (2, 3] \quad (۴) \quad \left[-2, -\frac{3}{2}\right) \cup (3, 4] \quad (۳)$$

۱۸- بین جملات سوم و هفتم دنباله هندسی $a_n = 5(2)^{n-1}$ ، سه واسطه حسابی قرار می‌دهیم. مجموع این واسطه‌ها کدام است؟

$$\frac{705}{32} \quad (۲) \quad \frac{255}{32} \quad (۱)$$

$$\frac{255}{64} \quad (۴) \quad \frac{705}{64} \quad (۳)$$

۱۹- مجموع ده جمله متوالی از دنباله حسابی $2, 5, 8, \dots$ برابر ۳۳۵ است. شماره جمله آخر برابر با کدام است؟

$$15 \quad (۲) \quad 14 \quad (۱)$$

$$17 \quad (۴) \quad 16 \quad (۳)$$

۲۰- مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی را با S_n و مجموع معکوس‌های n جمله اول را با T_n نمایش می‌دهیم. در این دنباله اگر

$$S_{19} = 18T_{19} \text{ باشد، جمله دهم کدام می‌تواند باشد؟}$$

$$-1 \quad (۲) \quad 9 \quad (۱)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (۴) \quad -3\sqrt{2} \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی (تاسر ویژگی بازتابندگی سهمی): صفحه‌های ۴۷ تا ۵۶ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۲۱- خروج از مرکز یک بیضی برابر $\frac{\sqrt{2}}{4}$ است. طول قطر کوچک این بیضی چند برابر فاصله کانونی آن است؟

- (۱) $\sqrt{6}$ (۲) $\sqrt{7}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۳

۲۲- فاصله هر نقطه یک منحنی از نقطه $(3, 1)$ با فاصله همان نقطه از خط $x = 5$ برابر است. مجموع عرض‌های نقاط برخورد این

منحنی با محور y ها کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) ۲

۲۳- کدام یک از نقاط زیر روی خط هادی سهمی به معادله $x^2 - 6x - 8y + 25 = 0$ قرار دارد؟

- (۱) $(3, 4)$ (۲) $(-2, 5)$ (۳) $(4, 1)$ (۴) $(-1, 0)$

۲۴- دو نقطه A و B روی سهمی $y^2 = 8x$ به گونه‌ای قرار دارند که از کانون و رأس این سهمی به یک فاصله‌اند. اگر S رأس سهمی

باشد، مساحت مثلث SAB کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۲

۲۵- نقطه $A(-1, 3)$ روی یک سهمی با خط هادی $y = 1$ قرار دارد. مساحت کوچک‌ترین دایره‌ای که از کانون این سهمی و نقطه A

عبور می‌کند، کدام است؟

- (۱) π (۲) 2π (۳) 3π (۴) 4π

۲۶- بر روی کدام یک از خطوط زیر، نقطه‌ای وجود ندارد که مجموع فواصل آن از دو نقطه $M(1, -2)$ و $N(-5, -2)$ ، برابر ۱۰ باشد؟

- (۱) $y = -5$ (۲) $x = 3$ (۳) $y = 3$ (۴) $x = -5$

محل انجام محاسبات

۲۷- در یک سهمی که دهانه آن به سمت بالا باز می‌شود، نقطه $M(2, -2)$ محل برخورد خط هادی و محور سهمی است. اگر نقطه

$N(4, 0)$ روی این سهمی قرار داشته باشد، فاصله کانون سهمی تا محور x ها کدام است؟

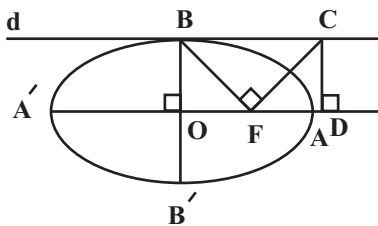
- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۸- به ازای کدام مقادیر m ، کانون سهمی به معادله $14x^2 + my^2 + 48x = 143$ ، روی محور y ها قرار دارد؟

- (۱) ± 2 (۲) ± 4 (۳) ± 6 (۴) ± 8

۲۹- در شکل زیر خط d در نقطه B بر بیضی مماس است. در نقطه F (کانون بیضی)، خطی بر BF عمود رسم می‌کنیم تا خط d را در

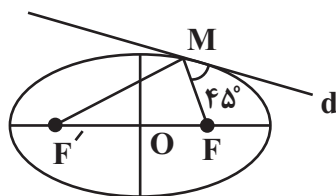
نقطه C قطع کند و سپس از C عمودی بر امتداد قطر بزرگ بیضی رسم می‌کنیم تا آن را در نقطه D قطع نماید. اگر خروج از



مرکز بیضی برابر $\frac{2}{3}$ باشد، $\frac{AD}{AF}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{2}{5}$

۳۰- در بیضی شکل زیر خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اگر $OM = 2\sqrt{6}$ و خروج از مرکز برابر $\frac{\sqrt{6}}{3}$ باشد، طول پاره خط



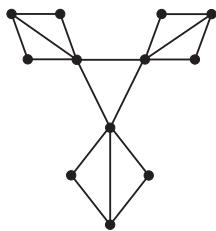
MF کدام است؟ ($MF < MF'$)

- (۱) $6 - 2\sqrt{3}$ (۲) $6 - 2\sqrt{2}$ (۳) $6 - \sqrt{3}$ (۴) $6 - \sqrt{2}$

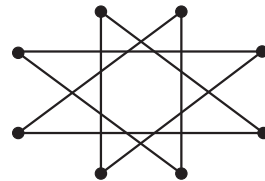
محل انجام محاسبات

ریاضیات گسسته: گراف و مدل سازی، ترکیبیات (شمارش): صفحه‌های ۴۳ تا ۵۹ / ریاضی ۱: شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

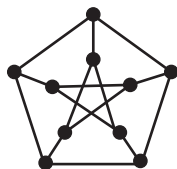
۳۱- عدد احاطه‌گری کدام گزینه متفاوت از گزینه‌های دیگر است؟



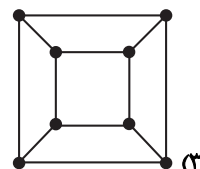
(۲)



(۱)

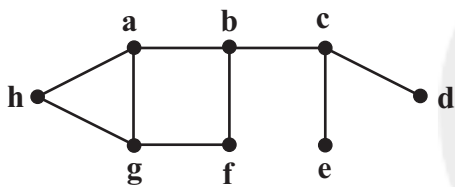


(۴)



(۳)

۳۲- چه تعداد از مجموعه‌های زیر برای گراف مقابل، مجموعه احاطه‌گر مینیمال هستند؟



{a, c, g} (الف)

{a, f, c} (ب)

{a, e, d} (پ)

{c, f, h} (ت)

۱ (۲)

صفر (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

۳۳- گراف G از مرتبه ۵ فقط یک دور دارد که از هر ۵ رأس عبور می‌کند. این گراف چند مجموعه احاطه‌گر دارد؟

۱۵ (۲)

۵ (۱)

۲۶ (۴)

۲۱ (۳)

۳۴- در گراف G با مرتبه ۱۰ و اندازه ۴۲، مقادیر Δ و δ دو عدد متوالی‌اند. این گراف چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

محل انجام محاسبات

۳۵- شش نقطه A, B, C, D, E و F روی محیط یک دایره قرار دارند. به چند طریق می‌توان دو مثلث ایجاد کرد به طوری که رأس‌های

هرکدام از این دو مثلث از بین این شش نقطه انتخاب شوند و دو مثلث فقط در یک ضلع مشترک باشند؟

۱۸۰ (۱)

۹۰ (۲)

۶۰ (۳)

۳۰ (۴)

۳۶- رضا و محسن و ۶ نفر دیگر به چند حالت می‌توانند کنار هم قرار گیرند. به طوریکه بین محسن و رضا دقیقاً ۳ نفر قرار گیرند؟

۵۷۶۰ (۱)

۲۸۸۰ (۲)

۸۶۴۰ (۳)

۶۵۷۰ (۴)

۳۷- از ۴ دانشکده یک دانشگاه، هرکدام ۵ نفر برای حضور در تیم کوهنوردی دانشگاه اعلام آمادگی کرده‌اند. به چند طریق می‌توان ۴

نفر از بین این افراد انتخاب کرد به گونه‌ای که دقیقاً متعلق به ۳ دانشکده مختلف باشند؟

۱۰۰۰ (۱)

۱۵۰۰ (۲)

۳۰۰۰ (۳)

۶۰۰۰ (۴)

۳۸- ۹ نفر به چند طریق می‌توانند در سه اتاق ۲ نفره، ۳ نفره و ۴ نفره در یک هتل اسکان یابند؟

۲۱۰ (۱)

۴۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۱۲۶۰ (۴)

۳۹- با ارقام عدد ۶۴۲۰۳۳۵ چند عدد هفت رقمی می‌توان نوشت که ارقام زوج از چپ به راست صعودی باشند؟

۴۵ (۱)

۶۰ (۲)

۹۰ (۳)

۱۰۵ (۴)

۴۰- با حروف کلمه «GHALAMCHI» چند کلمه ۹ حرفی می‌توان نوشت به طوریکه هیچ دو حرف صداداری کنار هم نباشند؟

۱۰۸۰ (۱)

۷۵۶۰۰ (۲)

۱۲۶۰۰ (۳)

۳۷۸۰۰ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

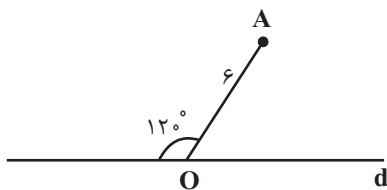
هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۳ تا ۵۶

۴۱- کدام یک از تبدیل‌های زیر، جهت شکل‌ها را حفظ نمی‌کند؟

- (۱) بازتاب نسبت به خط
(۲) دوران
(۳) انتقال
(۴) تجانس معکوس

۴۲- دایره $C'(O', R')$ انتقال یافته دایره $C(O, r)$ با بردار \vec{v} به طول ۵ است. وضعیت نسبی این دو دایره کدام است؟

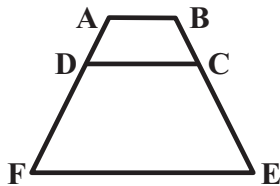
- (۱) مماس خارج
(۲) متقاطع
(۳) متخارج
(۴) نامعلوم

۴۳- اگر A' بازتاب نقطه A نسبت به خط d باشد، مساحت مثلث OAA' کدام است؟

- (۱) ۹
(۲) $9\sqrt{3}$
(۳) ۱۸
(۴) $18\sqrt{3}$

۴۴- دایره C به مرکز O و شعاع ۲ و نقطه A را به فاصله ۶ از O در نظر می‌گیریم. تصویر دایره C را در تجانس به مرکز A ونسبت تجانس (۳-) دایره C' می‌نامیم. طول مماس مشترک داخلی دو دایره کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{5}$
(۲) $12\sqrt{3}$
(۳) $10\sqrt{6}$
(۴) $16\sqrt{2}$

۴۵- در شکل زیر دوزنقه $ABCD$ تحت یک تجانس با نسبت k بر دوزنقه $DCEF$ تصویر شده است. اگر $AB = 2$ و $EF = 8$ باشد،مقدار k کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) $\frac{5}{2}$
(۳) ۳
(۴) ۴

۴۶- مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) را که در آن طول اضلاع قائمه برابر ۲ و ۴ است، به مرکز C و به اندازه 90° در جهت حرکتعقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. اگر B' تصویر نقطه B در این دوران باشد، طول BB' کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$
(۲) $5\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{10}$
(۴) ۵

محل انجام محاسبات

۴۷- فرض کنید AM ، BN و CP میانه‌های مثلث ABC باشند. اگر نقاط A ، B و C را به ترتیب با بردارهای $\frac{1}{3}\overline{AM}$ ، $\frac{1}{3}\overline{BN}$ و

$\frac{1}{3}\overline{CP}$ منتقل کنیم تا نقاط A' ، B' و C' حاصل شود، مساحت مثلث $A'B'C'$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

$$(1) \frac{1}{4} \quad (2) \frac{1}{9}$$

$$(3) \frac{1}{16} \quad (4) \frac{4}{9}$$

۴۸- مساحت دوزنقه $ABCD$ برابر ۶۵ و طول قاعده‌های آن $AB=4$ و $CD=6$ است. نیمسازهای دو زاویه A و B ، یکدیگر را

در نقطه M درون دوزنقه قطع می‌کنند. اگر M' بازتاب M نسبت به AB و M'' بازتاب M' نسبت به CD باشد، طول

پاره خط MM'' کدام است؟

$$(1) 13 \quad (2) 19/5$$

$$(3) 26 \quad (4) 39$$

۴۹- مطابق شکل زیر قطعه زمینی به صورت پنج ضلعی $ABCDE$ مفروض است. اگر $AB=5$ ، $AE=10$ و $\hat{CDE}=75^\circ$ باشد و

بخواهیم بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع این چند ضلعی، مساحت آن را افزایش دهیم، حداکثر مقدار ممکن برای مساحت این

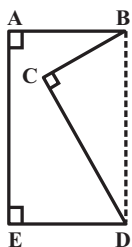
زمین چقدر است؟ ($BD \parallel AE$)

$$(1) 55$$

$$(2) 57/5$$

$$(3) 60$$

$$(4) 62/5$$



۵۰- نقاط $A(2,2)$ و $B(7,6)$ در یک طرف خط d به معادله $8y+2x-3=0$ و نقطه متغیر M روی این خط مفروض‌اند. اگر

بخواهیم از نقطه A به نقطه M و سپس نقطه B برویم، طول کوتاه‌ترین مسیر AMB کدام است؟

$$(1) 5 \quad (2) 10$$

$$(3) 5\sqrt{2} \quad (4) 10\sqrt{2}$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱ تا ۳۸

پاسخگویی به سوالات آمار و احتمال اختیاری است و در تراز کل بی‌تأثیر است.

۵۱- اگر p و q دو گزاره باشند، گزاره شرطی $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ با کدام گزاره هم‌ارزش است؟

F (۴) p (۳) q (۲) T (۱)

۵۲- اگر ارزش گزاره $(p \vee r) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (\sim p \Leftrightarrow q)$ نادرست باشد، ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

$p \Leftrightarrow r$ (۴) $r \vee p$ (۳) $q \Rightarrow r$ (۲) $p \wedge q$ (۱)

۵۳- اگر مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq x \leq 5\}$ دامنه متغیر باشد، ارزش کدام گزاره سوری نادرست است؟

$\exists x \in A, \forall y \in A; xy = y$ (۲) $\exists x \in A, \forall y \in A; xy = 0$ (۱)

$\exists x \in A, \forall y \in A; xy \geq 5$ (۴) $\exists x \in A, \forall y \in A; x+y \geq 5$ (۳)

۵۴- به ازای چند عدد صحیح x ، دو مجموعه $A = \{x^3 + x, 1, 1+x^2\}$ و $B = \{1+x, x\}$ می‌توانند با هم مساوی باشند؟

هیچ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۵۵- اگر A و B دو مجموعه باشند، به گونه‌ای که تعداد زیرمجموعه‌های $A \cap B$ برابر ۱۶ و تعداد اعضای $A \times B$ برابر ۵۴ باشد،تعداد اعضای مجموعه $A \cup B$ کدام است؟

۵۱ (۴) ۲۵ (۳) ۱۷ (۲) ۱۱ (۱)

۵۶- کدام یک از گزینه‌های زیر الزاماً درست است؟

$A - B \subseteq B - A \Rightarrow A = B$ (۲) $A \subseteq B, A \subseteq B' \Rightarrow B = \emptyset$ (۱)

$B - A \subseteq A \Rightarrow B = \emptyset$ (۴) $A \cup B \subseteq A \cap B \Rightarrow A = B$ (۳)

۵۷- چه تعداد از حالت‌های زیر، یک افراز برای مجموعه اعداد صحیح محسوب می‌شود؟

الف) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{-x \mid x \in \mathbb{N}\}$

ب) $A = \{x \mid x \in \mathbb{W}\}$ و $B = \{-x \mid x \in \mathbb{W}\}$

پ) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{-x \mid x \in \mathbb{W}\}$

۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر (۱)

۵۸- اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، حاصل عبارت $[(A' - B) \cup (B - A)] \cap [(B - A') \cup (A - B)]$ همواره برابر کدام مجموعهاست؟ (U مجموعه مرجع است.)

U (۴) \emptyset (۳) $A' \cap B'$ (۲) $A \cap B$ (۱)

۵۹- اگر $A = \{2, 5, x+1\}$ ، $B = \{3, 2-y, 2z+3\}$ و $A \times B = B \times A$ باشد، بیش‌ترین مقدار ممکن برای xyz کدام است؟

۷ (۴) ۵ (۳) ۳ (۲) صفر (۱)

۶۰- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 1\}$ و $B = \{x \mid 2x-1 \in A\}$ باشد، آنگاه مساحت ناحیه $(A \times B) \cap (B \times A)$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴) ۲ (۳) ۴ (۲) ۱ (۱)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: نوسان و موج: صفحه‌های ۶۹ تا ۸۸

۶۱- چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

- (الف) در شرایط یکسان، هر چه طناب نازک‌تر باشد، تندی موج عرضی ایجاد شده در آن، کمتر می‌شود.
 (ب) در انتشار صوت، مولکول‌های هوا حول نقطه تعادل خود و عمود بر راستای انتشار موج، نوسان می‌کنند.
 (پ) امواج لرزه‌ای P و S به ترتیب طولی و عرضی می‌باشند.
 (ت) انتقال انرژی در موج گاما، به صورت انرژی جنبشی و پتانسیل ذرات محیط صورت می‌گیرد.

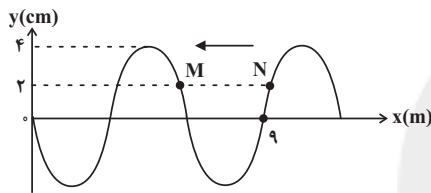
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۲- در یک موج سینوسی، فاصله بین یک قله و دره برابر با ۴۵cm است. فاصله بین دو دره متوالی این موج، چه تعداد از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

۹۰cm, ۱۸cm, ۱۵cm, ۳۰cm

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۳- شکل زیر نمودار جابه‌جایی - مکان یک موج عرضی را در طنابی در یک لحظه نشان می‌دهد. در مورد دو ذره M و N چند



مورد از موارد زیر صحیح است؟

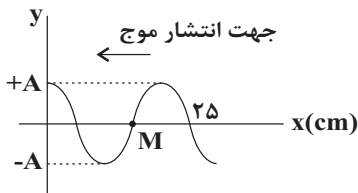
- (الف) جهت حرکتشان یکسان است.
 (ب) حرکت M کندشونده و N تندشونده است.
 (پ) دوره تناوب چشمه موج ۶s است.
 (ت) پس از گذشت $\frac{T}{6}$ ، تندی ذره M بیشینه می‌شود.

(ث) طول موج برابر ۶m است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۴- شکل زیر، تصویری از یک موج عرضی را در یک ریسمان کشیده شده در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد. اگر قطر مقطع این

ریسمان ۲cm، چگالی آن $3 \frac{g}{cm^3}$ و نیروی کشش آن ۹۰N باشد، چند ثانیه پس از لحظه $t = 0$ ، اندازه شتاب ذره M برای

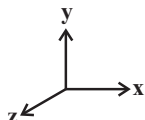


دومین بار بیشینه می‌شود؟ ($\pi = 3$)

(۱) $\frac{3}{200}$ (۲) $\frac{7}{200}$ (۳) $\frac{1}{40}$ (۴) $\frac{1}{50}$

۶۵- در موجی الکترومغناطیسی که در خلاف جهت محور xها منتشر می‌شود، در لحظه $t = 0$ میدان الکتریکی بیشینه و در جهت

مثبت محور y هاست. در لحظه $t = 4/5 T$ اندازه میدان مغناطیسی و جهت آن در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟ (T: دوره تناوب موج است.)



(۲) بیشینه - منفی محور zها

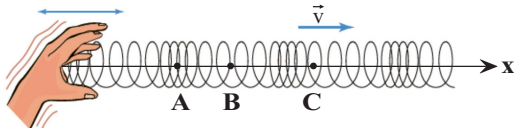
(۱) بیشینه - مثبت محور zها

(۴) بیشینه - منفی محور yها

(۳) صفر - مثبت محور yها

محل انجام محاسبات

۶۶- مطابق شکل زیر، موجی در یک فنر در حال انتشار است. نقاط A و B به ترتیب در مکان‌هایی هستند که بیش‌ترین جمع‌شدگی و بازشدگی در آن جا رخ داده است. نقطه C نیز در وسط فاصله بین یک بازشدگی بیشینه و جمع‌شدگی بیشینه مجاور هم قرار دارد. اگر جابه‌جایی هر جزء فنر واقع در نقاط A، B و C از وضع تعادل را به ترتیب با Δx_A ، Δx_B و Δx_C نشان دهیم، کدام گزینه صحیح است؟



(۱) $\Delta x_A = \Delta x_B = 0$ و Δx_C بیشینه و مثبت است.

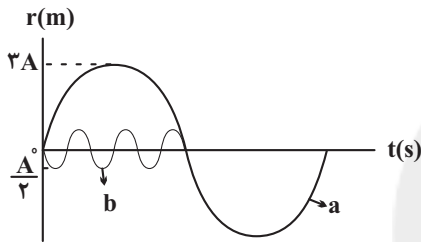
(۲) $\Delta x_A = \Delta x_B = 0$ و Δx_C بیشینه و منفی است.

(۳) Δx_A و Δx_B بیشینه و مثبت و $\Delta x_C = 0$ است.

(۴) Δx_A بیشینه و مثبت و Δx_B و Δx_C بیشینه و منفی است.

۶۷- نمودار بعد-زمان دو صوت a و b که در یک محیط منتشر می‌شوند، به صورت زیر است. اگر شنونده از منبع صوتی a، ۳۰ متر

فاصله داشته باشد، شدت صوت a را $\frac{1}{9}$ برابر شدت صوت b می‌شود. فاصله شنونده از منبع صوتی b چند متر است؟ (اتلاف انرژی صرف نظر شود).



(انرژی صرف نظر شود).

(۱) ۵/۱۸

(۲) ۱۸/۵

(۳) ۱۰

(۴) ۳۶

۶۸- اگر صدایی ۲۴ دسی‌بل بلندتر از صدای دیگر باشد، شدت صوت صدای بلندتر چند برابر صدای دیگر است؟ ($\log 2 = 0.3$)

(۴) ۲۴

(۳) ۸

(۲) ۲۵۶

(۱) ۳۲

۶۹- با ثابت نگهداشتن دامنه نوسان یک موج و تغییر بسامد و فاصله از منبع آن توانسته‌ایم تراز شدت صوتی را ۶ دسی‌بل افزایش

دهیم. اگر فاصله ما از منبع موج دو برابر شده باشد، بسامد موج چند برابر شده است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر شود

و $\log 2 = 0.3$)

(۴) ۱۶

(۳) ۸

(۲) ۴

(۱) ۲

۷۰- در شکل زیر یک آمبولانس ساکن، صوتی با بسامد f_S و طول موج λ_S تولید می‌کند. شنونده A با تندی ثابت به آمبولانس

نزدیک و شنونده B نیز با تندی ثابت از آمبولانس دور می‌شود، اگر بسامد صوت دریافت‌شده توسط شنونده‌های A و B

به ترتیب f_A و f_B و طول موج صوت دریافت‌شده توسط شنونده‌های A و B به ترتیب λ_A و λ_B باشد، کدام‌یک از

گزینه‌های زیر درست است؟



(۱) $\lambda_B < \lambda_S < \lambda_A$ و $f_A < f_S < f_B$

(۲) $\lambda_A = \lambda_S = \lambda_B$ و $f_B < f_S < f_A$

(۳) $\lambda_A = \lambda_S = \lambda_B$ و $f_A < f_S < f_B$

(۴) $\lambda_A < \lambda_S < \lambda_B$ و $f_B < f_S < f_A$

محل انجام محاسبات



فیزیک ۲: الکتروستاتیک ساکن - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۶۱ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۷۱- بار ذخیره شده در خازن تختی به ظرفیت $6\mu F$ برابر $18\mu C$ است. اگر پتانسیل الکتریکی صفحه منفی این خازن $6V$ باشد،

پتانسیل الکتریکی صفحه مثبت آن چند ولت است؟

- (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۶

۷۲- خازن تختی را پس از شارژ شدن از باتری جدا می‌کنیم و سپس از صفحه منفی خازن، مقداری بار مثبت را جدا کرده و به صفحه

مثبت آن انتقال می‌دهیم. چه تعداد از کمیت‌های زیر برای این خازن افزایش می‌یابد؟

* بار ذخیره شده * اختلاف پتانسیل دو صفحه * میدان الکتریکی درون آن * انرژی ذخیره شده

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۳- بین دو صفحه افقی یک خازن تخت باردار که از مولد جدا است، ذره‌ای با بار $q < 0$ معلق مانده است. در صورتی که فاصله دو

صفحه را کم کنیم، این ذره باردار
 $\downarrow \vec{g}$ $\bullet q < 0$

(۱) بالا می‌رود. (۲) ثابت می‌ماند.

(۳) پایین می‌رود. (۴) بین دو صفحه نوسان می‌کند.

۷۴- خازنی به ظرفیت C را به مولدی با ولتاژ $10V$ متصل کرده و پس از پر شدن، از آن جدا می‌کنیم. اگر با انتقال مقداری بار منفی از

صفحه مثبت به صفحه منفی، بار خازن 20% درصد تغییر کند، انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در آن 110% میکروژول افزایش

می‌یابد. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

- (۱) $7/2$ (۲) $3/6$ (۳) $2/5$ (۴) ۵

۷۵- خازنی به ظرفیت $40\mu F$ به یک باتری متصل است. اگر در این حالت فاصله بین صفحات خازن را طوری تغییر دهیم که میدان

الکتریکی بین صفحات، 20% درصد کاهش یابد، انرژی ذخیره شده در آن $1/6$ میلی‌ژول کاهش می‌یابد. اختلاف پتانسیل باتری

چند ولت است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

محل انجام محاسبات

۷۶- در اندازه‌گیری‌های مختلف ولتاژ و جریان برای دو مقاومت A و B، جداول زیر به دست آمده است. نوع مقاومت‌های A و B

I	۰/۱۶	۰/۲۴	۰/۳۲
V	۱/۶	۲/۴	۳/۲

: A

I	۰/۱۶	۰/۲۴	۰/۳
V	۱/۶	۴/۸	۶/۳

: B

به ترتیب در کدام گزینه درست بیان شده است؟ (دما ثابت است.)

(۱) اهمی - اهمی

(۲) غیراهمی - اهمی

(۳) اهمی - غیراهمی

(۴) غیراهمی - غیراهمی

۷۷- چند مورد از موارد زیر درست است؟

(الف) دیود یک مقاومت اهمی است.

(ب) هرچه مقاومت LDR در معرض نور بیشتری قرار گیرد، مقاومتش کم‌تر می‌شود.

(ج) اغلب از مقاومت‌های نوری بعنوان حسگر دما در مدارهای الکتریکی حساس به دما استفاده می‌شود.

(د) پتانسیومتر نوعی مقاومت متغیر (پیچ‌های) است.

۴ (۴)

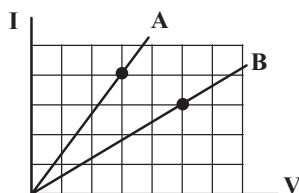
۲ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۷۸- نمودار جریان، بر حسب ولتاژ برای دو سیم رسانای A و B مطابق شکل زیر است. اگر طول و قطر سیم B، نصف طول و قطر سیم A

باشد، نسبت مقاومت ویژه سیم A به مقاومت ویژه سیم B کدام است؟ (دما را ثابت در نظر بگیرید.)



(۱) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{10}{3}$

(۳) $\frac{9}{10}$

(۴) $\frac{20}{9}$

۷۹- یکای مقاومت ویژه در SI، معادل با کدام یکای زیر است؟

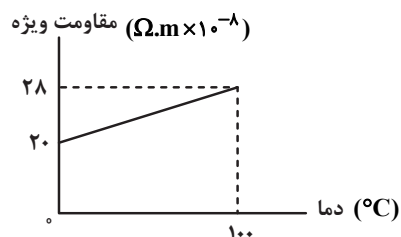
(۴) $\frac{\text{kg.m}^3}{\text{s.C}^2}$

(۳) $\frac{\text{kg.m}^3}{\text{s.C}}$

(۲) $\frac{\text{kg.s}}{\text{m}^3.\text{C}^2}$

(۱) $\frac{\text{kg.s}}{\text{m}^2.\text{C}^2}$

۸۰- شکل زیر نمودار مقاومت ویژه سرب را بر حسب دما نشان می‌دهد. ضریب دمایی مقاومت ویژه سرب چند $\frac{1}{K}$ است؟



(۱) 8×10^{-3}

(۲) 4×10^{-3}

(۳) 8×10^{-2}

(۴) 4×10^{-2}

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۳ تا ۵۲

توجه:

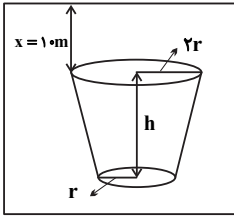
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و سؤال فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- اگر فشار کل در عمق ۷ متری و ۴ متری از سطح آزاد یک مایع به ترتیب $1/94$ اتمسفر و $1/58$ اتمسفر باشد، فشار کل در عمق

۸ متری از سطح آزاد این مایع چند اتمسفر است؟

- (۱) $2/00$ (۲) $2/06$ (۳) $2/12$ (۴) $2/20$

۸۲- جسمی مخروطی شکل، مطابق شکل زیر درون مخزنی حاوی مایع، ثابت است. اگر اندازه نیرویی که از طرف مایع به سطح بالایی

و پایینی مخروط وارد می‌شود، برابر باشد، ارتفاع مخروط که با h مشخص شده چند متر است؟ (از فشار هوا صرف نظر شود).

(۱) ۳۰

(۲) ۴۰

(۳) ۱۰

(۴) ۲۰

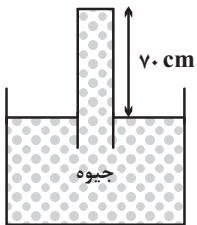
۸۳- درون استوانه‌ای به سطح مقطع 10 cm^2 تا ارتفاع ۲۰ سانتی‌متری مایعی به چگالی $1/0125 \frac{\text{kg}}{\text{L}}$ ریخته‌ایم. چند سانتی‌متر مکعباز مایعی با چگالی $0/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ به ظرف اضافه کنیم تا پس از تعادل، فشار کل در ته ظرف دو درصد افزایش یابد؟

$$(\rho_{\text{hg}} = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, P_0 = 75 \text{ cmHg})$$

- (۱) ۸۷۵ (۲) $912/5$ (۳) $1032/75$ (۴) $1302/56$

۸۴- در شکل زیر، فشار جیوه بر ته بسته لوله 6750 پاسکال است. فشار هوا در محل چند سانتی‌متر جیوه است؟ (چگالی جیوه

$$13/5 \text{ g/cm}^3 \text{ و } 10 \text{ m/s}^2 \text{ است.})$$



(۱) ۷۵

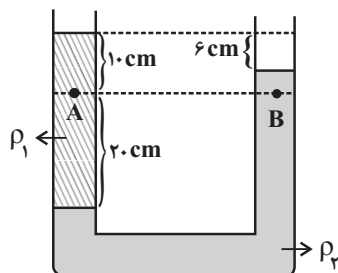
(۲) ۷۸

(۳) ۸۰

(۴) ۷۳

۸۵- در شکل زیر، دو مایع مخلوط نشدنی داخل لوله U شکل در حال تعادل قرار دارند. اگر اندازه اختلاف فشار دو نقطه A و B برابر

$$400 \text{ Pa} \text{ باشد، چگالی } \rho_1 \text{ چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ } (g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$



(۱) ۰/۸

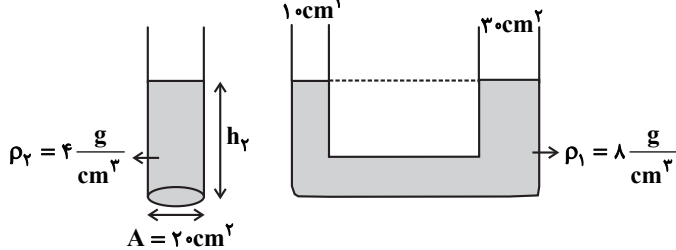
(۲) ۱

(۳) ۱/۲

(۴) ۱/۴

محل انجام محاسبات

۸۶- در ظرفی استوانه‌ای شکل، به سطح مقطع ۲۰cm^2 مایعی به چگالی $\rho_1 = ۴ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ریخته‌ایم و فشار کل در کف ظرف برابر ۸۶cmHg شده است. اگر مایع این ظرف را به شاخه سمت چپ لوله U شکل زیر اضافه نماییم، مایع (۱) در شاخه سمت راست لوله U شکل چند سانتی‌متر بالا می‌رود؟ ($\rho_{\text{Hg}} = ۱۳/۶ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $P_0 = ۷۶\text{cmHg}$, $g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$) و مایع‌ها با یکدیگر مخلوط نمی‌شوند.



نمی‌شوند.

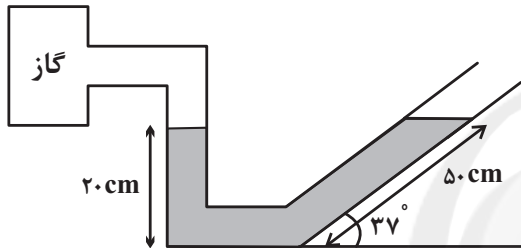
(۱) ۸

(۲) ۸/۵

(۳) ۴

(۴) ۴/۲۵

۸۷- در شکل زیر مایعی به چگالی $۲ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ درون لوله زیر در حال تعادل است. فشار پیمانه‌ای گاز حبس شده در انتهای سمت چپ



لوله چند پاسکال است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$, $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$)

(۱) ۲۰۰۰

(۲) ۵۰۰۰

(۳) ۱۰۰۰

(۴) ۴۰۰۰

۸۸- دو جسم توپُر و هم‌جرم A و B داخل مایعی به چگالی ρ_1 قرار دارند، به طوری که جسم A شناور و جسم B غوطه‌ور است. اگر این دو جسم را داخل مایعی به چگالی $\rho_2 = \frac{3}{4}\rho_1$ قرار دهیم، نیروی شناوری وارد بر جسم‌های A و B به ترتیب از راست به چپ چه تغییری خواهد کرد؟

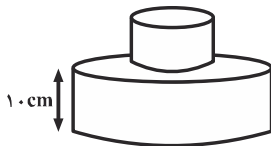
(۱) کاهش می‌یابد - ثابت می‌ماند.

(۲) ثابت می‌ماند یا افزایش می‌یابد - ثابت می‌ماند.

(۳) ثابت می‌ماند یا کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد.

(۴) ثابت می‌ماند یا کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد.

۸۹- در شکل زیر، سطح مقطع قسمت استوانه‌ای پایین ظرف ۲۰cm^2 و سطح مقطع قسمت استوانه‌ای بالای ظرف ۱۰۰cm^2 است. اگر ۳ لیتر از مایعی به چگالی $۴ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را در ظرف بریزیم، پس از ایجاد تعادل، اندازه نیروی ناشی از مایع که به کف ظرف وارد می‌شود، چند نیوتون



است؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و مایع از ظرف بیرون نمی‌ریزد).

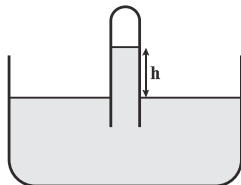
(۱) ۱۲۰

(۲) ۱۴۰

(۳) ۱۶۰

(۴) ۱۸۰

۹۰- در شکل زیر، اگر فشار گاز محبوس در انتهای لوله برابر با $۷۲/۵\text{cmHg}$ باشد، اختلاف ارتفاع آب در لوله و ظرف چند سانتی‌متر



است؟ ($\rho_{\text{Air}} = ۱۳/۶ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_{\text{Water}} = ۱ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $P_0 = ۷۵\text{cmHg}$)

(۱) ۶۸

(۲) ۳۴

(۳) ۱۷

(۴) ۸۵

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: الکترواستاتیکی ساکن - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۶۱

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- خازن تختی به ظرفیت $5\mu F$ و بار الکتریکی $20\mu C$ در اختیار داریم. اگر فاصله بین صفحات آن 1mm باشد، بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات چند ولت بر متر است؟

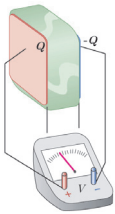
8×10^3 (۴)

6×10^3 (۳)

4×10^3 (۲)

2×10^3 (۱)

۹۲- در شکل زیر صفحه‌های باردار یک خازن تخت را که بین آنها دی‌الکتریک است به ولت‌سنج وصل می‌کنیم. اگر دی‌الکتریک را از



بین صفحه‌ها خارج کنیم، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد و انرژی خازن به ترتیب چه تغییری خواهند کرد؟

(۱) افزایش - کاهش

(۲) افزایش - افزایش

(۳) کاهش - افزایش

(۴) کاهش - کاهش

۹۳- خازنی با دی‌الکتریک هوا را به دو سر یک باتری به ولتاژ V وصل کرده‌ایم. پس از باردار شدن آن را از باتری جدا کرده و تغییراتی

روی آن انجام می‌دهیم که انرژی ذخیره شده در آن ۴ برابر شود. کدام گزینه می‌تواند نشان دهنده این تغییرات باشد؟

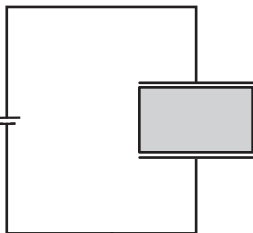
(۱) مساحت و فاصله بین صفحه‌ها دو برابر شده است.

(۲) دی‌الکتریک با $\kappa = 2$ جایگزین هوا و فاصله بین ورقه‌ها نصف شده است.

(۳) فاصله بین صفحات خازن ۴ برابر شده است.

(۴) دی‌الکتریک با $\kappa = 2$ جایگزین هوا و مساحت صفحه‌ها نصف شده است.

۹۴- در شکل زیر جهت میدان الکتریکی حاصل از اثر قطبیده شدن مولکول‌های دی‌الکتریک بین صفحات خازن در کدام جهت



است؟

(۱) ↑

(۲) ↓

(۳) →

(۴) ←

۹۵- خازنی به اختلاف پتانسیل ۱۲ ولت متصل شده است. اگر پس از پر شدن خازن، بدون آنکه از مولد جدا شود، دی‌الکتریک با ثابت

 $\kappa = 3$ بین صفحات خازن قرار دهیم، انرژی ذخیره شده در آن $2/4\text{mJ}$ تغییر کند. ظرفیت خازن پس از قراردادن دی‌الکتریک

چند میکروفاراد خواهد شد؟

50 (۴)

5 (۳)

$50/3$ (۲)

$5/3$ (۱)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۸

۱۱۱- کدام موارد از عبارتهای زیر صحیح است؟

- (الف) نفت خام مایع غلیظ سیاه رنگ یا قهوه‌ای متمایل به سبز است که به عنوان سوخت فسیلی به کار می‌رود.
 (ب) بیش از ده درصد از نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف، پارچه و شوینده‌ها و ... به کار می‌رود.
 (پ) نقش نخست نفت خام در دنیای کنونی، ماده اولیه برای تهیه بسیاری از مواد و کالاهای صنایع گوناگون است.
 (ت) روزانه بیش از $10^{10} \times 1/2$ لیتر نفت خام در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود.
- (۱) الف و پ (۲) ب و ت (۳) الف و ت (۴) ب و پ

۱۱۲- چه تعداد از عبارتهای زیر دربارهٔ آلکان‌ها درست است؟ (n: تعداد اتم‌های کربن در آلکان) ($C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

- * با کاهش درصد جرمی هیدروژن در آن‌ها، فرآریت کاهش می‌یابد.
 - * از سوختن کامل هر مول از آن‌ها، n مول گاز در شرایط استاندارد تولید می‌شود.
 - * برای عضوی از آن‌ها با جرم مولی برابر $72 g.mol^{-1}$ ، ایزومر مختلف وجود دارد.
 - * عضوی از آن‌ها با ۲۵ پیوند اشتراکی، دارای ۱۸ پیوند اشتراکی C-H است.
 - * به ازای اضافه شدن هر اتم کربن به ساختار آن‌ها، $14 g.mol^{-1}$ بر جرم مولی‌شان افزوده می‌شود.
- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۱۳- اگر جرم مولی آلکین A، $3/5$ برابر جرم مولی اولین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها باشد، جرم کربن دی‌اکسید به دست آمده از سوختن کامل یک مول ماده A به تقریب چند برابر جرم اتانول به دست آمده از تخمیر کامل بی‌هوازی ۹۰ گرم گلوکز است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$)

معادلهٔ واکنش موازنه شود، $C_6H_{12}O_6 \rightarrow C_2H_5OH + CO_2$

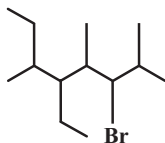
- (۱) $1/8$ (۲) $2/5$ (۳) $3/8$ (۴) $4/5$

۱۱۴- جرم آب تولید شده در سوختن کامل آلکانی، $3/4$ برابر جرم هیدروکربن اولیه است. نام آیوپاک این آلکان کدام گزینه می‌تواند باشد؟ ($C = 12, H = 1, O = 16: g.mol^{-1}$)

- (۱) متیل پروپان (۲) ۲ و ۳-دی‌متیل بوتان (۳) ۲، ۲-دی‌متیل پروپان (۴) هگزان

۱۱۵- نام ترکیبی با فرمول پیوند - خط زیر، کدام است؟

- (۱) ۵- برم، ۲، ۳-دی‌اتیل، ۴، ۶-دی‌متیل هپتان
 (۲) ۲، ۳-دی‌اتیل، ۵- برم، ۴، ۶-دی‌متیل هپتان
 (۳) ۳- برم، ۵- اتیل، ۴، ۶- تری‌متیل اوکتان
 (۴) ۶- برم، ۴- اتیل، ۲، ۴، ۷- تری‌متیل اوکتان



محل انجام محاسبات

۱۱۶- نام هیدروکربن $(CH_3)_3CC_3H_7$ کدام موارد (مورد) می تواند باشد؟

- (الف) ۲،۲-دی‌متیل پنتان (ب) ۳،۲-دی‌متیل پنتان (پ) ۳،۳،۲-تری‌متیل بوتان (ت) ۳،۲،۲-تری‌متیل بوتان
(۱) ب، پ (۲) الف، ت (۳) فقط الف (۴) ب، ت

۱۱۷- همه عبارت‌های زیر درست هستند، به جز

- (۱) اتین از اتن واکنش پذیرتر است.
(۲) از گاز اتین در جوشکاری و برش فلزات استفاده می‌شود.
(۳) از گاز اتن به عنوان عمل آورنده در کشاورزی استفاده می‌شود.
(۴) گاز اتن به عنوان دومین عضو خانواده آلکن‌ها دارای چهار اتم هیدروژن است.

۱۱۸- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

- (آ) همه آلکن‌ها با برم مایع واکنش داده و رنگ قرمز آن را از بین می‌برند.
(ب) آلکن‌ها ترکیب‌هایی سیرشده هستند که تمامی اتم‌ها در آن‌ها با چهار پیوند اشتراکی یگانه به چهار اتم دیگر متصل شده‌اند.
(پ) تعداد اتم‌های هیدروژن در ساده‌ترین عضو خانواده آلکن‌ها و آلکن‌ها برابر است.
(ت) از واکنش اتن با آب در حضور H_2SO_4 ، اتان به دست می‌آید.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۹- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- (آ) نفتالن یکی از معروف‌ترین سیکلو آلکن‌ها است که در گذشته به عنوان ضد بید کاربرد داشته است.
(ب) در ساختار مولکول نفتالن، شمار پیوندهای دوگانه نصف شمار اتم‌های هیدروژن است.
(پ) هر مولکول نفتالن در واکنش با پنج مولکول هیدروژن، به یک ترکیب سیرشده تبدیل می‌شود.
(ت) در مولکول نفتالن به هر اتم کربن، یک اتم هیدروژن متصل است.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۲۰- چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد نفت خام درست است؟

- * بیش از نیمی از نفت خام برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز به کار می‌رود.
- * نفت خام مخلوطی از هزاران ترکیب شیمیایی است که بخش عمده آن را هیدروکربن‌های گوناگون تشکیل می‌دهد.
- * بخش عمده نفت خام را هیدروکربن‌هایی تشکیل می‌دهد که در همه آن‌ها نسبت شمار پیوندهای کربن - هیدروژن به شمار کل پیوندهای اشتراکی آن، کوچک‌تر از یک است.

* پالایش نفت خام منجر به تولید انرژی الکتریکی ارزان قیمت می‌شود.

* در پالایش نفت خام، نمک‌ها، اسیدها و آب به روش تقطیر جزء به جزء از هیدروکربن‌ها جدا می‌شوند.

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کیهان زادگاه الفبای هستی + ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۲۴ تا ۵۲

توجه:

دانشی آموزان گرامی: از دو مجموعه شیمی ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) و سؤال شیمی ۲ (۱۳۱ تا ۱۴۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- * اتمهای برانگیخته پرنرژی و پایدارند و همواره تمایل دارند به حالت پایه برگردند.
- * با تعیین دقیق طول موج نوارهای رنگی طیف نشری خطی هیدروژن، می‌توان به تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی اتم آن دست یافت.
- * با افزایش فاصله از هسته، انرژی لایه‌ها برخلاف تفاوت انرژی لایه‌ها افزایش می‌یابد.
- * انرژی طول موج نشر شده در انتقال الکترون از لایه چهارم به دوم، نسبت به انتقال الکترون از لایه دوم به اول در اتم هیدروژن کمتر است.

۱ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۱۲۲- کدام گزینه مقایسه نادرستی از انرژی زیرلایه‌ها را نشان می‌دهد؟

۴s < ۳d (۱) ۴p < ۳d (۲) ۴p < ۵s (۳) ۲p < ۳p (۴)

۱۲۳- چه تعداد از مطالب زیر درست است؟

- الف) حداکثر شمار الکترون‌ها در هر لایه الکترونی از رابطه $4l + 2$ بدست می‌آید.
- ب) بر اساس قاعده آفبای، زیرلایه ۶s پس از زیرلایه ۴f پر می‌شود.
- پ) شمار الکترون‌های دارای $l = 1$ در اتم ${}^{32}\text{Ge}$ کمتر از دو برابر همین شمار در عنصر بالایی آن در جدول تناوبی است.
- ت) در اتم کروم (${}^{24}\text{Cr}$) تعداد الکترون‌های دارای $l = 2$ ، نصف تعداد الکترون‌های دارای $l = 0$ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۴- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه $4l + 2$ به دست می‌آید.
- (۲) حداکثر مقدار معین و مجاز اعداد کوانتومی فرعی در یک لایه، همواره یک واحد از عدد کوانتومی اصلی آن لایه کمتر است.
- (۳) مجموع شمار الکترون‌ها در یک لایه معین و پُر با عدد کوانتومی اصلی n ، برابر n^2 است.
- (۴) هر زیرلایه را می‌توان با نماد nl نشان داد.

محل انجام محاسبات

۱۲۵- اگر شمار کل الکترون‌های موجود در زیرلایه با $l=1$ در اتم عنصر اصلی X از شمار الکترون‌های لایه سوم آن یک واحد کمتر

باشد، چند مورد از عبارتهای زیر درباره عنصر X درست است؟

* مجموع $n+1$ الکترون‌های ظرفیت آن ۳۳ است.

* در آرایش الکترونی آن ۸ زیرلایه از الکترون اشغال شده است.

* در آرایش الکترون - نقطه‌ای این عنصر ۶ جفت الکترون وجود دارد.

* در ساختار لوویس مولکول X_2 ، ۶ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

* در هر واحد فرمولی ترکیب این عنصر با عنصر Y، سه یون وجود دارد.

۵ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۲۶- کدامیک از عناصر ${}_{25}F$, ${}_{31}E$, ${}_{7}C$, ${}_{8}B$, ${}_{23}A$ با عنصر X به آرایش الکترونی ${}_{16}S^2 {}_{18}d^1 {}_{34}p^3$ [Ar] به ترتیب از راست به چپ در یک

گروه و در یک تناوب جدول دوره‌ای قرار دارد؟ (نماد عنصرها فرضی است.)

A, B, C - E (۲) B, E, A - C (۱)

A, E, F - C (۴) B, A, F - E (۳)

۱۲۷- تفاوت تعداد الکترون‌ها با نوترون‌ها در یون ${}^{55}X^{3+}$ برابر ۸ می‌باشد. چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف) در اتم X نسبت تعداد الکترون‌های با $l=0$ به تعداد الکترون‌های با $l=2$ ، برابر $1/6$ است.

ب) آخرین الکترون در آرایش الکترونی یون X^{3+} ، دارای اعداد کوانتومی $l=0$ و $n=4$ است.

پ) عنصر X با عنصر K ۱۹ هم دوره است.

ت) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های موجود در بیرونی‌ترین زیرلایه اتم عنصر X، برابر ۳۳ است.

۲ (۲) ۱ (۱)

۴ (۴) ۳ (۳)

۱۲۸- از عنصرهای ۱ تا ۳۶ جدول تناوبی، چند عنصر در زیرلایه (ها) با $n+1=5$ اتم آن‌ها مجموعاً پنج الکترون وجود دارد؟

۱ (۲) صفر (۱)

۳ (۴) ۲ (۳)

محل انجام محاسبات

۱۲۹- چه تعداد از عبارتهای زیر دربارهٔ قاعدهٔ آفبا نادرست است؟

- * مطابق این قاعده آرایش الکترونی $X_{۳۴}$ به صورت $[\text{Ar}] 3d^4 4s^2$ است.
- * مطابق این قاعده، زیر لایه‌های که n کوچکتری دارد، زودتر از الکترون اشغال می‌شود.
- * با استفاده از این قاعده، آرایش الکترونی اغلب عناصرها قابل پیش‌بینی است.
- * بر اساس این قاعده، عدد اتمی اولین عنصری که لایهٔ الکترونی سوم آن از الکترون پر می‌شود، برابر ۲۹ است.

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۱
(۴) ۳

۱۳۰- کدام گزینه درست است؟

- (۱) به ازای تولید هر مول مولکول منیزیم اکسید، $10^{۲۳} \times 0.۴ \times ۱۲$ الکترون مبادله می‌شود.
- (۲) همه ترکیب‌های یونی دوتایی از دو اتم تشکیل شده‌اند.
- (۳) در فرمول شیمیایی کلسیم اکسید همانند آلومینیم نیتريد، نسبت کاتیون به آنیون برابر یک است.
- (۴) هر اتمی که آرایش الکترونی آن به ns^2 ختم می‌شود، آرایش الکترون-نقطه‌ای به صورت A۰ دارد.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۸

توجه:

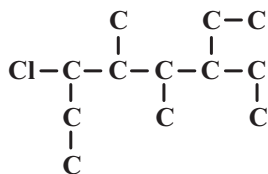
دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) و شیمی ۲ (۱۳۱ تا ۱۴۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۳۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درباره ششمین عضو از خانواده‌های آلکان‌ها درست هستند؟

- (آ) فرآریت آن از پنتان بیشتر است.
 - (ب) نقطهٔ جوش آن از هپتان کمتر است.
 - (پ) گرانش آن از اوکتان بیشتر است.
 - (ت) در دمای اتاق به صورت مایع است.
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۳۲- کدام گزینه درست است؟



(۱) با افزایش شمار اتم‌های کربن در هیدروکربن‌ها، نقطه جوش، فرآریت و گرانبوی آن‌ها افزایش می‌یابد.

(۲) نام ترکیب (روبه‌رو) ۳- کلرو - ۶- اتیل - ۴، ۵ - دی‌متیل اوکتان است.

(۳) آلکان‌ها به دلیل سیر شده بودن در آب نامحلول هستند؛ از این رو می‌توان از آن‌ها برای حفاظت از فلزها استفاده کرد.

(۴) شمار اتم‌های هیدروژن در اوکتین و سیکلوهگزان با هم برابر است.

۱۳۳- نسبت شمار اتم‌های H به C در یک آلکان راست زنجیر برابر ۲/۴ است. همه عبارت‌های زیر برای این آلکان درست است، به جز:

$$(H = 1, C = 12 : g.mol^{-1})$$

(۱) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن آن به شمار اتم‌های هیدروژن سرگروه ترکیبات آروماتیک، برابر ۲ می‌باشد.

(۲) حالت فیزیکی این آلکان در دمای اتاق و فشار ۱ atm با حالت فیزیکی گاز فندک در این شرایط متفاوت است.

(۳) شمار پیوندهای اشتراکی آن، یک واحد بیشتر از شمار پیوندهای اشتراکی C_8H_{10} است.

(۴) تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی سیکلوهگزان، برابر ۱۴ گرم بر مول می‌باشد.

۱۳۴- کدام موارد درست بیان شده است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(الف) چربی موجود در گوشت با بخار برم واکنش داده و رنگ قرمز آن را از بین می‌برد.

(ب) با وارد کردن گاز اتن در مخلوط آب و اسید در شرایط مناسب، اتان را در مقیاس صنعتی تولید می‌کنند.

(پ) بنزین یک آلکان است و تنفس بخارهای بنزین به دلیل سمی بودن در بعضی موارد، ممکن است سبب مرگ فرد شود.

(ت) تفاوت جرم مولی گاز فندک با وازلین، برابر ۲۹۴ گرم بر مول است.

(۱) الف، ت (۲) فقط ب

(۳) الف، پ (۴) پ، ت

۱۳۵- در مخلوط گازی شامل اتان و اتن، ۸۴ درصد جرم کل مخلوط را کربن تشکیل می‌دهد. اگر این مخلوط گازی با مقدار کافی

اکسیژن به طور کامل بسوزد، نسبت مول CO_2 تولید شده از سوختن اتان به مول CO_2 تولید شده از سوختن اتن کدام است؟

$$(C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

$$\frac{2}{7} \quad (۱) \quad \frac{7}{2} \quad (۲)$$

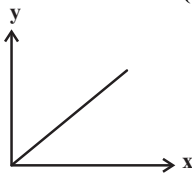
$$\frac{2}{5} \quad (۳) \quad \frac{5}{2} \quad (۴)$$

محل انجام محاسبات

۱۳۶- نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن، در کدام دو ترکیب یکسان است؟

- (۱) بنزن، اتین
(۲) سیکلوهگزان، بوتین
(۳) بنزن، نفتالن
(۴) سیکلوهگزان، هیدروژن سیانید

۱۳۷- کدام موارد از عبارتهای مطرح شده، عبارت زیر را به نادرستی تکمیل می‌کنند؟ ($C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)



در نمودار مقابل، x و y می‌توانند به ترتیب ... و ... باشند. (در نمودار مقابل نزولی یا صعودی بودن و روند کلی مدنظر است و خطی یا سهمی بودن آن مورد توجه نباشد.)

- (الف) شمار پیوندهای C-H در آلکن‌ها - درصد جرمی کربن در آن‌ها
(ب) شمار اتم‌های هیدروژن در آلکن‌های راست زنجیر - تفاوت نقطه جوش دو آلکن متوالی
(پ) شمار پیوندهای کووالانسی در آلکن‌ها - گرانی
(ت) جرم مولی در آلکن‌ها - دمایی که در آن میعان می‌یابند.

- (۱) الف، ب
(۲) الف، پ
(۳) ب، پ
(۴) الف، ب، پ

۱۳۸- چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟ ($C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

- * قسمت عمده نفت خام مربوط به گروهی از هیدروکربن‌ها است که در اولین عضو خانواده آن‌ها درصد جرمی کربن برابر ۷۵ است.
- * اگر مقدار جرم‌های یکسان از بنزین و زغال‌سنگ را بسوزانیم، گرمای حاصل از بنزین بیشتر است.
- * نفت سفید در بین اجزای سازنده نفت سنگین ایران دارای کمترین مقدار است.
- * شستشوی زغال‌سنگ برای حذف گوگرد و سایر ناخالصی‌ها صورت می‌گیرد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۹- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با نفت خام نادرست است؟

- (آ) نفت خام مخلوطی از هیدروکربن‌های سیرشده، برخی نمک‌ها، اسیدها و آب است.
(ب) نفت خام، پس از استخراج، بلافاصله با استفاده از تقطیر جزء به جزء در برج تقطیر، پالایش می‌شود.
(پ) فرآیند گازوئیل برخلاف درصد آن در نفت سنگین کشورهای عربی، از نفت کوره بیشتر است.
(ت) نفت سفید شامل آلکن‌هایی با ده تا پانزده کربن است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۰- همه گزینه‌های زیر نادرست‌اند، به جز:

- (۱) سوخت هواپیما به طور عمده شامل آلکن‌هایی با ۱۲ تا ۳۲ اتم هیدروژن است.
(۲) متان گازی سبک، بی‌بو و بی‌رنگ است که هرگاه مقدار آن در هوای معدن به ۵ درصد برسد احتمال انفجار وجود دارد.
(۳) یکی از راه‌های بهبود کارایی زغال‌سنگ به دام انداختن گاز گوگردتری‌اکسید خارج شده از نیروگاه‌ها با عبور گازهای خروجی از روی کلسیم اکسید است.
(۴) جایگزینی نفت با زغال‌سنگ سبب ورود مقدار بیشتری از انواع آلاینده‌ها به هواکره می‌شود.



آزمون «۲۱ بهمن ۱۴۰۱» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه غیر مشترک)

دفترچه سؤالات

مباحث نیمسال اول دوازدهم
پاسخ‌گویی به سؤالات این دفترچه اختیاری است.
برای درس‌های نیمسال اول دوازدهم تراز جداگانه در کارنامه داده می‌شود.
تراز درس‌های نیمسال اول دوازدهم در تراز کل بی‌تأثیر است.

مدت پاسخ‌گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان دوازدهم	۱۰	۱۴۱-۱۵۰	۱۰'
هندسه دوازدهم	۱۰	۱۵۱-۱۶۰	۱۵'
ریاضیات گسسته دوازدهم	۱۰	۱۶۱-۱۷۰	۱۵'
فیزیک دوازدهم	۱۰	۱۷۱-۱۸۰	۱۰'
شیمی دوازدهم	۱۰	۱۸۱-۱۹۰	۱۰'
جمع کل	۵۰	۱۴۱-۱۹۰	۶۰'

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مهدی ملارمضانی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش پویا رستگاری محبوبه بیک محمدی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مستول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۶۶۳

حسابان ۲ (اختیاری): ریاضی ۱: مثلثات، تابع: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶، ۹۴ تا ۱۱۷ / حسابان ۱: تابع، توابع نمایی و لگاریتمی، مثلثات: صفحه‌های ۳۷ تا ۱۰۹
حسابان ۲: تابع، مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۳۴
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

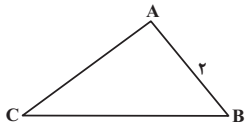
۱۴۱- تابع اکیداً نزولی f مفروض است. اگر دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\frac{a-x+2}{2+|x+1|}} - f(1)$ بازه $[1, +\infty)$ باشد، مقدار a کدام است؟
(۱) ۶ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۲

۱۴۲- اگر ضابطه وارون تابع $f(x) = x^2 - 4x + a$ با دامنه $D_f = [2, +\infty)$ به صورت $f^{-1}(x) = 2b + \sqrt{x+4b}$ باشد، دوتایی (a, b) کدام است؟
(۱) $(0, 2)$ (۲) $(0, -1)$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $(2, 0)$

۱۴۳- اگر $f(x) = \sqrt{x - \frac{1}{4}[4x]}$ و $0 < x < 1$ و $g(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 0 \\ x^2 & ; 0 < x < 1 \\ 2x & ; x \geq 1 \end{cases}$ باشد، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)
(۱) $(-\infty, \frac{1}{8})$ (۲) $[0, 1)$ (۳) $[\frac{1}{8}, 1)$ (۴) $[0, 1) \cup [2, +\infty)$

۱۴۴- اگر $f(x) = \frac{|x|}{x} \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \frac{\log(x^2 - x - 2)}{\sqrt{x+1}}$ باشند، دامنه تابع $g \circ f$ بازه $(a, +\infty)$ است. خط $y = a$ نمودار تابع f را با کدام طول قطع می‌کند؟
(۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۷ (۴) ۲۶

۱۴۵- توابع $f(x) = x^2 - \sqrt{5}x + 7, x \leq 1$ ، $g(x) = \sqrt{2 - (f^{-1} \circ f)(x)}$ و $h(x) = |x - 2| - 1$ مفروض‌اند. اگر نمودار تابع g را یک واحد در جهت مثبت محور x ها انتقال بدهیم، تعداد نقاط تلاقی آن با نمودار تابع $y = h(x)$ کدام است؟
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر



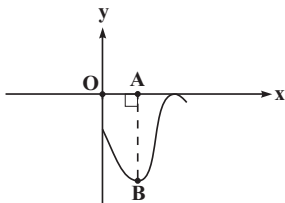
۱۴۶- در مثلث مقابل، اگر $\sin \hat{C} = \cos \hat{B} = \frac{1}{5}$ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟
(۱) $\sqrt{6}$ (۲) $2\sqrt{6}$ (۳) $4\sqrt{6}$ (۴) $8\sqrt{6}$

۱۴۷- اگر $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\tan^2 x$ کدام است؟
(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۱۴۸- اگر $\tan x = 2$ باشد، حاصل $\frac{\sin(x - \frac{\pi}{2}) - \cos(\frac{7\pi}{2} + x)}{\cos x} - \sin(x - 5\pi) - \cos^3(\pi + x)$ کدام است؟
(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{7}{12}$ (۴) $-\frac{5}{12}$

۱۴۹- نمودار تابع $f(x) = a - \frac{3}{4} \cos(bx)$ بر خط $y = \frac{1}{4}$ مماس و دوره تناوب آن برابر 4π است. حاصل $f(\frac{7\pi}{3})$ کدام می‌تواند باشد؟
(۱) $\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{8}$ (۲) $1 + \frac{3\sqrt{3}}{8}$ (۳) $\frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{8}$ (۴) $1 - \frac{3\sqrt{3}}{8}$

۱۵۰- شکل زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \sin^2(bx - \frac{\pi}{3}) - c$ را نشان می‌دهد. اگر مساحت مثلث OAB برابر $\frac{\pi}{6}$ و فاصله بین دو



نقطه ماکزیمم متوالی برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟ ($c \neq 0$)

- (۱) ۶
(۲) -۶
(۳) ۴
(۴) -۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳ (اختیاری): ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۲۶

۱۵۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های وارون ماتریس $A + I$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۵۲- اگر $AXB + C = D$ و A ، B و C ماتریس‌های مربعی هم‌مرتبه و وارون پذیر باشند، ماتریس X کدام است؟

۱) $D - C$ ۲) $A^{-1}(D - C)B^{-1}$ ۳) $D - A^{-1}CB^{-1}$ ۴) $A(D - C)$

۱۵۳- اگر $A_i = \begin{bmatrix} i & n \\ n & i \end{bmatrix}$ ، به ازای چه مقداری از n ، ماتریس $B = \sum_{i=1}^{n-1} A_i$ وارون پذیر نیست؟ ($n \in \mathbb{N}$)

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

۱۵۴- ماتریس اسکالر $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ مفروض است. اگر $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $C = AB$ و $c_{32} = -4$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی

ماتریس A کدام است؟

۱) -2 ۲) -6 ۳) ۳ ۴) ۹

۱۵۵- به ازای چند مقدار k ، دستگاه $\begin{cases} (k+1)x + 5y = 3 \\ 2x + (2k+3)y = k+2 \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد؟

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۵۶- کدام دستگاه زیر به ازای تمامی مقادیر حقیقی k ، همواره دارای جواب منحصر به فرد است؟

۱) $\begin{cases} kx + 2y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} k^2x + y = 1 \\ x + 4y = 3 \end{cases}$ ۳) $\begin{cases} kx + y = -1 \\ 4x + ky = 2 \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} k^2x + 2y = 3 \\ -x + y = 1 \end{cases}$

۱۵۷- اگر $A = \begin{bmatrix} -\sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه ماتریس A^2 کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} -\cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix}$

۱۵۸- اگر α و β جواب‌های معادله $\begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & -x & -1 \\ -1 & 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} = 0$ باشند، آنگاه حاصل $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$ کدام است؟

۱) $\frac{16}{9}$ ۲) $\frac{9}{16}$ ۳) $\frac{4}{9}$ ۴) $\frac{9}{4}$

۱۵۹- اگر A ماتریسی 2×2 و غیرصفر باشد به طوری که $A^T = A$ و $I + \lambda A$ وارون ماتریس $I - 3A$ باشد، آنگاه λ کدام است؟

۱) $-\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{3}{4}$

۱۶۰- فرض کنید A ماتریسی مربعی و $A^T = 3I$ باشد. وارون ماتریس $4A + 7I$ کدام است؟

۱) $4A + 7I$ ۲) $4A - 7I$ ۳) $-4A + 7I$ ۴) $-4A - 7I$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ١٥ دقیقه

ریاضیات گسسته (اختیاری): آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ١ تا ٢٥

١٦١- هرگاه $2x + 7$ و $11x + 5$ ، در یک دسته هم‌نهشتی به پیمانه ٧ قرار داشته باشند، باقی‌مانده تقسیم $x^3 - 1$ بر ٧ کدام است؟

- (١) صفر (٢) ١ (٣) ٢ (٤) ٣

١٦٢- فرض کنید a عددی گنگ باشد. کدام یک از گزاره‌های زیر لزوماً درست است؟

- (١) دست کم یکی از اعداد a^2 و $a^4 - 1$ گنگ است. (٢) دست کم یکی از اعداد a^3 و $a^6 + 1$ گنگ است.
(٣) دست کم یکی از اعداد a^2 و a^4 گویا است. (٤) حداکثر یکی از اعداد a^2 و a^3 گویا است.

١٦٣- اگر برای دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $a^3 | b^3$ ، آنگاه کدام گزینه نمی‌تواند همواره صحیح باشد؟ ($a \neq 0$)

- (١) $a^5 | b^5$ (٢) $a^2 | b^2$ (٣) $a^{15} | b^{15}$ (٤) $a^6 | b^6$

١٦٤- اگر روز ١٥ خرداد در یک سال، روز دوشنبه باشد، آنگاه روز ١٣ آبان در آن سال، چه روزی از هفته است؟

- (١) شنبه (٢) یکشنبه (٣) پنجشنبه (٤) جمعه

١٦٥- باقی‌مانده تقسیم عدد 2^{35} بر ٢١ کدام است؟

- (١) ٤ (٢) ٨ (٣) ٩ (٤) ١١

١٦٦- باقی‌مانده‌های تقسیم اعداد طبیعی a و $3a$ بر عدد طبیعی b به ترتیب برابر ١٧ و ٦ هستند. b کدام است؟

- (١) ٣٩ (٢) ٤٢ (٣) ٤٥ (٤) ٤٨

١٦٧- اگر باقی‌مانده تقسیم دو عدد $9a - 7$ و $3a - 3$ بر ١١ یکسان باشد، آنگاه باقی‌مانده تقسیم $5a - 4$ بر ٢٢ کدام است؟

- (١) ٢ (٢) ٣ (٣) ١٢ (٤) ١٣

١٦٨- به ازای چند مقدار دو رقمی و طبیعی n ، دو عدد $4n + 1$ و $3n - 2$ نسبت به هم اول‌اند؟

- (١) ١١ (٢) ٨ (٣) ٨٢ (٤) ٧٩

١٦٩- اگر a عدد زوجی باشد که بر ٤ بخش پذیر نیست، باقی‌مانده تقسیم $1 + a^2 + a^4$ بر ٤ کدام است؟

- (١) صفر (٢) ١ (٣) ٢ (٤) ٣

١٧٠- چند عدد شش رقمی به صورت $xy3152$ وجود دارد که بر ٣٦ بخش پذیر باشد؟

- (١) ٨ (٢) ٩ (٣) ١٠ (٤) ١١

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

فیزیک ۳ (اختیاری): حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۲۸

۱۷۱- متحرکی روی خط راست در طول بازه زمانی Δt دائماً به مبدأ مکان نزدیک می‌شود. کدام گزینه در مورد این متحرک در این بازه زمانی قطعاً صحیح است؟

- (۱) بردار مکان و بردار سرعت متحرک هم‌جهت هستند. (۲) بردار مکان و بردار سرعت متحرک مخالف‌الجهت هستند.
(۳) بردار سرعت و بردار شتاب متحرک هم‌جهت هستند. (۴) بردار سرعت و بردار شتاب متحرک مخالف‌الجهت هستند.

۱۷۲- تندی متوسط اتومبیل A بعد از طی مسافتی به طول ۳۶۰۰m برابر با $\frac{86}{4} \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و تندی متوسط اتومبیل B بعد از طی

همین مسیر برابر با $\frac{64}{8} \frac{\text{km}}{\text{h}}$ است. کدام اتومبیل و چند دقیقه زودتر، این مسیر را طی کرده است؟

- (۱) ۵۰، B (۲) $\frac{5}{6}$ ، B (۳) ۵۰، A (۴) $\frac{5}{6}$ ، A

۱۷۳- متحرکی با سرعت ثابت روی محور x حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_1 = 2\text{s}$ و $t_2 = 5\text{s}$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = -5\text{m}$ و $x_2 = 13\text{m}$ عبور می‌کند. این متحرک در لحظه $t = 4\text{s}$ در چه فاصله‌ای بر حسب متر از مبدأ حرکت قرار دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۴ (۳) ۲۴ (۴) ۱۴

۱۷۴- مطابق شکل زیر قطار (۲) به طول ۴۰۰ متر با تندی ثابت $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و قطار (۱) به طول ۳۰۰ متر با تندی ثابت $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ به طرف

یکدیگر در مسیری مستقیم و در دو ریل موازی در حال حرکت هستند. اگر مکان جلوی دو قطار در یک لحظه برابر با $x_A = -200\text{m}$ و $x_B = 600\text{m}$ باشد، در لحظه‌ای که دو قطار به طور کامل از کنار یکدیگر عبور می‌کنند، مکان نقطه A کدام است؟



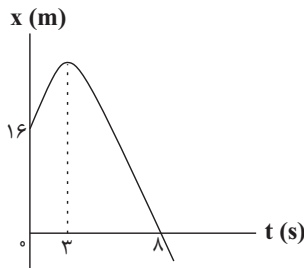
(۱) ۳۰۰m

(۲) صفر

(۳) ۱۰۰m

(۴) ۵۰۰m

۱۷۵- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که بردار



مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد، تندی متحرک چند متر بر ثانیه است؟

(۱) صفر

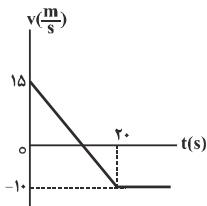
(۲) ۲

(۳) ۶

(۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

۱۷۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، متحرک به مکان اولیه خود باز می‌گردد؟



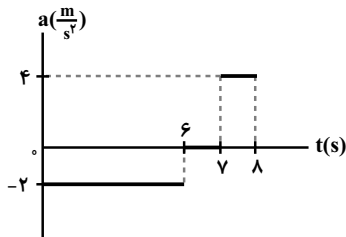
۱۲ (۱)

۸ (۲)

۲۰ (۳)

۲۵ (۴)

۱۷۷- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی خط راست در مبدأ زمان با سرعت $5 \frac{m}{s}$ از مبدأ مکان عبور می‌کند، مطابق شکل زیر



است. تندی متوسط متحرک از لحظه صفر تا لحظه $t = 8s$ چند متر بر ثانیه است؟

 $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{61}{16}$ (۱) $\frac{21}{16}$ (۴) $\frac{97}{16}$ (۳)

۱۷۸- دو متحرک که با شتاب‌هایی ثابت در یک مسیر مستقیم در حال حرکت هستند، در مبدأ زمان از مبدأ مکان با سرعت‌های

$2 \frac{m}{s}$ و $8 \frac{m}{s}$ عبور می‌کنند. اگر سرعت دو متحرک بعد از $5s$ با هم برابر شود، آنگاه بیش‌ترین فاصله دو متحرک از هم در 10

ثانیه ابتدایی حرکت، چند متر است؟

۵ (۴)

 $7/5$ (۳)

۱۰ (۲)

۱۵ (۱)

۱۷۹- در شرایط خلأ، سنگی را از بالای ساختمانی به ارتفاع h رها می‌کنیم و این سنگ پس از $4s$ به زمین می‌رسد. این سنگ $\frac{7}{16}h$

انتهایی مسیر را طی چند ثانیه طی خواهد کرد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

 $1/75$ (۱)

۱۸۰- تندی گلوله‌ای که در شرایط خلأ از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود، در فاصله $\frac{h}{5}$ از سطح زمین برابر با $12\sqrt{5} \frac{m}{s}$ می‌شود.

تندی گلوله در لحظه برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 9/8 \frac{m}{s^2}$)

 $60\sqrt{5}$ (۲)

۳۰ (۱)

۲۴ (۴)

 $60\sqrt{2}$ (۳)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳ (اختیاری): مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱ تا ۳۶

۱۸۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- (آ) هنگام یونیده شدن متانویک اسید در آب، $[H^+]$ با $[HCOO^-]$ برابر و خیلی کمتر از $[HCOOH]$ است.
 (ب) اگر $\alpha_{HA} > \alpha_{HB}$ باشد، آنگاه رسانایی الکتریکی محلول HA بیشتر از HB خواهد بود.
 (پ) از نظر مقایسه K_a : مقایسه $HCl > CH_3COOH > HCN$ درست است.
 (ت) در تعادل: $2A(g) + B(g) \rightleftharpoons 3C(g)$ ، پس از برقراری تعادل، سرعت مصرف A با سرعت تولید C برابر است.
 (ث) در دمای ثابت، با افزودن آب به محلول نیترو اسید، درجه یونش آن افزایش می‌یابد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۸۲- مقدار m گرم پتاسیم نیترات خالص را حرارت داده تا مطابق واکنش زیر به طور کامل تجزیه شود. پتاسیم اکسید تولید شده در این واکنش را در آب مقطر حل نموده و با افزودن آب، حجم محلول حاصل را به ۲ لیتر رسانده‌ایم. اگر غلظت یون هیدروکسید این محلول برابر ۰/۵ مولار باشد مقدار m برابر ... گرم و حجم گاز اکسیژن تولید شده در شرایط STP برابر ... لیتر خواهد بود. ($H = 1, O = 16, N = 14, K = 39 : g.mol^{-1}$) (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید).

(معادله واکنش موازنه شود): $KNO_3(s) \rightarrow K_2O(s) + N_2(g) + O_2(g)$

(۱) ۵۶، ۲۰۲ (۲) ۵۶، ۱۰۱ (۳) ۲۸، ۲۰۲ (۴) ۲۸، ۱۰۱

۱۸۳- ۱۰/۸ گرم اسید ضعیف HA را در آب حل کرده و حجم محلول حاصل را به ۵۰۰ میلی لیتر رسانده‌ایم. اگر pH محلول اسید در دمای $25^\circ C$ برابر ۴/۴ باشد، ثابت یونش اسید در این دما به تقریب کدام است؟ (جرم مولی HA را برابر ۲۷ گرم بر مول در نظر بگیرید. $\log 2 = 0.3$)

(۱) 5×10^{-11} (۲) 2×10^{-9} (۳) 5×10^{-10} (۴) 2×10^{-10}

۱۸۴- مقایسه رسانایی الکتریکی محلول‌های زیر در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟ ($Ca = 40, O = 16 : g.mol^{-1}$) و دما را $25^\circ C$ در نظر بگیرید.

(از تغییر حجم ناشی از حل کردن مواد در آب چشم‌پوشی شود).

- (A) محلول حاصل از انحلال ۱ مول دی‌نیتروژن پنتاکسید درون یک لیتر آب مقطر
 (B) محلول آبی ۰/۵ مولار پتاسیم فسفید
 (C) محلول ۵ مولار اسید HA با درجه یونش ۰/۲
 (D) انحلال ۱۱۲ گرم آهک درون ۲ لیتر آب مقطر

(۱) $A > D > C = B$ (۲) $A > B = C > D$ (۳) $D > A > B > C$ (۴) $D > C > A > B$

۱۸۵- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) گل ادریسی در خاکی که pH آن برابر با ۴/۷ باشد، به رنگ سرخ شکوفا می‌شود.
 (۲) آمونیاک باز ضعیفی است که به علت برقراری نیروی جاذبه وان‌دروالسی با آب، عمدتاً به صورت مولکولی در آب حل می‌شود.
 (۳) متیازیم هیدروکسید نوعی ضد اسید است که در واکنش با هیدروکلریک‌اسید، رسوب متیازیم کلرید را تولید می‌کند.
 (۴) در محلول بازهای ضعیف علاوه بر یون‌های آب‌پوشیده، شمار بسیاری از مولکول‌های باز نیز یافت می‌شود.

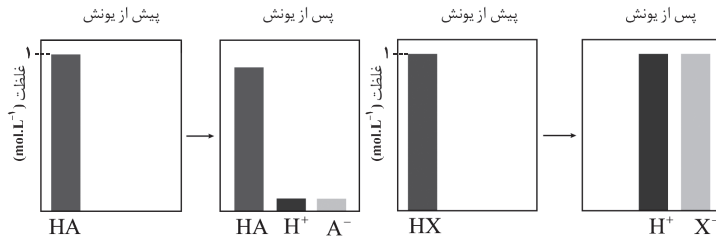
محل انجام محاسبات

۱۸۶- ۲۰۰mL محلول اسید HA با ۱۰۰ میلی لیتر محلول NaOH با $\text{pH} = 13/7$ خنثی می شود. درجه یونش این اسید و pH

آن به تقریب از راست به چپ کدام اند؟ ($\log 2 = 0/3$ و $K_a = 2/5 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$ و دما را 25°C در نظر بگیرید.)

- (۱) 10^{-2} و $2/4$ (۲) 10^{-1} و $2/6$ (۳) 10^{-1} و $2/4$ (۴) 10^{-2} و $2/6$

۱۸۷- با توجه به شکل زیر، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) برای خنثی کردن حجم‌های یکسانی از این دو اسید در شرایط یکسان، حجم یکسانی از محلول ۰/۱ مولار NaOH لازم است.

(۲) pH محلول ۰/۱ مولار HX از pH محلول ۰/۱ مولار HA کوچکتر است.

(۳) با افزودن ۱۰۰ میلی لیتر آب مقطر به ۱۰۰ میلی لیتر از محلول ۰/۱ مولار این دو اسید، تغییر pH آنها متفاوت خواهد بود.

(۴) با افزایش غلظت محلول اسیدهای HA و HX در دمای ثابت، ثابت یونش و درجه یونش آنها ثابت می ماند.

۱۸۸- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) از واکنش سدیم هیدروژن کربنات و هیدروکلریک اسید، گاز CO_2 تولید می شود.

(۲) محیط درون معده، بسیار اسیدی است و حتی می تواند فلز منیزیم را در خود حل کند.

(۳) یکی از رایج ترین ضد اسیدها شیر منیزی نام دارد که شامل منیزیم هیدروکسید است.

(۴) افزودن جوش شیرین به شوینده ها، تأثیری در قدرت پاک کنندگی آنها ندارد.

۱۸۹- غلظت اولیه اسید HA در دو لیتر محلول آن با درجه یونش ۰/۰۲ و $\text{pH} = 2/7$ ، چند مول بر لیتر است و این محلول با چند

مول NaOH به طور کامل خنثی می شود؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید.) ($10^{-3} = 2$)

- (۱) ۰/۲ ، ۰/۱ (۲) ۰/۱ ، ۰/۲ (۳) ۰/۰۲ ، ۰/۱ (۴) ۰/۰۱ ، ۰/۲

۱۹۰- ۲۰۰ میلی لیتر از محلول هیدروبرمیک اسید با $\text{pH} = 1/4$ با چند گرم لیتیم اکسید به طور کامل خنثی می شود؟ ($10^{-3} = 2$)

($\text{Li} = 7, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۰/۰۶ (۲) ۰/۱۲ (۳) ۰/۲۴ (۴) ۰/۴۸

محل انجام محاسبات

آزمون شناختی ۲۱ بهمن ۱۴۰۱

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. از این آزمون به بعد، برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های مورد ارزیابی شروع می‌شود. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفاً برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال پاسخ نامه تشریحی را مطالعه کنید. دقت داشته باشید، سوالات از شماره ۲۶۱ شروع می‌شوند.

۲۶۱. ورزش یا فعالیت فیزیکی موجب تسهیل یادگیری در کدام مورد زیر می‌شود؟

۱. تکالیف درسی بعد از ورزش
۲. تکالیف درسی قبل از ورزش

۳. هر دو مورد
۴. هیچ کدام

۲۶۲. برای پیشگیری از حواس پرتی کدام مورد را مفید می‌دانید؟

۱. اجازه دادن حرکت آزادانه فکر
۲. کم کردن محرک‌های مزاحم

۳. هر دو مورد
۴. نمی‌دانم

۲۶۳. تعداد گویه‌های قابل ذخیره در کدام نوع حافظه بیشتر است؟

۱. اطلاعات تصویری
۲. اطلاعات شنیداری
۳. فرقی نمی‌کند
۴. نمی‌دانم

۲۶۴. کدام مورد برای به خاطر سپاری حجم بیشتری از اطلاعات در یک بازه زمانی مفید است؟

۱. اطلاعات تصویری
۲. اطلاعات شنیداری
۳. فرقی نمی‌کند
۴. نمی‌دانم

۲۶۵. چگونه می‌توان توجه و تمرکز را در زمان خواندن مطالب درسی به سمت موارد مهم تر سوق داد؟

۱. خط کشیدن زیر مطالب مهم‌تر
۲. نکته برداری

۳. هایلایت کردن
۴. همه موارد

۲۶۶. کدام روش زیر را در مطالعه مناسب تر می‌دانید؟

۱. استفاده از مثال‌های موجود در کتاب درسی
۲. خلق مثال‌های جدید بر اساس دانش خودمان

۳. تفاوتی ندارد
۴. نمی‌دانم

۲۶۷. به خاطر سپاری کدام مطلب زیر راحت تر است؟

۱. مطالب عجیب
۲. مطالب خنده‌دار
۳. مطالب واقعی و جدی
۴. مورد ۱ و ۲

۲۶۸. کدام روش را برای حل مساله مناسب تر می‌دانید؟

۱. پیروی از روش معمول
۲. خلق روش جدید
۳. هر دو
۴. هیچ کدام

۲۶۹. نگه داشتن توجه و تمرکز بر روی کدام یک از موارد زیر سخت تر است؟

۱. تکلیف ساده و یکنواخت
۲. تکلیف دشوار و متنوع
۳. فرقی ندارد
۴. نمی‌دانم

۲۷۰. یکی از گزینه‌های زیر را در مورد سوالات امروز انتخاب کنید.

۱. مفید بود و انتظار دارم این آگاهی، من را در یادگیری مطالب درسی کمک کند.

۲. مایل به دریافت اطلاعات، راهبردها و تکالیف تقویتی بیشتر هستم.

۳. هر دو

۴. هیچ کدام



آزمون 21 بهمن 1401

اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)

دفترچه پاسخ

نام طرحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلالی-شاهین پروازی-محمدسجاد پیشوایی-عادل حسینی-افشین خاصه-خان-طاهر دادستانی-بابک سادات محمدحسن سلامی حسینی- پویان طهرانیان- کامیار علییون- سروش موئینی-سیدجواد نظری-جهانبخش نیکنام-امیر وفائی شهرام ولایی	حسابان 2 ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-معصومه اکبری-صحت- مهدی حاجی نژادیان-حسین حاجیلو-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی سوگند روشنی-یاسین سپهر-فرشاد صدیقی-فر-شایان عیاجی-رضا عباسی-اصل-احمدرضا فلاح-سهام مجیدی-پور-سروش موئینی محمد هجری-امیر وفائی	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب-محسن بهرام پور-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-محمد صحت کار فرشاد فرامرزی-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم علوی-محمدجواد محسنی-مهرداد ملوندی-سروش موئینی-محمد هجری-امیر وفائی-فرهاد وفائی	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	
خسرو ارغوانی-فرد-محمد اسدی-بابک اسلامی-عباس اصغری-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران حامد خسروی-بیبا خورشید-محمدعلی راست پیمان- بهنام رستمی-مهدی سلطانی-سعید شرق-امیرمحمد عبدوی-پوریا علاقه مند مسعود قره خانی-محسن قندچلر-بهادر کامران-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-احسان محمدی-حسین مخدومی محمود منصوری-سیدعلی میرنوری-حسام نادری-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
محمدرضا پورچاوید-احمدرضا جعفری نژاد-امیر حاتمیان-حمید ذبچی-یاسر راش-حسن رحمتی کوکنده-روزبه رضوانی-علی طرفی محمد عظیمیان زواره-رضا فراهانی-علیرضا کیانی دوست-محمدحسن محمدزاده مقدم-امیرحسین مسلمی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان 2 ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مهدی ملارمضانی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش پویا رستگاری محبوبه بیگ محمدی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک 923 - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: 021-6463



(شاهین پروازی)

4- گزینه «3»

با توجه به تعریف مشتق $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x^2 + 2 + h) - f(x^2 + 2)}{h} = f'(x^2 + 2)$$

و با توجه به $x^2 + 2 \geq 2$ و ضابطه $f(x)$ که به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} x & ; x > 1 \\ 2 - x & ; x \leq 1 \end{cases}$$

شیب خط مماس در نقاط بیشتر از 2، یک است.

(مسابان 2- صفحه 77)

(موانیش نیکنام)

5- گزینه «2»

معادله خط مماس بر نمودار تابع f در $x = 2$ برابر است با:

$$y = -\frac{1}{a}x + 1$$

$$f(2) = -\frac{2}{a} + 1 \text{ و } f'(2) = -\frac{1}{a}$$

حال برای حاصل حد صورت سؤال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \times \frac{f(x) + f(2)}{x + 2} = (f'(2)) \frac{2f(2)}{4}$$

$$= \frac{1}{2} f'(2) f(2) = 3$$

$$\Rightarrow f'(2) f(2) = 6 \Rightarrow \left(-\frac{1}{a}\right) \left(-\frac{2}{a} + 1\right) = 6 \Rightarrow \frac{2}{a^2} - \frac{1}{a} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a^2} - \frac{1}{a} - 6 = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{a} - 2\right) \left(\frac{2}{a} + 3\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

دقت کنید که a منفی است.

(مسابان 2- صفحه های 78 تا 80)

(عادل مسینی)

6- گزینه «4»

$$f(x) = (x-2) \frac{\tan \frac{\pi x}{3}}{\sqrt{4x+1}} ; f(2) = 0$$

$x-2$ عامل صفرکننده است و برای محاسبه $f'(2)$ از تعریقی مشتق استفاده می‌کنیم:

حسابان 2

1- گزینه «1»

(شاهین پروازی)

تابع $f(x)$ را در همسایگی $x=1$ به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} 3x & ; x \geq 1 \\ 2x & ; x < 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 \end{cases}$$

تابع $f(x)$ در $x=1$ فقط پیوستگی راست دارد و پیوستگی چپ را که لازمه مشتق‌پذیری چپ در $x=1$ است ندارد.

$$f'(x) = \begin{cases} 3 & ; x > 1 \\ 2 & ; x < 1 \end{cases}$$

بنابراین:

وجود ندارد $f'_-(1) = 3$ $f'_+(1) = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = 3 \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = 2$$

(مسابان 2- صفحه های 84 تا 87)

(امیر عتیون)

2- گزینه «1»

مجانب قائم نمودار تابع f خط $x = a$ است.

از طرفی خط مماس قائم نمودار تابع $y = \sqrt[3]{x}$ ، $x=0$ است که با انتقال نمودار $y = \sqrt[3]{x}$ به اندازه $2a^2$ واحد به سمت راست و به دست آوردن نمودار تابع g ، خط مماس قائم هم به $x = 2a^2$ منتقل می‌شود.

حال این دو خط بر هم منطبق‌اند و داریم:

$$2a^2 = a \Rightarrow 2a^2 - a = a(2a - 1) = 0$$

$$\Rightarrow a = 0 \text{ یا } a = \frac{1}{2}$$

مشخص است که $a=0$ غیرقابل قبول است، زیرا در این صورت نمودار f مجانب قائم ندارد.

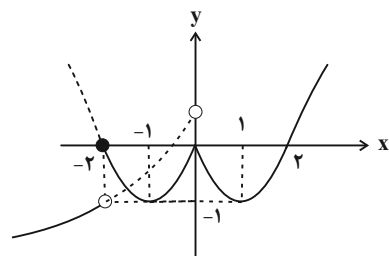
(مسابان 2- صفحه 88)

(امیر عتیون)

3- گزینه «2»

در چنین مواردی بهترین روش رسم تقریبی نمودار است. نمودار تابع f را در شکل زیر می‌بینید:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{-2x} & ; x < -2 \\ (|x| - 1)^2 - 1 & ; x \geq -2 \end{cases}$$



با توجه به نمودار بالا تابع در نقاط -2 و صفر مشتق‌ناپذیر است.

(مسابان 2- صفحه 89)

$$\overline{A \leftarrow T W \leftarrow A} \rightarrow -a - 1 = 2 + b \Rightarrow a + b = -3$$

دقت کنید که در یک همسایگی راست $x = -1$ ، $x = -1$ ، $[2x] = -2$ است.

در همسایگی $x = -1$ تابع f از دو قطعه خط تشکیل شده است و شیب خطها برابر شیب نیم‌مماس‌های راست و چپ است که برای مشتق‌پذیری این شیب‌ها باید برابر باشند:

$$\Rightarrow a = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} [2x] = -2 \xrightarrow{a+b=-3} b = -1$$

(مسئله‌های 86 و 87)

(بیانفش نیکلام)

9- گزینه «1»

ابتدا مشتق راست و چپ تابع f را در $x = 0$ بدست می‌آوریم:

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = \frac{1}{k}$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = -\frac{1}{k}$$

پس داریم:

$$\left| \frac{1}{k} - \left(-\frac{1}{k}\right) \right| > \frac{2}{3} \Rightarrow |k| < 3 \Rightarrow -3 < k < 3$$

اعداد صحیح در این بازه $k = \pm 2, \pm 1, 0$ می‌باشد.

اما به ازای $k = 0$ تابع f ، تابع ثابت $f(x) = 1$ ($x \neq 0$) خواهد شد.

که چون در $x = 0$ تعریف نشده است پس مشتق چپ و راست وجود ندارد. پس اعداد صحیح قابل قبول $k = \pm 1, \pm 2$ هستند.

(مسئله‌های 86 و 87)

(ظاهر راستانی)

10- گزینه «3»

تابع $y = \frac{\sqrt{f(\sin x)}}{\cos x}$ در یک همسایگی چپ $\frac{\pi}{2}$ مثبت است. در این

صورت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{\sqrt{f(\sin x)}}{\sqrt{\cos^2 x}} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{\sqrt{f(\sin x)}}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{f(t)}}{\sqrt{1 - t^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{\frac{f(t) - f(1)}{t - 1}} \times \frac{-1}{t + 1}$$

$$= \sqrt{f'_-(1) \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{(-2) \left(-\frac{1}{2}\right)} = 1$$

(مسئله‌های 86 و 87)

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2) \tan \frac{\pi x}{3}}{(x-2) \sqrt{4x+1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2) \tan \frac{\pi x}{3}}{\sqrt{4x+1}}$$

$$= \frac{4 \tan \frac{2\pi}{3}}{3} = \frac{4}{3} \left(-\tan \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{4}{3} \sqrt{3}$$

پس معادله خط مماس به صورت زیر است:

$$y - 0 = -\frac{4}{3} \sqrt{3} (x - 2) \Rightarrow 4x + \sqrt{3}y = 8$$

(مسئله‌های 78 تا 80)

(پویان طهرانیان)

7- گزینه «2»

در یک همسایگی $x = -1$ می‌توانیم ضابطه (های) تابع f را به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} 3(x^3 - ax + b) & ; x < -1 \\ 4(x^3 - ax + b) & ; x \geq -1 \end{cases}$$

زیرا وقتی $x \rightarrow (-1)^-$ ، $\left[-\frac{4}{x}\right] = 3$ و وقتی $x \rightarrow (-1)^+$ ،

$\left[-\frac{4}{x}\right] = 4$ است. دقت کنید که در $x = -1$ تابع پیوستگی راست دارد.

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 9x^2 - 3a & ; x < -1 \\ 12x^2 - 4a & ; x > -1 \end{cases}$$

برای اینکه تابع f ، مشتق چپ هم داشته باشد، لازم است که از چپ هم

پیوسته باشد، بنابراین $x = -1$ باید ریشه $x^3 - ax + b$ باشد. در این

صورت داریم: $(-1)^3 - a(-1) + b = 0 \Rightarrow a + b = 1$

حال برای مشتق‌های چپ و راست تابع f در $x = -1$ می‌توانیم بنویسیم:

$$f'_-(-1) = 9 - 3a \Rightarrow |9 - 3a - 12 + 4a| = |a - 3| = a$$

$$f'_+(-1) = 12 - 4a$$

$$\Rightarrow a - 3 = -a \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{a+b=1} b = -\frac{1}{2}$$

(مسئله‌های 86 و 87)

(عادل مسینی)

8- گزینه «4»

برای اینکه f در $x = -1$ مشتق‌پذیر باشد، لازم است پیوسته باشد، پس داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -a - 1 \\ f(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (-2x + b) = 2 + b \end{cases}$$

ریاضی پایه

گزینه 1 «1»

(کامیار علیپور)

ابتدا A را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{2^6 \times (3^3 \times 2 \times 5)^2}{3(3^2 \times 5^2)^4} = \frac{2^6 \times 3^3 \times 2^2 \times 5^2}{3 \times 3^2 \times 5^2} = 2^2$$

$$\sqrt[13]{2^2} = 2^{\frac{2}{13}} = \sqrt{2} \text{ برابر است با } 2^{\frac{1}{2}}$$

(ریاضی 1- توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی: صفحه‌های 54 تا 62)

گزینه 2 «2»

(ظاهر دارستانی)

$$\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{4-\sqrt{7}}}{\sqrt{3} + \sqrt{7} - 2} = \frac{\sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}} + \sqrt{\frac{8-2\sqrt{7}}{2}}}{\sqrt{3} + \sqrt{7} - 2}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{(\sqrt{7}-1)^2}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{3} + \sqrt{7} - 2}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{3}-1 + \sqrt{7}-1)}{\sqrt{3} + \sqrt{7} - 2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(ریاضی 1- توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی: صفحه 67)

گزینه 1 «1»

(شاهین پروازی)

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر عبارت $x^3 + y^3$ را تجزیه می‌کنیم.

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 + y^2 - xy) = (x+y)((x+y)^2 - 3xy)$$

برای پیدا کردن xy کافی است تساوی را به توان 2 برسانیم:

$$x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow x^2y + y^2x + 2xy\sqrt{xy} = 5$$

$$\Rightarrow xy(x+y) + 2xy\sqrt{xy} = 5 \xrightarrow{\substack{\sqrt{xy}=T \\ x+y=3}} 2T^3 + 3T^2 - 5 = 0$$

$$\Rightarrow (T-1)\underbrace{(2T^2 + 5T + 5)}_{\Delta < 0} = 0 \Rightarrow T = 1 \Rightarrow xy = 1$$

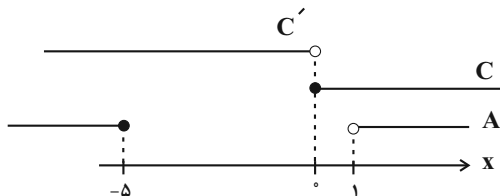
پس حاصل عبارت مورد نظر برابر است با:

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 27 - 9 = 18$$

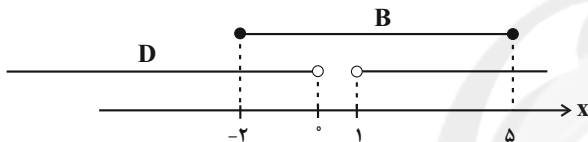
(ریاضی 1- توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی: صفحه‌های 63 تا 65)

14- گزینه 3 «3» (عادل مسینی)

مجموعه‌های A و C در محور اعداد حقیقی به صورت زیر است:

پس مجموعه $A \cup C'$ برابر مجموعه $D = \mathbb{R} - [0, 1]$ است.

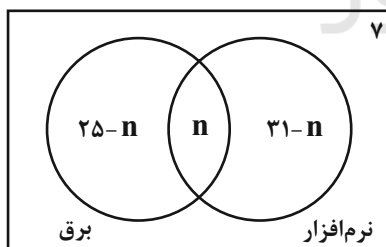
حال مجموعه‌های D و B در محور اعداد حقیقی به صورت زیر است:

پس مجموعه $D - B$ برابر مجموعه $\mathbb{R} - [-2, 5]$ و طبیعتاً متمم آن بازه $[-2, 5]$ است.

(ریاضی 1- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های 3 تا 5)

15- گزینه 4 «4» (عادل مسینی)

نمودار ون زیر وضعیت این کلاس را در علاقمندی به رشته‌های برق و نرم‌افزار نمایش می‌دهد.



که n تعداد افراد علاقمند به هر دو رشته است.

این کلاس 43 نفر جمعیت دارد، پس داریم:

$$25 - n + n + 31 - n + 7 = 43 \Rightarrow n = 20$$

(ریاضی 1- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های 10 تا 13)

16- گزینه 2 «2» (ظاهر دارستانی)

تعداد نقاط شکل m برابر $a_n = n^2 + 4n$ می‌باشد. پس داریم:



19- گزینه «3» (نخستین خاصه‌شان)

ده جمله متوالی این دنباله را از a_{k-9} تا a_k در نظر می‌گیریم، داریم:

$$S = a_{k-9} + a_{k-8} + \dots + a_k = \frac{10}{2}(a_{k-9} + a_k)$$

جمله عمومی دنباله حسابی $a_n = a_1 + (n-1)d$ است. پس داریم:

$$S = 5[a_1 + (k-10)d + a_1 + (k-1)d]$$

در دنباله داده شده $a_1 = 2$ و $d = 3$ است.

$$\Rightarrow S = 5(6k - 29) = 335 \Rightarrow 6k - 29 = 67 \Rightarrow k = 16$$

یعنی مجموع جملات هفتم تا شانزدهم برابر 335 است.

(مسابان 1- پیر و معارله: صفحه‌های 2 تا 6)

20- گزینه «3» (عادل سینی)

جملات دنباله را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a_n : a_1, a_1q, a_1q^2, \dots, a_1q^{n-1}, \dots$$

که در آن $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ است. دنباله‌ای که جملات آن معکوس

جملات دنباله بالا باشد، به صورت زیر است:

$$b_n : \frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_1q}, \dots, \frac{1}{a_1} \left(\frac{1}{q}\right)^{n-1}, \dots$$

که داریم:

$$T_n = \frac{\frac{1}{a_1} \left(1 - \left(\frac{1}{q}\right)^n\right)}{1 - \frac{1}{q}} = \frac{1}{a_1q^{n-1}} \times \frac{q^n - 1}{q - 1} \Rightarrow T_n = \frac{S_n}{a_1a_n}$$

پس در این سؤال داریم:

$$T_{19} = \frac{S_{19}}{a_1a_{19}} = \frac{S_{19}}{18} \Rightarrow a_1a_{19} = 18$$

از طرفی می‌دانیم که در یک دنباله هندسی اگر $n + m = 2k$ باشد، رابطه

$$a_n a_m = a_k^2$$

پس داریم:

$$a_1a_{19} = a_{10}^2 = 18 \Rightarrow a_{10} = \pm 3\sqrt{2}$$

(مسابان 1- پیر و معارله: صفحه‌های 2 تا 6)

$$n^2 + 4n = 192 \Rightarrow n^2 + 4n - 192 = 0 \\ \Rightarrow (n-12)(n+16) = 0 \Rightarrow n = 12$$

در شکل دوازدهم 192 نقطه داریم.

(ریاضی 1- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های 17 و 18)

17- گزینه «4» (آمیاز علیپور)

ابتدا تعداد جملات منفی دنباله a_n را می‌یابیم:

$$a_n = n^2 - 7n + 10 = (n-5)(n-2) < 0 \Rightarrow 2 < n < 5$$

$$\Rightarrow n = 3, 4$$

پس a_n ، 2 جمله منفی دارد. این یعنی b_n هم باید دو جمله منفی داشته

باشد. پس داریم:

$$b_n < 0 \Rightarrow \begin{cases} a > 0: -2a < n < a - \frac{2n}{k} \rightarrow 2 < a \leq 3 \\ a < 0: a < n < -2a - \frac{2n}{k} \rightarrow 2 < -2a \leq 3 \\ \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq a < -1 \end{cases}$$

پس حدود a مجموعه $\left[-\frac{3}{2}, -1\right) \cup (2, 3]$ است.

(ریاضی 1- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های 18 تا 20)

18- گزینه «4» (پوران طهرانیان)

ابتدا جملات سوم و هفتم را به دست می‌آوریم:

$$a_3 = 5(2)^{2-3} = \frac{5}{2}, \quad a_7 = 5(2)^{2-7} = \frac{5}{32}$$

سه واسطه حسابی بین جملات a_3 و a_7 را $c-d$ ، c و $c+d$ در نظر

می‌گیریم که در آن d قدر نسبت دنباله حسابی به دست آمده است.

مجموعه سه واسطه برابر $3c$ است. اما طبق ویژگی‌های جملات متوالی و

متساوی‌الفاصله در دنباله حسابی داریم:

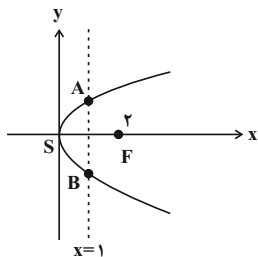
$$2c = a_3 + a_7 \Rightarrow c = \frac{85}{64}$$

در نتیجه مجموع واسطه‌ها برابر $3c = \frac{255}{64}$ خواهد شد.

(ریاضی 1- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های 21 تا 23)

$$4a = 8 \Rightarrow a = 2$$

مکان هندسی نقاطی که از S و F به یک فاصله باشند، عمودمنصف پاره خط SF است، یعنی خط $x = 1$.



مکان هندسی نقاطی که از S و F به یک فاصله باشند، عمودمنصف پاره خط SF است، یعنی خط $x = 1$.

از تقاطع این خط با سهمی داریم:

$$y^2 = 8x \xrightarrow{x=1} y^2 = 8 \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{2}$$

نقاط برخورد $A(1, 2\sqrt{2})$, $B(1, -2\sqrt{2})$

$$S_{SAB} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 1 = 2\sqrt{2}$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

(سوکندر روشنی)

25- گزینه «1»

می‌دانیم کوچک‌ترین دایره‌ای که از دو نقطه ثابت می‌گذرد، دایره‌ای که آن دو نقطه، دو سر قطری از آن هستند. از طرفی با توجه به ویژگی مکان هندسی سهمی، فاصله هر نقطه واقع بر یک سهمی از کانون و خط هادی برابر است. پس در صورتی که شعاع دایره مورد نظر را با R نمایش دهیم، داریم:

$$2R = AF = |3-1| = 2 \Rightarrow R = 1$$

$$\Rightarrow \text{مساحت دایره} = \pi \times 1^2 = \pi$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 و 51)

(امیرمسین ابومصوب)

26- گزینه «3»

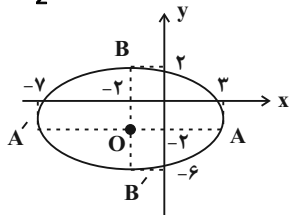
می‌دانیم بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه ثابت در این صفحه، مقدار ثابتی باشد. این دو نقطه ثابت کانون‌های بیضی به فاصله $2c$ از یکدیگر هستند و مقدار ثابت برابر $2a$ (طول قطر بزرگ بیضی) است. در این بیضی داریم:

$$MN = \sqrt{(-5-1)^2 + (-2+2)^2} = 6 \Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

$$2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 25 = b^2 + 9 \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$$

$$\text{مرکز بیضی } O = \frac{M+N}{2} = (-2, -2)$$



مطابق شکل نقاط $A(3, -2)$ و $A'(-7, -2)$ دو سر قطر بزرگ و نقاط $B(-2, 2)$ و $B'(-2, -6)$ دو سر قطر کوچک بیضی هستند. بنابراین خط $y = 3$ در هیچ نقطه‌ای با این بیضی برخورد نمی‌کند.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 47 و 48)

هندسه 3

22- گزینه «2»

(امیرمسین ابومصوب)

$$\text{خروج از مرکز } \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{4} \xrightarrow{2 \cdot \text{مربع}} \frac{c^2}{a^2} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow a^2 = 8c^2 \quad (1)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{(1)} 8c^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 = 7c^2 \Rightarrow b = \sqrt{7}c$$

$$\Rightarrow 2b = \sqrt{7}(2c)$$

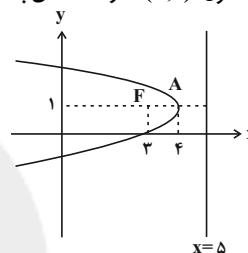
یعنی طول قطر کوچک بیضی، $\sqrt{7}$ برابر فاصله کانونی آن است.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 47 تا 49)

(افشین فاضله‌فان)

22- گزینه «4»

این منحنی، یک سهمی با کانون $F(3, 1)$ و خط هادی به معادله $x = 5$ است.



سهمی رو به چپ باز می‌شود و رأس آن دقیقاً وسط پاره خط عمود از کانون بر خط هادی، یعنی نقطه $A(4, 1)$ قرار دارد. در این صورت داریم:

$$a = 1$$

$$\text{معادله سهمی } (y-1)^2 = -4(x-4)$$

برای پیدا کردن نقاط تلاقی سهمی با محور y ها، در معادله سهمی $x = 0$ را

$$\text{جایگذاری می‌کنیم: } (y-1)^2 = -4(0-4) \Rightarrow (y-1)^2 = 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-1 = 4 \Rightarrow y = 5 \\ y-1 = -4 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

$$\text{مجموع عرض نقاط برخورد با محور } y \text{ ها } = 5 + (-3) = 2$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

(امیرمسین ابومصوب)

23- گزینه «4»

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف تبدیل می‌کنیم و سپس معادله خط هادی آن را به دست می‌آوریم.

$$x^2 - 6x - 8y + 25 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x = 8y - 25$$

$$\xrightarrow{+9} x^2 - 6x + 9 = 8y - 16 \Rightarrow (x-3)^2 = 8(y-2)$$

سهمی قائم است و دهانه آن به طرف بالا باز می‌شود.

$$\text{رأس سهمی } A(3, 2) \text{ و } 4a = 8 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{معادله خط هادی } y = k - a = 2 - 2 \Rightarrow y = 0$$

خط $y = 0$ (محور x ها) خط هادی سهمی است، پس نقطه $(-1, 0)$ روی این خط قرار دارد.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

(فرشاد صریقی‌فر)

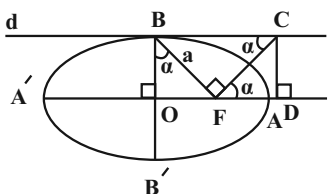
24- گزینه «3»

سهمی افقی است و دهانه آن رو به راست باز می‌شود. در این سهمی داریم:

$$\text{رأس سهمی } S(0, 0)$$

(سوکندر روشنی)

29- گزینه «2»



مطابق شکل دو مثلث OBF و BFC متشابه اند

(OBF = FBC, O = F = 90°) و در نتیجه داریم:

$$\frac{OF}{BF} = \frac{BF}{BC} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{a}{BC} \Rightarrow BC = \frac{a^2}{c}$$

با توجه به اینکه OD = BC است، داریم:

$$\frac{AD}{AF} = \frac{OD - OA}{OA - OF} = \frac{\frac{a^2}{c} - a}{a - c} = \frac{a^2 - ac}{c(a - c)} = \frac{a(a - c)}{c(a - c)}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{a}{c} = \frac{1}{\frac{c}{a}} = \frac{1}{\frac{2}{2}} = \frac{3}{2} = 1/5$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 47 تا 49)

(امیررضا فلاح)

30- گزینه «1»

با توجه به خاصیت بازتابندگی بیضی، زاویه‌هایی که پاره‌خط‌های MF و MF' با خط d می‌سازند، برابر یکدیگر است، پس داریم:

$$\widehat{FMF'} = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویه FMF'، OM میانه وارد بر وتر است، پس طول آن نصف طول وتر است و در نتیجه داریم:

$$OM = \frac{FF'}{2} = 2\sqrt{6} \Rightarrow FF' = 4\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow 2c = 4\sqrt{6} \Rightarrow c = 2\sqrt{6}$$

$$\text{مخرج از مرکز: } \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \frac{2\sqrt{6}}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow a = 6$$

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه واقع بر بیضی از دو کانون آن، برابر طول قطر بزرگ بیضی یعنی 2a است، پس با فرض MF = x داریم:

$$MF + MF' = 12 \xrightarrow{MF=x} MF' = 12 - x$$

$$\Delta FMF': MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \Rightarrow x^2 + (12 - x)^2 = (4\sqrt{6})^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 144 - 24x + x^2 = 96$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 24x + 48 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$\Delta = (-12)^2 - 4(24) = 48$$

$$x = \frac{12 \pm 4\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 + 2\sqrt{3} > 6 \text{ | } \bar{u} \\ x = 6 - 2\sqrt{3} < 6 \text{ | } \bar{u} \end{cases}$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 47 تا 50)

29- گزینه «1»

(امیررضا فلاح)

می‌دانیم در یک سهمی که دهانه آن به سمت بالا است، اگر رأس A(h, k) سهمی باشد، آنگاه خط x = h محور، نقطه F(h, k + a) کانون و خط y = k - a خط هادی است که a فاصله کانونی سهمی نامیده می‌شود. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} h = 2 \\ k - a = -2 \end{cases}$$

معادله این سهمی به صورت (x - 2)^2 = 4a(y - k) است. مختصات نقطه N را در معادله سهمی قرار می‌دهیم:

$$(4 - 2)^2 = 4a(0 - k) \Rightarrow 4 = -4ak$$

$$\Rightarrow ak = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{k} \quad (1)$$

$$k - a = -2 \xrightarrow{(1)} k + \frac{1}{k} = -2 \Rightarrow k^2 + 2k + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (k + 1)^2 = 0 \Rightarrow k = -1 \Rightarrow a = 1$$

بنابراین مختصات کانون سهمی به صورت زیر است:

$$F(2, -1 + 1) = (2, 0)$$

یعنی این نقطه روی محور Xها قرار دارد.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

29- گزینه «2»

(سوکندر روشنی)

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف تبدیل می‌کنیم:

$$4y^2 + my = -48x + 143 \xrightarrow{+4} y^2 + \frac{m}{4}y = -12x + \frac{143}{4}$$

$$\Rightarrow y^2 + \frac{m}{4}y + \frac{m^2}{64} = -12x + \frac{143}{4} + \frac{m^2}{64}$$

$$\Rightarrow \left(y + \frac{m}{8}\right)^2 = -12 \left(x - \frac{\frac{143}{4} + \frac{m^2}{64}}{12}\right)$$

سهمی افقی است و دهانه آن به سمت چپ باز می‌شود. در این سهمی داریم:

$$\text{رأس سهمی: } A \left(\frac{\frac{143}{4} + \frac{m^2}{64}}{12}, -\frac{m}{8} \right)$$

$$4a = 12 \Rightarrow a = 3$$

$$\text{کانون سهمی: } F \left(\frac{\frac{143}{4} + \frac{m^2}{64}}{12} - 3, -\frac{m}{8} \right)$$

کانون سهمی روی محور Yها قرار دارد، پس داریم:

$$x_F = 0 \Rightarrow \frac{\frac{143}{4} + \frac{m^2}{64}}{12} = 3 \Rightarrow \frac{143}{4} + \frac{m^2}{64} = 36$$

$$\Rightarrow \frac{m^2}{64} = \frac{1}{4} \Rightarrow m^2 = 16 \Rightarrow m = \pm 4$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 56)



36- گزینه 1» (مسن بگرام پر)

اگر محسن و رضا و 3 نفر بین آن‌ها را یک بسته در نظر بگیریم خواهیم داشت:

3 نفر خارج بسته محسن _____ رضا

$$4! \times 2! \times \binom{6}{3} \times 3! = 24 \times 2 \times 20 \times 6 = 5760$$

(ریاضی 1- شمارش برون شمردن: صفحه‌های 126 تا 140)

37- گزینه 3» (امیرمسین اومبوی)

ابتدا باید سه دانشکده را از میان 4 دانشکده انتخاب کنیم که این کار به

طریق امکان پذیر است. سپس از یکی از این 3 دانشکده 2 نفر و از 2 دانشکده دیگر هر کدام یک نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. با توجه به اینکه 3 حالت برای انتخاب دانشکده اول (دانشکده دارای دو عضو در تیم) وجود دارد، تعداد کل حالات ممکن برابر است با:

$$\binom{4}{3} \times 3 \times \binom{5}{2} \times \binom{5}{1} \binom{5}{1} = 4 \times 3 \times 10 \times 5 \times 5 = 3000$$

(ریاضی 1- شمارش برون شمردن: صفحه‌های 133 تا 140)

38- گزینه 4» (سوکنر روشنی)

روش اول: با استفاده از ترکیب، می‌توان تعداد حالت‌ها را به دست آورد:

$$\binom{9}{2} \times \binom{7}{3} \binom{4}{4} = \frac{9!}{2!7!} \times \frac{7!}{3!4!} \times 1 = \frac{9!}{2!3!4!} = 1260$$

روش دوم: تعداد حالت‌ها با استفاده از قضیه جایگشت با تکرار برابر است با:

$$\frac{9!}{2!3!4!} = 1260$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 58 و 59)

39- گزینه 1» (ممد صت‌کار)

ابتدا چهار مکان از هفت مکان ممکن را برای ارقام زوج در نظر می‌گیریم.

ارقام 0، 2، 4، 6 را تنها به یک حالت می‌توان به ترتیب صعودی در این چهار

مکان قرار داد. ارقام 3، 5 و نیز به $\frac{3!}{2!} = 3$ حالت در 3 مکان دیگر

می‌توانند جابه‌جا شوند. بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{7}{4} \times 1 \times \frac{3!}{2!} = 35 \times 3 = 105$$

اما در این 105 حالت، حالت‌هایی هستند که رقم صفر، اولین رقم سمت چپ

خواهد بود. تعداد این حالت‌ها برابر است با: $\binom{6}{3} \times 1 \times \frac{3!}{2!} = 20 \times 3 = 60$

بنابراین تعداد اعداد مطلوب برابر است با: $105 - 60 = 45$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 56 تا 58)

40- گزینه 4» (سوکنر روشنی)

ابتدا حروف بی صدا را به $\frac{6!}{2!}$ حالت قرار می‌دهیم و فضای خالی برای

حروف صدا دار 7 جایگاه است که 3 تای آن‌ها را انتخاب کرده و حروف

صدا دار به $\frac{3!}{2!} = 3$ حالت در آن‌ها جابه‌جا می‌شوند.

$$\frac{6!}{2!} \times \binom{7}{3} \frac{3!}{2!} = 360 \times 35 \times 3 = 37800$$

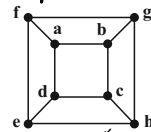
(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 56 تا 58)

ریاضیات گسسته

31- گزینه 3»

(سوکنر روشنی)

گزینه 1» که همان گراف C_8 با عدد احاطه‌گری 3 است و عدد احاطه‌گری گزینه‌های «2» و «4» نیز 3 است ولی عدد احاطه‌گری گزینه «3» برابر 2 است. $\gamma = 2 \Rightarrow \{a, h\}$: مجموعه احاطه‌گر



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های 44 تا 46)

32- گزینه 3» (ممد صت‌کار)

مجموعه احاطه‌گر مینیمال زیرمجموعه‌ای از رأس‌های گراف است که با حذف هر رأس از آن دیگر احاطه‌گر نباشد.

با توجه به این تعریف، فقط مجموعه‌های $\{a, f, c\}$ و $\{c, f, h\}$ احاطه‌گر مینیمال هستند. مجموعه $\{a, e, d\}$ احاطه‌گر نیست و مجموعه $\{a, c, g\}$ با حذف رأس a ، همچنان احاطه‌گر است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های 44 تا 47)

33- گزینه 3» (سوکنر روشنی)

گراف گفته شده در صورت سؤال C_5 است. که تعداد مجموعه‌های

$$\binom{5}{2} - 5 = 5$$

احاطه‌گر آن به صورت زیر است:

یعنی تمام مجموعه‌های دو عضوی احاطه‌گر هستند، به جز رئوسی که مجاورند.

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 10 + 5 + 1 = 16$$

یعنی تمام مجموعه‌های حداقل سه عضوی احاطه‌گر هستند.

$$21 = 5 + 16 = \text{تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های 44 تا 51)

34- گزینه 2» (امد رضا فلاح)

گراف کامل مرتبه 10 دارای $\binom{10}{2} = 45$ یال است و این گراف 3 یال

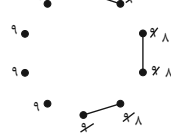
کمتر دارد، 3 یال را باید به گونه‌ای از k_{10} حذف کنیم که $\Delta = 9$ باقی

بماند و $\delta = 8$ باشد. برای این منظور باید 3 یال را بدون رأس مشترک از

k_{10} برداریم. واضح است 6 رأس یا درجه $\delta = 8$ خواهیم داشت و 4 رأس

با $\Delta = 9$ باقی می‌ماند. پس گراف مورد نظر 4 رأس درجه $p-1=9$

دارد که هر کدام می‌توانند مجموعه احاطه‌گر \min باشند.



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های 44 تا 51)

35- گزینه 2» (امیرمسین اومبوی)

ابتدا از میان شش نقطه داده شده، دو نقطه را به تصادف انتخاب می‌کنیم تا ضلع

مشترک دو مثلث ایجاد شود. سپس از میان 4 نقطه باقی‌مانده، دو نقطه را انتخاب

می‌کنیم تا رأس سوم دو مثلث را تشکیل دهند.

$$\binom{6}{2} \times \binom{4}{2} = 15 \times 6 = 90$$

بنابراین تعداد مثلث‌ها برابر است با:

(ریاضی 1- شمارش برون شمردن: صفحه‌های 133 تا 140)



(سوام میبری پور)

44- گزینه «4»

اگر O' مرکز دایره C' باشد، آن گاه نقاط O و O' دو طرف نقطه A هستند و داریم:

$$OO' = OA + O'A = OA + 3OA = 4OA$$

$$\Rightarrow OO' = 4 \times 6 = 24$$

$$R' = 3R = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{24^2 - (2+6)^2} = \sqrt{576 - 64} = \sqrt{512} = 16\sqrt{2}$$

(هنرسه 2- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های 45 تا 51)

(امیرمسین ایومبوب)

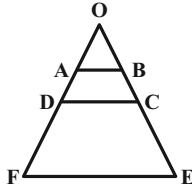
45- گزینه «1»

مطابق شکل فرض کنید امتداد ساق های AD و BC یکدیگر را در نقطه O خارج از دوزنقه قطع کنند. در این صورت نقطه O مرکز تجانسی است که دوزنقه $ABCD$ را بر دوزنقه $DCEF$ تصویر می کند. تحت این تجانس پاره خط AB بر پاره خط DC و پاره خط DC بر پاره خط FE تصویر می گردد. در نتیجه داریم:

$$\frac{AB}{DC} = \frac{DC}{FE} \Rightarrow \frac{2}{DC} = \frac{DC}{8} \Rightarrow DC^2 = 2 \times 8 = 16 \Rightarrow DC = 4$$

$$k = \frac{DC}{AB} = \frac{4}{2} = 2$$

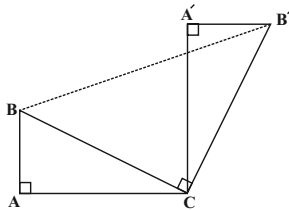
بنابراین نسبت تجانس برابر است با:



(هنرسه 2- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های 45 تا 51)

(معمومه اکبری صمدت)

46- گزینه «3»

فرض کنید $AB = 2$ و $AC = 4$ باشد. در این صورت داریم:

$$\triangle ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow BC = 2\sqrt{5}$$

دوران تبدیلی طولپا است، پس $B'C = 2\sqrt{5}$ است. از طرفی در دوران، زاویه بین هر پاره خط و تصویر آن، برابر با زاویه دوران است، پس

$$\widehat{BCB'} = 90^\circ \text{ و در نتیجه مثلث } BCB' \text{ قائم الزاویه است. داریم:}$$

$$\triangle BCB' : BB'^2 = BC^2 + B'C^2 = 20 + 20 = 40 \Rightarrow BB' = 2\sqrt{10}$$

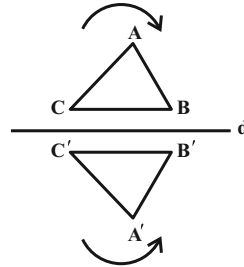
(هنرسه 2- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های 42 و 43)

هندسه 2

41- گزینه «1»

(امیرمسین ایومبوب)

انتقال، دوران و تجانس (مستقیم و معکوس) همواره جهت شکل ها را حفظ می کنند، ولی در بازتاب نسبت به خط، جهت شکل تغییر می کند. به عنوان مثال در شکل زیر رأس های A ، B و C در جهت حرکت عقربه های ساعت قرار دارند ولی در بازتاب این مثلث نسبت به خط d ، رأس های A' ، B' و C' در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت قرار گرفته اند.



(هنرسه 2- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های 37 تا 51)

(شایان عیابی)

42- گزینه «2»

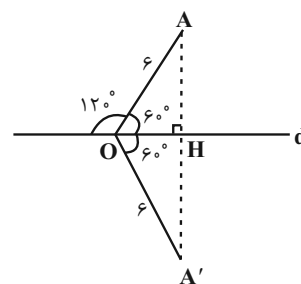
انتقال تبدیلی طولپا است، پس شعاع دایره در انتقال تغییری نمی کند و $R' = 3$ است. نقطه O (مرکز دایره C) در این انتقال بر نقطه O' (مرکز دایره C') تصویر می شود، پس طول خط المרכזین دو دایره برابر طول بردار انتقال است، یعنی $OO' = 5$ بوده و در نتیجه داریم:

$$|R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع اند}$$

(هنرسه 2- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های 40 و 41)

(امیرمسین ایومبوب)

43- گزینه «2»

مطابق شکل $\widehat{AOH} = 60^\circ$ است.

از طرفی بازتاب تبدیلی طولپا است و اندازه زاویه ها و طول پاره خط ها در بازتاب ثابت باقی می ماند، بنابراین داریم:

$$OA' = OA = 6$$

$$\widehat{AOA'} = 2\widehat{AOH} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$$S_{OAA'} = \frac{1}{2} OA \times OA' \times \sin(\widehat{AOA'}) = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

(هنرسه 2- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های 37 تا 40)



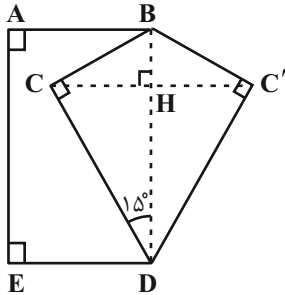
برابر 15^0 باشد، آن گاه طول ارتفاع وارد بر وتر در این مثلث، $\frac{1}{4}$ طول وتر است، پس داریم:

$$CH = \frac{1}{4}BD = \frac{1}{4} \times 10 = 2/5$$

$$S_{BC'D} = S_{BCD} = \frac{1}{2}CH \times BD = \frac{1}{2} \times 2/5 \times 10 = 12/5$$

با توجه به اینکه چهارضلعی ABDE مستطیل است، داریم:

$$S_{ABC'DE} = S_{ABDE} + S_{BC'D} = 5 \times 10 + 12/5 = 62/5$$



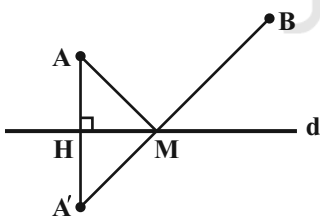
(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های 53 و 54)

50- گزینه «2» (امیر وفائی)

طبق روش هرون برای محاسبه طول کوتاه‌ترین مسیر، کافی است نقطه A' (بازتاب A نسبت به خط d) را یافته و آن را به B وصل کنیم. محل تلاقی $A'B$ و خط d ، همان نقطه مورد نظر M است. که کوتاه‌ترین مسیر AMB را ایجاد می‌کند و طول این مسیر دقیقاً برابر طول پاره‌خط $A'B$ است.

$$m_d = -\frac{1}{4} \Rightarrow m_{AA'} = 4$$

$$AA' \text{ معادله: } y - 2 = 4(x - 2) \Rightarrow y = 4x - 6$$



$$8y + 2x - 3 = 0 \Rightarrow 8(4x - 6) + 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 34x = 51 \Rightarrow x = \frac{51}{34} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = 0$$

بنابراین $H(\frac{3}{2}, 0)$ تصویر A روی خط d است و داریم:

$$H = \frac{A + A'}{2} \Rightarrow A' = 2H - A = (3, 0) - (2, 2) = (1, -2)$$

$$AMB \text{ طول کوتاه‌ترین مسیر } = A'B = \sqrt{(7-1)^2 + (6+2)^2}$$

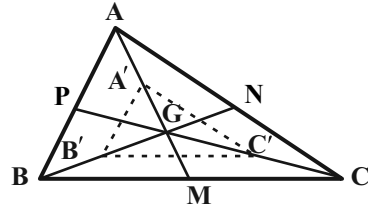
$$= \sqrt{100} = 10$$

(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه 54)

47- گزینه «1» (مسین مایلو)

فرض کنید نقطه G محل تلاقی میانه‌های مثلث ABC باشد. می‌دانیم میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را به نسبت 2 به 1 قطع می‌کنند، بنابراین داریم:

$$GA' = GA - AA' = \frac{2}{3}AM - \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3}AM$$



به‌طور مشابه $GB' = \frac{1}{3}BN$ است و داریم:

$$ABG : \frac{GA'}{GA} = \frac{GB'}{GB} = \frac{1}{2} \rightarrow A'B' \parallel AB$$

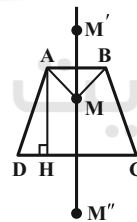
$$\rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{GA'}{GA} = \frac{1}{2}$$

به‌طور مشابه $\frac{A'C'}{AC} = \frac{1}{2}$ و $\frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{2}$ است و در نتیجه دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند.

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های 40 و 41)

48- گزینه «3» (امیر وفائی)



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AH(AB + CD)$$

$$\Rightarrow 65 = \frac{1}{2}AH(4 + 6)$$

$$\Rightarrow AH = 13$$

می‌دانیم ترکیب دو بازتاب نسبت به دو خط موازی معادل یک انتقال با برداری به‌طول دو برابر فاصله این دو خط است، بنابراین داریم:

$$MM'' = 2AH = 2 \times 13 = 26$$

(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: مشابه تمرین 4 صفحه 44)

49- گزینه «4» (امیرمسین ابومصوب)

برای افزایش مساحت این قطعه زمین بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع پنج ضلعی ABCDE، کافی است بازتاب نقطه C را نسبت به خط گذرنده از نقاط B و D به‌دست آوریم. در این صورت دو مثلث BCD و $BC'D$ هم‌نهشت هستند. می‌دانیم اگر یکی از زوایای حاده در مثلث قائم‌الزاویه‌ای



آمار و احتمال - اختیاری

گزینه «1» -51

(سیرمهمرضا مسینی فر)

با استفاده از قوانین گزاره‌ها داریم:

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv \sim (p \wedge \sim q) \vee (p \vee q)$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \vee (p \vee q) \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 6 تا 13)

گزینه «4» -52

(فرشاد فرامرزی)

گزاره شرطی تنها در صورتی نادرست است که مقدم آن درست و تالی آن نادرست باشد. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} p \vee r \equiv F \Rightarrow (p \equiv F) \wedge (r \equiv F) \\ (\sim p \leftrightarrow q) \equiv T \end{cases}$$

از طرفی گزاره دو شرطی در صورتی درست است که دو طرف آن هم ارزش باشند. از آنجا که $\sim p \equiv T$ ، بنابراین: $q \equiv T$

بررسی گزینه‌ها:

1) $(p \equiv F) \wedge (q \equiv T) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv F$

2) $(q \equiv T) \wedge (r \equiv F) \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv F$

3) $(r \equiv F) \wedge (p \equiv F) \Rightarrow (r \vee p) \equiv F$

4) $(p \equiv F) \wedge (r \equiv F) \Rightarrow (p \leftrightarrow r) \equiv T$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 6 تا 13)

گزینه «4» -53

(فرزانه قاکپاش)

گزینه «1»: اگر $x=0$ انتخاب شود، به ازای هر $y \in A$ ، $xy=0$ است. پس این گزاره سوری درست است.

گزینه «2»: اگر $x=1$ انتخاب شود، به ازای هر $y \in A$ ، $xy=y$ است. پس این گزاره سوری درست است.

گزینه «3»: اگر $x=5$ انتخاب شود، به ازای هر $y \in A$ ، $x+y \geq 5$ است. پس این گزاره سوری درست است.

گزینه «4»: به ازای هر $x \in A$ ، اگر $y=0$ انتخاب شود، آنگاه $xy=0$ است که گزاره نمای $xy \geq 5$ را نقض می‌کند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 13 تا 15)

گزینه «3» -54 (فرشاد فرامرزی)

برای تساوی دو مجموعه داده‌شده، باید عضو 1 از مجموعه A با یکی از اعضای مجموعه B برابر باشد. داریم:

$$x=1 \Rightarrow \begin{cases} A = \{2,1,2\} = \{1,2\} \\ B = \{2,1\} = \{1,2\} \end{cases}$$

در نتیجه $A = B$.

$$1+x=1 \Rightarrow x=0 \Rightarrow \begin{cases} A = \{0,1,1\} = \{0,1\} \\ B = \{1,0\} = \{0,1\} \end{cases}$$

پس در این حالت نیز $A = B$ است، پس به ازای دو مقدار صحیح صفر و یک برای x، دو مجموعه A و B مساوی هستند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 23 تا 25)

گزینه «1» -55 (امیر وغانی)

هر مجموعه n عضوی دارای 2^n زیرمجموعه است، بنابراین مجموعه $A \cap B$ دارای 4 عضو است.

از آنجا که $A \cap B \subseteq B$ و $A \cap B \subseteq A$ است، پس مجموعه‌های A و B هر کدام حداقل 4 عضو دارند. برای ضرب دکارتی این دو مجموعه داریم:

$$n(A \times B) = 54 \Rightarrow n(A) \times n(B) = 54 \times 1 = 27 \times 2 = 18 \times 3 = 9 \times 6$$

با توجه به توضیحات فوق، تنها حالت ممکن برای دو مجموعه A و B آن است که یکی از دو مجموعه دارای 9 عضو و دیگری دارای 6 عضو باشد.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 9 + 6 - 4 = 11$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه 35)

گزینه «3» -56 (سیر مهمرضا مسینی فر)

گزینه «1»: نادرست است.



59- گزینه «2» (سیر ممبر رضا حسینی فرر)

دو مجموعه A و B غیر تهی هستند، بنابراین از رابطه $A \times B = B \times A$ نتیجه می‌شود $A = B$ است. دو حالت زیر برای تساوی دو مجموعه A و B امکان‌پذیر است:

حالت اول:

$$x+1=3 \Rightarrow x=2$$

$$\begin{cases} 2-y=2 \Rightarrow y=0 \\ 2z+3=5 \Rightarrow z=1 \end{cases}$$

در این حالت $xyz=0$ است.

حالت دوم:

$$x+1=3 \Rightarrow x=2$$

$$\begin{cases} 2-y=5 \Rightarrow y=-3 \\ 2z+3=2 \Rightarrow z=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

در این حالت $xyz=3$ است.

بنابراین بیشترین مقدار ممکن برای xyz ، برابر 3 است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: مشابه تمرین 5 صفحه 38)

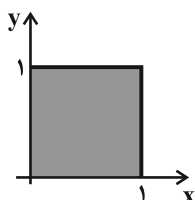
60- گزینه «1» (سیر ممبر رضا حسینی فرر)

$$2x-1 \in A \Rightarrow -1 \leq 2x-1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow B = [0,1]$$

از طرفی می‌دانیم ناحیه $(A \times B) \cap (B \times A)$ همان ضرب دکارتی $(A \cap B) \times (A \cap B)$ است.

$$A \cap B = [-1,1] \cap [0,1] = [0,1]$$

و مساحت ناحیه ضرب دکارتی $(A \cap B) \times (A \cap B)$ برابر یک است.



(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 35 تا 38)

$$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ A \subseteq B' \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cap A \subseteq B \cap B' \Rightarrow A \subseteq \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$$

گزینه «2»: نادرست است. دو مجموعه $A-B$ و $B-A$ جدا از هم هستند و رابطه $A-B \subseteq B-A$ در صورتی برقرار است که $A-B = \emptyset$ باشد، یعنی $A \subseteq B$.

گزینه «3»: درست است.

$$\left. \begin{matrix} A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B \\ A \cup B \subseteq A \cap B \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$$

گزینه «4»: نادرست است. دو مجموعه A و $B-A$ جدا از هم هستند و رابطه $B-A \subseteq A$ در صورتی برقرار است که $B-A = \emptyset$ باشد، یعنی

$$B \subseteq A$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 23 تا 25)

57- گزینه «2» (امیرحسین ابومصوب)

الف) عدد صفر به هیچ کدام از دو مجموعه A و B تعلق ندارد، پس این حالت یک افزاز برای مجموعه اعداد صحیح نیست.

ب) عدد صفر به هر دو مجموعه A و B تعلق دارد، پس این حالت یک افزاز برای مجموعه اعداد صحیح نیست.

$$\text{پ) } A = \{1,2,3,\dots\} \text{ و } B = \{0,-1,-2,-3,\dots\}$$

$$A \cup B = \{\dots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\dots\} = \mathbb{Z} \text{ و } A \cap B = \emptyset$$

این حالت یک افزاز برای مجموعه اعداد صحیح محسوب می‌شود.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه 21)

58- گزینه «3» (امیرحسین ابومصوب)

$$\begin{aligned} (B-A') \cup (A-B) &= (B \cap A) \cup (A \cap B') = (A \cap B) \cup (A \cap B') \\ &= A \cap (B \cup B') = A \cap U = A \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A'-B) \cup (B-A) &= (A' \cap B') \cup (B \cap A') \\ &= (A' \cap B') \cup (A' \cap B) = A' \cap (B' \cup B) = A' \cap U = A' \quad (2) \end{aligned}$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow A \cap A' = \emptyset$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 26 تا 34)



فیزیک 3

گزینه «1» -61

(مفسر چندپلری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(الف) در طناب‌ها، تندی موج با شعاع طناب رابطه عکس دارد.

(ب) صوت موجی طولی است و راستای انتشار موج و راستای نوسان ذرات محیط، موازی هستند.

(ت) اشعه گاما از نوع امواج الکترومغناطیس است و انتقال انرژی آن مستقل از ذرات محیط است.

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 69 تا 80)

گزینه «3» -62

(مسام تاری)

در یک موج سینوسی فاصله بین یک قله و دره همواره مضرب فردی از نصف طول موج است یعنی $\frac{\lambda}{2}(2n-1)$.

$$\Rightarrow 45 = (2n-1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{90}{2n-1} \text{ cm}$$

3 مقدار از مقادیر داده شده صدق می‌کنند.

$$\left. \begin{array}{l} n=1 \rightarrow \lambda = 90 \text{ cm} \\ n=2 \rightarrow \lambda = 30 \text{ cm} \\ n=3 \rightarrow \lambda = 18 \text{ cm} \end{array} \right\}$$

$$\text{اگر } \lambda = 15 \text{ cm} \Rightarrow 15 = \frac{90}{2n-1} \Rightarrow 2n-1 = 6 \Rightarrow n = \frac{7}{2}$$

پس طول موج نمی‌تواند 15cm باشد.

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 70 تا 72)

گزینه «2» -63

(معمور منشوری)

چون موج در خلاف جهت محور x منتشر می‌شود، ذره M به سمت مرکز نوسان (بایین) حرکت می‌کند و در نتیجه حرکت آن تندشونده است و ذره N به سمت انتهای مسیر نوسان (بالا) حرکت می‌کند و در نتیجه حرکت آن کندشونده است. با توجه به آنکه تندی موج را نداریم، در نتیجه نمی‌توان درباره دوره (T) اظهار نظر کرد و همچنین با توجه به حرکت موج، ذره M

پس از گذشت $\frac{T}{12}$ به مرکز نوسان می‌رسد و تندی آن بیشینه می‌شود. برای

محاسبه طول موج خواهیم داشت:

$$\frac{3\lambda}{2} = 9 \Rightarrow \lambda = \frac{9 \times 2}{3} = 6 \text{ m}$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 70 تا 73)

گزینه «1» -64

(مبتدی کلوئیدان)

ابتدا تندی انتشار موج را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{F}{\rho V}} \quad \frac{V=AL}{A=\pi r^2 = \frac{\pi D^2}{4}} \rightarrow v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

$$\frac{D=2\text{cm}=2 \times 10^{-2}\text{m}; F=90\text{N}}{\pi=3; \rho=3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 3 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \rightarrow v = \frac{2}{2 \times 10^{-2}} \sqrt{\frac{90}{(3)(3 \times 10^3)}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به شکل، طول موج و سپس دوره تناوب موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{5}{4}\lambda = 25 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 2 \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 2 \times 10^{-1} = 10T \Rightarrow T = 2 \times 10^{-2} \text{ s}$$

با توجه به جهت انتشار موج، ذره M در حال بالا رفتن است. پس برای

دومین بار در مکان $y = -A$ اندازه شتاب ذره M بیشینه می‌شود یعنیدر لحظه $t = \frac{3T}{4}$ این اتفاق رخ می‌دهد. پس:

$$\Delta t = \frac{3T}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)(2 \times 10^{-2}) = \frac{3}{200} \text{ (s)}$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 72 تا 74)

گزینه «1» -65

(معمردلی راست‌پیمان)

موج‌های الکتریکی و مغناطیسی هم‌فاز و عمود بر یکدیگر هستند. در $4T$ موج الکتریکی و موج مغناطیسی بیشینه‌اند و به ترتیب در جهت مثبت y ها و منفی z ها هستند. در $0/5T$ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی وارون می‌شوند. میدان الکتریکی بیشینه در جهت منفی محور y ها و میدان مغناطیسی بیشینه در جهت مثبت محور z ها است.

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 74 و 75)

(پوریا علاقه‌مند)

68- گزینه 2

با استفاده از تعریف شدت صوت و تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 2/4 = \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow 8 \times 0/3 = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 8 \log 2 = \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \log 2^8 = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2^8 = 256$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 80 و 81)

(مسعود قره‌فانی)

69- گزینه 2

ابتدا نسبت شدت‌های صوت را به دست می‌آوریم:

$$\frac{6}{\beta_2 - \beta_1} = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 0/6 = \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 2 \times 0/3 = 2 \log 2 = \log 2^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 4$$

حال به کمک رابطه مقایسه‌ای، داریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow 4 = \left(\frac{r_1}{2r_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = 4 \times 4 = 16 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = 4 \Rightarrow f_2 = 4f_1$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 80 و 81)

(علیرضا گونه)

70- گزینه 2

چون شنونده A با تندی ثابت به سمت آمبولانس می‌رود. در مدت زمان یکسان در مقایسه با شنونده ساکن با جبهه‌های موج بیش‌تری مواجه می‌شود و بسامد احساس آن بیش‌تر از بسامد واقعی می‌شود و چون شنونده B با تندی ثابت در حال دور شدن از آمبولانس است، در مدت زمان یکسان در مقایسه با شنونده ساکن با جبهه‌های موج کم‌تری مواجه می‌شود و در نتیجه بسامد احساسی آن کم‌تر از بسامد واقعی می‌شود و هم‌چنین چون آمبولانس ساکن است، لذا تجمع جبهه‌های موج در دو سوی آن یکسان بوده و در نتیجه طول موج دریافتی توسط هریک از دو شنونده با طول موج چشمه موج برابر است.

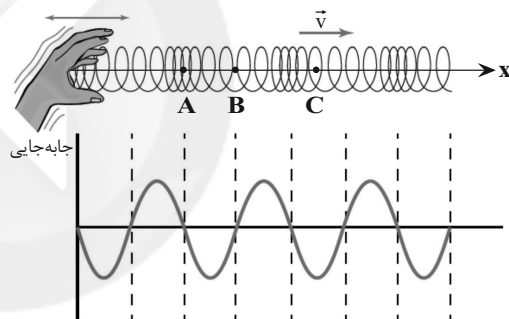
(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 81 تا 84)

(عباس اصغری)

66- گزینه 2

با توجه به متن کتاب درسی، در یک لحظه از زمان، در مکان‌هایی که بیش‌ترین جمع‌شدگی یا بیش‌ترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است. در وسط فاصله بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور هم، اندازه جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل، بیشینه است.

بنابراین جابه‌جایی هر جزء فنر واقع در نقاط A و B از وضع تعادل صفر است و برای C بیش‌ترین جابه‌جایی را دارد. از طرف دیگر حلقه‌ها از وسط بازشدگی دور شده و به وسط جمع‌شدگی نزدیک شده‌اند. از آن‌جایی که جمع‌شدگی در سمت چپ نقطه C است بنابراین C به سمت چپ (خلاف جهت محور x) کشیده شده است. لذا $\Delta x_C < 0$ است.



(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه 77)

(بهنام رستمی)

67- گزینه 3

طبق رابطه شدت صوت داریم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} \quad P = \frac{E}{t} \rightarrow I = \frac{E}{A \cdot t} \quad E \propto A^2 f^2 \rightarrow I \propto \frac{A^2 f^2}{r^2}$$

$$\begin{cases} A_a = 6A_b & I_a = \left(\frac{f_a}{f_b} \times \frac{A_a}{A_b} \times \frac{r_b}{r_a}\right)^2 \\ f_b = 6f_a & \end{cases}$$

$$\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{6} \times \frac{6}{1} \times \frac{r_b}{30}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_b}{30} = \frac{1}{3} \Rightarrow r_b = \frac{30}{3} = 10m$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 80 و 81)



فیزیک 2

گزینه 2» -71

(بهنام رستمی)

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} = \frac{18}{6} = 3V$$

$$\Delta V = V = 3 \Rightarrow V_+ - V_- = 3 \Rightarrow V_+ - 6 = 3 \Rightarrow V_+ = 9V$$

(فیزیک 2 - الکترواستاتیکی ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

توجه کنید که در حالتی که خازن از مولد جدا است، بزرگی میدان الکتریکی بین صفحه‌ها ثابت می‌ماند و در نتیجه نیروی الکتریکی وارد بر ذره ثابت می‌ماند و در این صورت نیروی متوازن به ذره وارد می‌شود و ذره ساکن می‌ماند.

(فیزیک 2 - الکترواستاتیکی ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

(سیرعلی میرنوری)

گزینه 4» -74

ساختمان خازن تغییری نکرده است، پس ظرفیت خازن ثابت است. در این صورت داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \xrightarrow{C=\text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^2$$

$$\xrightarrow{Q_2 = \frac{6}{5} Q_1} \frac{U_2}{U_1} = \frac{36}{25} \quad (*)$$

از طرفی داریم:

$$U_2 - U_1 = 110 \xrightarrow{(*)} \begin{cases} U_2 = 360 \mu\text{J} \\ U_1 = 250 \mu\text{J} \end{cases}$$

حال چون خازن در ابتدا به مولد 10 ولتی متصل است، داریم:

$$U_1 = \frac{1}{2} C V_1^2 \Rightarrow 250 = \frac{1}{2} \times C \times (10)^2 \Rightarrow C = 5 \mu\text{F}$$

(فیزیک 2 - الکترواستاتیکی ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

(زهرا آقاممدری)

گزینه 2» -75

طبق رابطه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات خازن داریم:

$$E = \frac{V}{d}$$

چون خازن به باتری متصل است، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است.

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{V_1=V_2, E_2=0/8E_1} 0/8 = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\xrightarrow{C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = 0/8 \quad (1)$$

از طرفی طبق رابطه انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

(مسعود قنبرلی)

گزینه 4» -72

با انتقال بار مثبت از صفحه منفی به صفحه مثبت، بار ذخیره شده خازن افزایش می‌یابد، زیرا بار صفحه منفی، منفی‌تر و بار صفحه مثبت، مثبت‌تر شده است. همچنین خواهیم داشت:

$$\uparrow Q = C V \uparrow$$

$$\uparrow E = \frac{V \uparrow}{d \downarrow}$$

$$\uparrow U = \frac{Q^2 \uparrow}{C \downarrow}$$

پس هر 4 پارامتر افزایش می‌یابد.

(فیزیک 2 - الکترواستاتیکی ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

(فسرو ارغوانی‌فر)

گزینه 2» -73

توجه داشته باشید که در حالت اول، نیروی وزن ذره با نیروی الکتریکی وارد بر آن خنثی می‌شود و ذره در حال تعادل است. چون خازن از مولد جدا شده است، بار آن ثابت می‌ماند و داریم:

$$Q = CV = \frac{\epsilon_0 A}{d} V \Rightarrow V = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

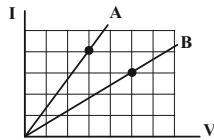
بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن نیز برابر است با:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A d} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = S \text{ م}$$



(زهره آقاممیری)

گزینه «3» -78



ابتدا دو نقطه از نمودار در نظر می‌گیریم و با توجه به قانون اهم، نسبت مقاومت دو سیم را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{I_B}{I_A} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20} \quad (*)$$

اکنون با توجه به رابطه مقاومت رسانا برحسب مشخصات ساختمانی آن می‌توان نوشت:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{A=\pi r^2} \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{9}{20} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times 2 \times \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 0/9$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 51 و 52)

(مسئله قدری)

گزینه «4» -79

طبق رابطه $U = RI^2t$ و با توجه به اینکه یکای فرعی انرژی و جریان به صورت $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$ و $\frac{C}{s}$ است، برای یکای فرعی مقاومت خواهیم داشت:

$$U = RI^2t \Rightarrow \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = [\Omega] \times \frac{C^2}{s^2} \times s \Rightarrow [\Omega] = \frac{kg \cdot m^2}{s \cdot C^2}$$

یکای مقاومت ویژه به صورت $\Omega \cdot m$ است.

$$\Rightarrow \text{یکای فرعی مقاومت ویژه} = \left[\frac{kg \cdot m^3}{s \cdot C^2} \right]$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 51 و 52)

(زهره آقاممیری)

گزینه «2» -80

با توجه به رابطه مقاومت ویژه برحسب دما داریم:

$$\rho_2 = \rho_1(1 + \alpha \Delta\theta) \Rightarrow \rho_2 - \rho_1 = \rho_1 \alpha \Delta\theta$$

$$\frac{\rho_2 = 28 \times 10^{-8} \Omega m}{\rho_1 = 20 \times 10^{-8} \Omega m, \Delta\theta = 100^\circ C} \rightarrow 8 \times 10^{-8} = 20 \times 10^{-8} \times \alpha \times 100$$

$$\Delta\theta = 100^\circ C$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{8}{2000} = 4 \times 10^{-3} \frac{1}{K}$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 52 تا 54)

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{V_1=V_2} \frac{U_2}{U_1} = 0/8 \quad (2)$$

تغییر انرژی خازن برابر است با:

$$\Delta U = -1/6 mJ = -1/6 \times 10^3 \mu J$$

$$U_2 - U_1 = -1/6 \times 10^3 \xrightarrow{(2)} 0/2 U_1 = 1/6 \times 10^3$$

$$\Rightarrow U_1 = 8 \times 10^3 \mu J$$

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V^2 \Rightarrow 8 \times 10^3 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-6} \times V^2$$

$$\Rightarrow V = 20V$$

(فیزیک 2 - الکتروستاتیک ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

(مسئله تدری)

گزینه «3» -76

در دمای ثابت حاصل $\frac{V}{I}$ برای یک مقاومت اهمی همواره ثابت است و برابر R یعنی مقدار مقاومت است.

$$A: \frac{V}{I} = \frac{1/6}{0/16} = \frac{2/4}{0/24} = \frac{3/2}{0/32} = 10 = SMY \Rightarrow A_{\text{مهم}} A$$

$$B: \frac{1/6}{0/16} \neq \frac{4/8}{0/24} \neq \frac{6/3}{0/3} \Rightarrow A_{\text{مهم}} \neq B$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 49 تا 51)

(مسئله تدری)

گزینه «3» -77

موارد «ب» و «د» درست‌اند. صورت صحیح سایر موارد:

الف) دیود نوعی مقاومت غیر اهمی است.

ج) اغلب از ترمیستور بعنوان حسگر دما در مدارهای الکتریکی حساس به دما استفاده می‌شود.

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 49 تا 61)

(مسطبی کیانی)

84- گزینه «1»

فشار جیوه بر ته بسته لوله را از پاسکال به سانتی متر جیوه تبدیل می کنیم:

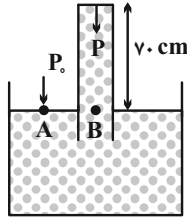
$$P = \rho gh \rightarrow 6750 = 13500 \times 10 \times h$$

$$P = 6750 \text{ Pa}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$P = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$h = 0/05 \text{ m} = 5 \text{ cm} \Rightarrow P'' = 5 \text{ cmHg}$$

چون ارتفاع جیوه‌ای که فشار 6750 Pa را ایجاد می‌کند برابر 5 cm است، بنابراین فشار وارد بر ته لوله 5 cmHg است.



مطابق شکل، فشار نقطه A برابر فشار نقطه B است. زیرا هم‌تراز در یک مایع‌اند. از طرف دیگر، فشار نقطه A برابر فشار هوا ($P_0 = P_A$) و فشار نقطه B برابر مجموع فشار ستون جیوه و فشاری که ته بسته لوله بر جیوه وارد می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{\text{atm}} + P_{\text{Hg}} + P_{\text{tube}}$$

$$\frac{P_{\text{atm}} \cdot h_{\text{tube}}}{P_{\text{Hg}} \cdot h_{\text{tube}}} = 70 \text{ cmHg}$$

$$\frac{P_{\text{atm}} \cdot h_{\text{tube}}}{P_{\text{Hg}} \cdot h_{\text{tube}}} = 5 \text{ cmHg}$$

$$P_0 = 70 + 5 \Rightarrow P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های 32 تا 38)

(زهره آقاممیری)

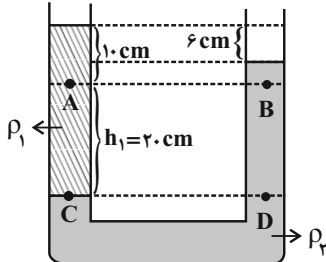
85- گزینه «1»

فشار در دو نقطه هم‌تراز C و D برابر است، بنابراین:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_A + \rho_1 g h_1 = P_B + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = (\rho_2 - \rho_1) g h_1 \Rightarrow 400 = (\rho_2 - \rho_1) \times 10 \times 0/2$$

$$\Rightarrow \rho_2 - \rho_1 = 200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (1)$$



از طرفی در نقاط C و D همچنین می‌توان نوشت:

$$P_C = P_D \Rightarrow \rho_1 h_1' = \rho_2 h_2' \rightarrow \rho_1 \times 30 = \rho_2 \times 24$$

$$\Rightarrow \rho_2 = 1/25 \rho_1$$

$$\xrightarrow{(1)} 0/25 \rho_1 = 200 \Rightarrow \rho_1 = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های 32 تا 38)

فیزیک 1

81- گزینه «2»

(سبب مفرومی)

با استفاده از رابطه فشار در شارها، داریم:

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow \Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \frac{\Delta P'}{\Delta P} = \frac{\Delta h'}{\Delta h}$$

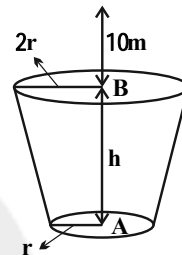
$$\Rightarrow \frac{P_8 - P_7}{P_7 - P_4} = \frac{h_8 - h_7}{h_7 - h_4} \Rightarrow \frac{P_8 - 1/94}{1/94 - 1/58} = \frac{8 - 7}{7 - 4}$$

$$\Rightarrow P_8 = 2/06 \text{ atm}$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های 32 تا 40)

(پوریا علاقه‌مند)

82- گزینه «1»



$$F_A = F_B \Rightarrow P_A A_A = P_B A_B$$

$$\frac{r_B = 2r_A}{A_B = 4A_A} \rightarrow P_A A_A = P_B 4A_A \Rightarrow P_A = 4P_B$$

$$\Delta P = \rho gh \Rightarrow P_A - P_B = \rho gh$$

$$\frac{P_A = 4P_B}{3P_B = \rho gh} \rightarrow 3(\rho g x) = \rho gh$$

$$\Rightarrow 3 \times 10 = h \Rightarrow h = 30 \text{ m}$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های 32 تا 37)

(امیرمهر عبودی)

83- گزینه «3»

اگر فشار کل در کف ظرف (P) دو درصد افزایش یابد به 1/02P خواهد رسید.

20 سانتی‌متر مایع فشاری معادل 1/5 سانتی‌متر جیوه بر کف ظرف وارد می‌کند.

$$(\rho_1 h_1) = (\rho_2 h_2) \Rightarrow (1/0125)(20) = 13/5 h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 1/5 \text{ cm}$$

فشار کل برابر است با فشار حاصل از مایع به علاوه فشار هوا

$$P_1 = P_0 + P' \Rightarrow P_1 = 75 + 1/5 = 76/5 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = P_1 + P'' \xrightarrow{P_2 = 1/02 P_1} 1/02 P_1 = P_1 + P''$$

$$\Rightarrow 0/02 P_1 = P'' \xrightarrow{P_1 = 76/5 \text{ cmHg}}$$

$$P'' = (0/02 \times 76/5) \text{ cmHg}$$

حال برای پیدا کردن ارتفاع حاصل از مایع دوم، داریم:

$$(\rho'' h'') = (\rho_2 h_2) \Rightarrow (13/5)(0/02 \times 76/5) = 0/2 h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{(13/5)(0/02)(76/5)}{0/2} = \frac{13/5 \times 76/5}{10} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow V_2 = A h_2 = 10 \times \frac{13/5 \times 76/5}{10} = 1032/75 \text{ cm}^3$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های 32 تا 38)

از طرفی چون A شناور و B غوطه‌ور است، چگالی جسم A کمتر از چگالی مایع و چگالی جسم B برابر چگالی مایع است.

$$\begin{cases} \rho_A < \rho_1 \\ \rho_B = \rho_1 \end{cases}$$

اکنون اگر دو جسم را داخل مایع ρ_2 که $\rho_2 = \frac{3}{4}\rho_1$ است قرار دهیم، داریم:

$$\rho_2 < \rho_1 \rightarrow \rho_B = \rho_1 \rightarrow \rho_2 < \rho_B$$

پس جسم B داخل مایع ρ_2 پایین می‌رود و داریم: $F'_{bB} < mg$
چون $\rho_A < \rho_1$ و $\rho_2 < \rho_1$ است، پس سه حالت داریم: اگر $\rho_A = \rho_2$ باشد، در این حالت جسم A داخل مایع ρ_2 غوطه‌ور می‌شود، که در این صورت $F'_{bA} = mg$ خواهد شد. اگر $\rho_A < \rho_2$ باشد، در این حالت جسم A در سطح مایع ρ_2 شناور می‌شود، در این صورت باز هم $F'_{bA} = mg$ خواهد شد.

اگر $\rho_A > \rho_2$ باشد، جسم A داخل مایع به پایین می‌رود و داریم:

$$F'_{bA} < mg$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های 40 تا 43)

89- گزینه «3» (فسر و ارغوانی فرد)

حجم قسمت پایین ظرف برابر است با:

$$V_1 = A_1 h_1 = 200 \times 10 \Rightarrow V_1 = 2000 \text{ cm}^3 = 2 \text{ L}$$

با توجه به این که 3L مایع در ظرف ریخته‌ایم، بنابراین حجم مایع در قسمت بالایی ظرف برابر با 1L خواهد بود و در نتیجه ارتفاع مایع در قسمت بالایی ظرف برابر است با:

$$V_2 = A_2 h_2 \Rightarrow 1000 = 100 h_2 \Rightarrow h_2 = 10 \text{ cm}$$

بنابراین ارتفاع کل مایع در ظرف برابر است با:

$$h = h_1 + h_2 = 10 + 10 = 20 \text{ cm}$$

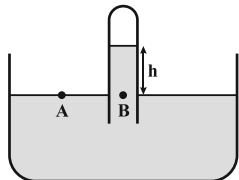
و در نتیجه اندازه نیرویی که از جانب مایع به کف ظرف وارد می‌شود، برابر است با:

$$F = P A_1 = \rho g h A_1 = 4 \times 10^3 \times 10 \times 20 \times 10^{-2} \times 200 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F = 160 \text{ N}$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های 32 تا 40)

90- گزینه «2» (عبدالرشاد امینی نسب)



با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{\text{atm}} + P_{JA}$$

$$\Rightarrow 75 = 72/5 + P_{JA} \Rightarrow P_{JA} = 2/5 \text{ cmHg}$$

حال ارتفاع ستون آبی را که فشاری معادل با $2/5 \text{ cmHg}$ ایجاد می‌کند، می‌یابیم. داریم:

$$\rho_{JA} h_{JA} = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \Rightarrow 1 \times h_{JA} = 13/6 \times 2/5$$

$$\Rightarrow h_{JA} = 34 \text{ cm}$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های 32 تا 40)

86- گزینه «2» (مهری سلطانی)

فشار کل در کف ظرف استوانه‌ای شکل برابر است با:

$$P_t = P_{\text{atm}} + P_0 \Rightarrow 86 \text{ cmHg} = P_{\text{atm}} + 76 \text{ cmHg}$$

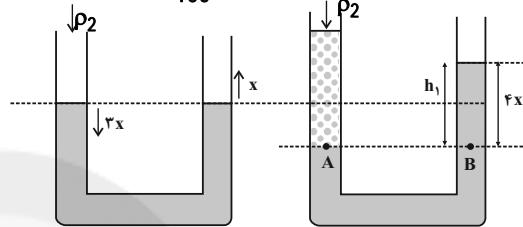
$$P_{\text{atm}} = 10 \text{ cmHg}$$

مایع ρ_2 را به شاخه سمت چپ لوله U شکل اضافه می‌کنیم و چون سطح مقطع آن نصف سطح مقطع استوانه است، ارتفاع آن دو برابر می‌شود. از آنجا که جرم مایع (2) ثابت است، فشار مایع (2) برابر می‌شود با:

$$P'_2 = 2P_2 = 2 \times 10 = 20 \text{ cmHg}$$

این فشار را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم:

$$P'_2 = 13600 \times 10 \times \frac{20}{100} = 27200 \text{ Pa}$$



$$P_A = P_B \Rightarrow 27200 = 8000 \times 10 \times h_1$$

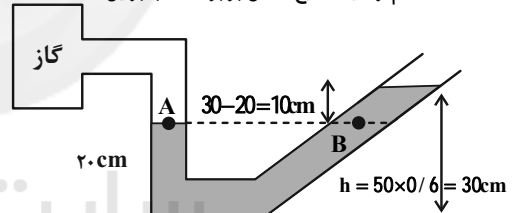
$$\Rightarrow h_1 = 0/34 \text{ m}$$

$$h_1 = 4x \Rightarrow x = \frac{0/34}{4} = 0/85 \text{ m} = 8/5 \text{ cm}$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های 32 تا 38)

87- گزینه «1» (پوریا علاقه‌مند)

فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن برابر است، بنابراین:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_g = \rho g h$$

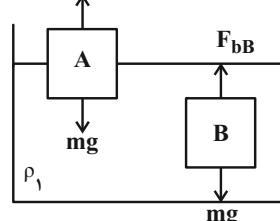
$$P_g = 2000 \times 10 \times \frac{10}{100} = 2000 \text{ Pa}$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های 32 تا 40)

88- گزینه «3» (زهرا آقاممیری)

چون هر دو جسم داخل مایع ساکن اند، پس داریم:

$$F_b = mg \xrightarrow{m_A = m_B} F_{bA} = F_{bB}$$





فیزیک 2

91- گزینه «2»

(امسان ممبری)

ابتدا به کمک ظرفیت و بار ذخیره شده، اختلاف پتانسیل میان دو صفحه خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = CV \Rightarrow V = \frac{20 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-6}} = 4V$$

حال به کمک رابطه $V = Ed$ ، بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات را محاسبه می‌کنیم:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{4}{10^{-3}} = 4 \times 10^3 \frac{V}{m}$$

(فیزیک 2- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

92- گزینه «2»

(زهره آقاممبری)

چون خازن از باتری جدا شده بار الکتریکی آن ثابت است. با خارج کردن دی‌الکتریک ظرفیت خازن کاهش می‌یابد در نتیجه طبق رابطه $Q = CV$ اختلاف پتانسیل دو سر خازن افزایش می‌یابد و ولت‌سنج عدد بیشتری نشان می‌دهد.

طبق رابطه $U = \frac{1}{2} QV$ با افزایش V ، انرژی خازن هم افزایش می‌یابد.

(فیزیک 2- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

93- گزینه «3»

(مسعود قره‌فانی)

چون Q ثابت است برای به‌دست آوردن انرژی از رابطه $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ استفاده می‌کنیم.

از آنجایی که انرژی 4 برابر شده یعنی ظرفیت خازن (C) $\frac{1}{4}$ برابر شده است.

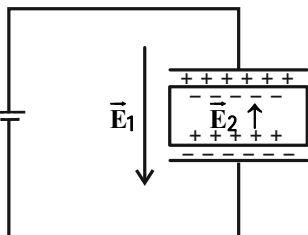
طبق رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ می‌توان ظرفیت را $\frac{1}{4}$ برابر کرد.

(فیزیک 2- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

94- گزینه «1»

(غلامرضا ممبری)

با قرار دادن یک دی‌الکتریک در میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن، به بارهای مثبت و منفی دی‌الکتریک نیرو وارد شده و اتم‌های واقع در دی‌الکتریک دو قطبی می‌شوند. به طوری که در نهایت در مجاورت صفحه‌های خازن، روی سطوح دی‌الکتریک بارهای غیرهم‌نام با بار صفحه‌های خازن ایجاد می‌شود و جهت میدان در دی‌الکتریک مطابق شکل خواهد بود.



(فیزیک 2- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

95- گزینه «4»

(زهره آقاممبری)

چون خازن به مولد متصل است پس اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند. ولی با توجه به رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ظرفیت خازن پس از قرار دادن دی‌الکتریک κ برابر خواهد شد. در نتیجه با توجه به رابطه انرژی خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{S \parallel V} \Delta U = \frac{1}{2} (C_2 - C_1) V^2 = \frac{1}{2} (\kappa - 1) C_1 V^2$$

$$\xrightarrow{\frac{\kappa=3}{V=12V}} 2400 = \frac{1}{2} \times 2 \times C_1 \times 12^2 \Rightarrow C_1 = \frac{2400}{12 \times 12} = \frac{50}{3} \mu F$$

$$\Rightarrow C_2 = \kappa C_1 = 3 \times \frac{50}{3} = 50 \mu F$$

(فیزیک 2- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

96- گزینه «4»

(پوریا علاقه‌مند)

سه ثانیه اول یعنی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 3s$

$$q_1 = (0)^2 - 2(0) + 4 = 4C$$

$$q_2 = (3)^2 - 2(3) + 4 = 9 - 6 + 4 = 7C$$

$$\rightarrow \Delta q = 7 - 4 = 3C$$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{3}{3} = 1A$$

(فیزیک 2- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 46 تا 48)



$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{L_A}{L_B} \times 4 \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{8}$$

(فیزیک 2- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 49 تا 52)

(مسئله چندپله)

99- گزینه «4»

ابتدا مقدار بار شارش یافته را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow 0/4 \times 10^{-3} = \frac{\Delta q}{25 \times 60} \Rightarrow \Delta q = 0/6 C$$

سپس اختلاف پتانسیل دو سر باتری را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{\Delta q} = \frac{2/4}{0/6} = 4V$$

در پایان پتانسیل الکتریکی قطب منفی باتری را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = V_+ - V_- \Rightarrow 4 = 12 - V_- \Rightarrow V_- = 8V$$

(فیزیک 2- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 46 تا 48)

(مسئله چندپله)

100- گزینه «3»

با توجه به رابطه $R = \frac{\rho \cdot L}{A}$ ، ابتدا رابطه بین طول‌های سیم‌های A و B را

پیدا می‌کنیم. اگر r شعاع و V حجم باشد:

$$V_A = 2V_B \Rightarrow \pi r^2 L_A = 2\left(\pi \left(r^2 - \frac{r^2}{4}\right) L_B\right)$$

$$\Rightarrow L_A = \frac{3}{2} L_B$$

در نتیجه برای مقاومت‌ها خواهیم داشت:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = 1 \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{\pi \left[r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2\right]}{\pi r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$$

(فیزیک 2- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 51 و 52)

(پوریا علاقه‌مند)

97- گزینه «1»

فقط پ درست است.

بررسی غلط بودن سایر گزینه‌ها:

الف) با افزایش نور $R \leftarrow I \uparrow$

ب) دیود فقط جریان را در یک جهت عبور می‌دهد.

ت) ترمیستور به دما حساس است.

(فیزیک 2- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 49 تا 61)

(مصطفی کیانی)

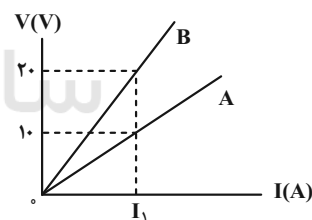
98- گزینه «3»

ابتدا نسبت مقاومت A به مقاومت B را می‌یابیم. با توجه به نمودار، به ازای

جریان I_1 ، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها برابر $V_A = 10V$ و

$V_B = 20V$ است. بنابراین، با استفاده از قانون اهم داریم:

$$I_1 = \frac{V_A}{R_A} = \frac{V_B}{R_B} \Rightarrow \frac{10}{R_A} = \frac{20}{R_B} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

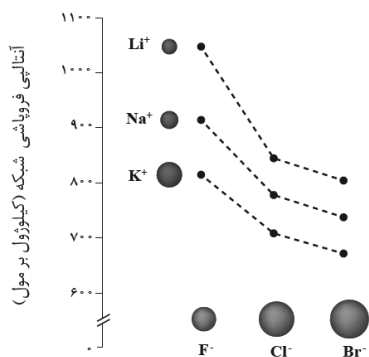


از طرف دیگر، بنا به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ و با توجه به اینکه $A = \pi \frac{D^2}{4}$

است، داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 \xrightarrow{\rho_A = \rho_B} \frac{D_A = \frac{1}{2} D_B}{\rho_A = \rho_B}$$

$$\frac{1}{2} = 1 \times \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{D_B}{\frac{1}{2} D_B}\right)^2$$



(شیمی 3- صفحه 80)

104- گزینه «3» (امیر غامیان)

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست

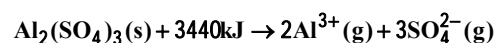
ب) نادرست، بهره‌گیری از انرژی خورشیدی برای تولید برق کاهش ردپای زیست محیطی را به دنبال دارد اما مقدار آن را به صفر نمی‌رساند.

پ) نادرست، شاره‌ای که باعث حرکت توربین می‌شود، بخار آب بسیار داغ است.

ت) نادرست، آینه‌ها پرتوهای خورشیدی را منعکس می‌کنند (انرژی آن را جذب نمی‌کنند).

(شیمی 3- صفحه‌های 75 تا 77)

105- گزینه «2» (ضمیر زینی)



$$? \text{ kJ} = 3 / 01 \times 10^{22} \cdot \text{kJ} \times \frac{1 \text{ mol} \cdot \text{kJ}}{6 / 02 \times 10^{23} \cdot \text{kJ}} \times \frac{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{5 \text{ mol} \cdot \text{kJ}}$$

$$\times \frac{3440 \text{ kJ}}{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} = 34 / 4 \text{ kJ}$$

(شیمی 3- صفحه‌های 78 تا 81)

106- گزینه «2» (علیرضا کیانی دوست)

بررسی برخی از عبارت‌ها:

شیمی 3

101- گزینه «1» (باسر ااش)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «2»: در HCl، تراکم الکترون اطراف هسته اتم کلر بیشتر است.

گزینه‌های «3» و «4»: توزیع یکنواخت و متقارن الکترون‌ها در مولکول‌های دو اتمی جور هسته، نشانه ناقطبی بودن مولکول است و گشتاور دوقطبی آن برابر صفر می‌شود.

(شیمی 3- صفحه‌های 73 و 74)

102- گزینه «3»

(علیرضا کیانی دوست)

عبارت اول نادرست است. زیرا با جانشینی یک اتم هیدروژن در مولکول کربن تتراکلرید به جای یک اتم کلر، مولکول حاصل قطبی می‌شود. اما با جانشینی دو اتم گوگرد به جای دو اتم اکسیژن در CO₂ همچنان مولکول ناقطبی باقی می‌ماند.

عبارت دوم نادرست است. زیرا مولکول گوگردتری‌اکسید ناقطبی و آمونیاک قطبی است و در مولکول آمونیاک توزیع بار الکتریکی اطراف اتم مرکزی (N) غیریکنواخت و نامتقارن است.

عبارت چهارم نادرست است. زیرا شاره بخار داغ توربین را به حرکت در می‌آورد که برخلاف شاره‌های یونی اختلاف نقطه ذوب و جوش کمتری دارد.

(شیمی 3- صفحه‌های 73 تا 77)

103- گزینه «3» (باسر ااش)

با توجه به نمودار زیر، آنتالپی فروپاشی شبکه LiCl از KF بیشتر است.



عبارت اول:

$$\text{Fe}_2\text{O}_3 \text{ \AA} \% \text{ kAnj} = \frac{4}{5} \times 100 = \%4 / 5$$

اما جرم آب در نمونه اولیه 16/3 گرم بوده است (چون 10 گرم از آن

تبخیر شده بود) پس:

$$\text{H}_2\text{O} \text{ \AA} \% \text{ kAnj} = \frac{16}{3} \times 100 = \%16 / 3$$

(شیمی 3- صفحه‌های 65 تا 68)

(امیر ماتیان)

110- گزینه «2»

«موارد «ب» و «ت» نادرست است.» بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست، در گرافیت هر اتم کربن (با 2 پیوند یگانه و یک پیوند دو گانه)

به 3 اتم کربن دیگر و در الماس هر اتم کربن (با 4 پیوند یگانه) به 4 اتم

کربن دیگر متصل است.

(ب) نادرست، میانگین آنتالپی Si-C از C-C کمتر است و سختی

الماس بیشتر است.

(پ) درست، هرچه تفاوت میان نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص بیشتر

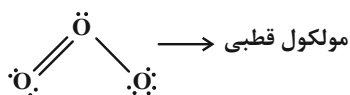
باشد، انرژی لازم برای شکستن پیوند بین اتم‌ها در حالت مایع بیشتر بوده و

این بدان معنی است که نیروی جاذبه میان ذرات سازنده آن بیشتر است.

(ت) نادرست، در مولکول اوزون (O_3) همه اتم‌ها مشابه می‌باشند، اما اوزون

(O_3) یک مولکول قطبی است زیرا روی اتم مرکزی جفت الکترون

ناپیوندی وجود دارد.



(شیمی 3- صفحه‌های 69، 70، 73 و 76)

$$|\Delta H| = \left| \left(\frac{11}{7} \right) (787) - \left(\frac{29}{119} \right) (689) \right| = 14 / 85 \text{ kJ}$$

عبارت آخر نادرست است. زیرا Mg^{2+} چگالی بار بیشتری نسبت به

Ca^{2+} دارد و جاذبه قوی‌تری با O^{2-} برقرار می‌کند.

(شیمی 3- صفحه‌های 78 تا 81)

(علی طرخی)

107- گزینه «3»

بررسی عبارت نادرست:

(ث) سازه فلزی مورد استفاده در ارتودنسی از جنس آلیاژ نیتینول است.

(شیمی 3- صفحه‌های 85 تا 87)

(علی طرخی)

108- گزینه «1»

گرافن دو بعدی ولی یخ سه بعدی است.

(شیمی 3- صفحه‌های 70 و 71)

(علی طرخی)

109- گزینه «2»

در اثر حرارت دادن 10 گرم از جرم آن کاسته می‌شود (10 گرم آب تبخیر

می‌شود.) و جرم نهایی رُس برابر 90 گرم خواهد بود، پس داریم:

$$7 = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{90} \times 100 \Rightarrow m_{\text{H}_2\text{O}} = 6 / 3 \text{ g}$$

$$5 = \frac{m_{\text{Fe}_2\text{O}_3}}{90} \times 100 \Rightarrow m_{\text{Fe}_2\text{O}_3} = 4 / 5 \text{ g}$$

دقت کنید که جرم Fe_2O_3 در نمونه اولیه نیز 4/5 گرم بوده است، پس:



شیمی 2

111- گزینه «3»

(امیر هاتمیان)

موارد «الف» و «ت» صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست

ب) نادرست: کمتر از ده درصد از نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید لیاف، پارچه، شوینده‌ها و ... به کار می‌رود.

پ) نادرست: ماده اولیه برای تهیه بسیاری از مواد و کالاهای صنایع گوناگون نقش دوم نفت خام در دنیای کنونی است.

ت) درست: روزانه بیش از 80/000/000 بشکه نفت خام در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود و هر بشکه نفت خام هم ارز 159 لیتر است.

$$8 \times 10^7 \times 159 \text{ L} = 1/272 \times 10^{10} \text{ L}$$

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفه‌های 28 و 29)

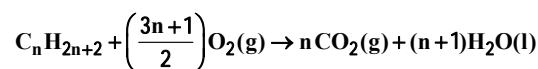
112- گزینه «1»

(ممد زینی)

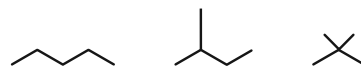
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول درست است. در آلکان‌ها، با افزایش جرم مولی، درصد جرمی هیدروژن و نیز فرآریت کاهش می‌یابد.

عبارت دوم درست است. در شرایط استاندارد (STP)، آب به حالت مایع است.



عبارت سوم درست است. $14n + 2 = 72 \Rightarrow n = 5$



2.2- دی‌متیل پروپان 2-متیل بوتان پنتان

عبارت چهارم درست است.

تعداد پیوند اشتراکی در آلکان‌ها برابر $3n + 1$ است:

$$3n + 1 = 25 \Rightarrow n = 8 \Rightarrow \text{C}_8\text{H}_{18}$$

تعداد پیوند اشتراکی C-H در آلکان‌ها برابر $2n + 2$ است:

$$2(8) + 2 = 18$$

عبارت پنجم درست است. به ازای اضافه شدن هر اتم C، دو اتم H نیز به آلکان افزوده می‌شود، پس جرم مولی 14 واحد افزایش می‌یابد.

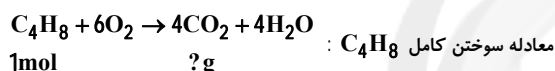
(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفه‌های 32 تا 34)

113- گزینه «3» (امیر هاتمیان)

گاز متان با فرمول CH_4 و جرم مولی $16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ساده‌ترین و اولین عضو خانواده آلکان‌ها است. بنابراین جرم مولی آلکان A که $3/5$ برابر جرم مولی متان است، برابر 56 گرم بر مول است.

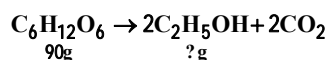
$14n =$ جرم مولی آلکان و C_nH_{2n} فرمول عمومی آلکان‌ها

$$\rightarrow 14n = 56 \rightarrow n = 4$$



$$\text{? g CO}_2 = 1 \text{ mol C}_4\text{H}_8 \times \frac{4 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_8} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 4 \times 44 \text{ g CO}_2$$

واکنش موازنه شده تخمیر گلوکز برای تولید سوخت سبز (اتانول)=



$$\text{? g C}_2\text{H}_5\text{OH} = 90 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{2 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}$$

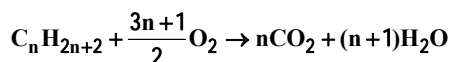
$$\frac{\text{CO}_2 \text{ } \text{g}}{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} \text{ } \text{g}} = \frac{4 \times 44}{46} = 3/8$$

نسبت مورد نظر:

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفه‌های 22، 23، 36 و 39)

114- گزینه «3» (امیر هاتمیان)

واکنش سوختن آلکان:



جرم مولی $\text{H}_2\text{O} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

آلکان $\Rightarrow \text{C}_n\text{H}_{2n+2} \Rightarrow \text{[C}_n\text{H}_{2n+2}] = 14n + 2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$\frac{\text{[C}_n\text{H}_{2n+2}]}{\text{[H}_2\text{O}]} = \frac{18(n+1)}{14n+2} = \frac{3}{2} \Rightarrow n = 5 \Rightarrow \text{C}_5\text{H}_{12}$$

118- گزینه «2» (علی طرفی)

بررسی عبارت‌ها:

(آ) درست

(ب) نادرست، در آلکان‌ها، اتم‌های کربن (نه همه اتم‌ها) با چهار پیوند اشتراکی یگانه به چهار اتم دیگر متصل شده‌اند.

(پ) درست - ساده‌ترین عضو خانواده آلکان‌ها CH_4 و ساده‌ترین عضو خانواده آلکن‌ها C_2H_4 می‌باشد.

(ت) نادرست، در واکنش گاز اتن با آب در حضور H_2SO_4 ، اتانول به دست می‌آید.

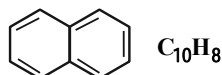
(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 32، 33 و 39 تا 41)

119- گزینه «2» (علی طرفی)

بررسی عبارت‌ها:

(آ) نادرست، نفتالن یکی از ترکیب‌های آروماتیک است و سیکلو آلکان محسوب نمی‌شود.

(ب) نادرست، دارای 5 پیوند کووالانسی دوگانه می‌باشد؛ در حالی که تعداد اتم‌های هیدروژن آن برابر 8 است.



(پ) درست

(ت) نادرست، به دو اتم کربن آن، هیدروژنی متصل نمی‌باشد.

(شیمی 2- صفحه 42)

120- گزینه «4» (علیرضا کیانی دوست)

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول نادرست است. بخش اعظم نیمی از نفت خام برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی به کار می‌رود.

عبارت سوم نادرست است. بخش عمده نفت خام را آلکان‌ها تشکیل می‌دهند.

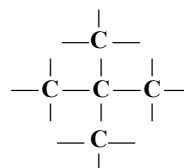
$$\frac{\text{C-H}}{\text{AK\%AO}} = \frac{2n+2}{3n+1} \leq 1 \text{ (اگر } n=1 \text{ باشد، این نسبت 1 می‌شود.)}$$

عبارت پنجم نادرست است. پس از جدا کردن نمک‌ها، اسیدها و آب، نفت خام را باقی‌مانده می‌کنند.

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 29، 31، 43 و 44)

چون آلکان دارای 5 کربن می‌باشد لذا آلکان مورد نظر باید پنتان یا یک ایزومر از آن باشد.

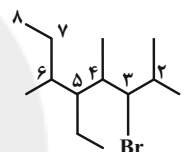
فقط گزینه «3» دارای 5 کربن در ساختار خود می‌باشد.



2, 2-دی‌متیل پروپان

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 36 تا 38)

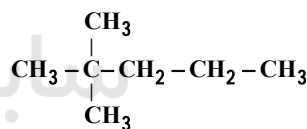
115- گزینه «3» (علی طرفی)



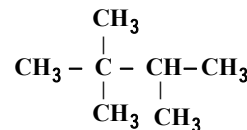
3- برم-5- اتیل - 2، 4، 6- تری‌متیل اوکتان

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 36 تا 38)

116- گزینه «2» (روزبه رضوانی)



2, 2-دی‌متیل پنتان



2, 2، 3- تری‌متیل بوتان

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 36 تا 38)

117- گزینه «4» (علی طرفی)

گاز اتن اولین عضو خانواده آلکن‌هاست نه دومین عضو!

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 39 تا 41)



شیمی 1

گزینه 3» -121

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی عبارت نادرست:

عبارت اول، اتم‌های برانگیخته پرنرژی و ناپایدارند و تمایل دارند با از دست دادن انرژی به حالت پایدارتر و در نهایت به حالت پایه بازگردند.

(شیمی 1- کیوان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های 26 و 27)

گزینه 2» -122

(باسر راش)

هرچه مجموع $(n+1)$ زیرلایه‌ای کمتر باشد، انرژی آن نیز کمتر است. در صورتی که مجموع $(n+1)$ برای دو زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه‌ای که n کوچکتری دارد، به هسته نزدیک‌تر بوده و انرژی کمتری دارد.

(شیمی 1- کیوان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های 30 و 31)

گزینه 1» -123

(روزبه رضوانی)

تنها عبارت «پ» درست است. بررسی عبارت‌ها:

الف) حداکثر شمار الکترون‌ها در هر زیرلایه برابر $4l+2$ و برای هر لایه $2n^2$ است.

ب) $n+1$ برای $6s$ و $4f$ به ترتیب برابر 6 و 7 است، پس $4f$ دیرتر از $6s$ پر می‌شود.

پ) ${}_{32}\text{Ge}: 1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^{10}, 4s^2, 4p^2$

${}_{14}\text{X}: 1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^2$ عنصر بالای

ت) ${}_{24}\text{Cr}: 1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^5, 4s^1 \Rightarrow \begin{matrix} d \rightarrow 5e^- \\ s \rightarrow 7e^- \end{matrix}$

(شیمی 1- کیوان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های 27 تا 34)

گزینه 3» -124

(باسر راش)

حداکثر گنجایش الکترونی یک لایه الکترونی (n) ، برابر $2n^2$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه 1»: حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه $4l+2$ به دست می‌آید.

گزینه 2»: در مدل کوانتومی اتم به هر نوع زیرلایه یک عدد کوانتومی نسبت

می‌دهند. این عدد کوانتومی با نماد l نشان داده شده و عدد کوانتومی فرعی

نامیده می‌شود. مقادیر معین و مجاز آن به صورت زیر است:

$$l = 0, 1, \dots, n-1$$

گزینه 4»: نماد هر زیرلایه معین با دو عدد کوانتومی مشخص می‌شود؛ به

دیگر سخن هر زیرلایه را می‌توان با نماد nl نمایش داد؛ برای نمونه درزیرلایه $2p$ ، $n=2$ و $l=1$ است.

(شیمی 1- کیوان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های 27 تا 34)

گزینه 2» -125

(علیرضا کیانی دوست)

با توجه به اطلاعات ارائه شده عنصر X همان ${}_{35}\text{Br}$ است.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت سوم نادرست است. شمار جفت الکترون‌های جفت شده عنصر در

آرایش الکترون - تقطای این عنصر برابر 3 است.

(شیمی 1- کیوان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های 33 تا 40)

گزینه 4» -126

(روزبه رضوانی)

دوره 4 و گروه 15 $X \rightarrow 15$ دوره 4 و گروه 13 ${}_{31}\text{E} \rightarrow 13$ دوره 4 و گروه 5 ${}_{23}\text{A} \rightarrow 5$ دوره 2 و گروه 13 ${}_{5}\text{B} \rightarrow 13$ دوره 4 و گروه 17 ${}_{35}\text{F} \rightarrow 17$ دوره 2 و گروه 15 ${}_{7}\text{C} \rightarrow 15$

(شیمی 1- کیوان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های 27 تا 34)



(عمیر زینی)

129- گزینه «1»

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول درست است. آرایش الکترونی کروم مطابق قاعده آفبا به صورت

[18 Ar]3d⁴4s² است. اما روش‌های طیفسنجی پیشرفته اثبات کرد که

این آرایش الکترونی نادرست است و آرایش الکترونی درست کروم به

صورت [18 Ar]3d⁵4s¹ است.

عبارت دوم نادرست است. مطابق قاعده آفبا زیرپایه‌ای زودتر از الکترون

اشغال می‌شود که (n+1) آن کوچک‌تر باشد.

عبارت سوم درست است.

عبارت چهارم نادرست است. بر اساس روش‌های طیفسنجی پیشرفته،

آرایش الکترونی ²⁹Cu به صورت [18 Ar]3d¹⁰4s¹ است نه قاعده آفبا.

(شیمی 1-کیهان؛ زاگانه الفبای هستی؛ صفحه‌های 27 تا 34)

(امیرمسین مسلمی)

130- گزینه «3»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «1»: مولکول MgO عبارت نادرستی است و MgO جزو

ترکیبات یونی است.

گزینه «2»: ترکیب یونی دوتایی، ترکیبی است که از دو نوع عنصر تشکیل

شده است، نه دو اتم!

گزینه «3»: فرمول شیمیایی کلسیم اکسید و آلومینیم نیتريد به صورت

CaO و AlN می‌باشد.

گزینه «4»: آرایش الکترون - نقطه‌ای هلیوم به صورت He است.

(شیمی 1-کیهان؛ زاگانه الفبای هستی؛ صفحه‌های 35 تا 39)

(امیر ماتیان)

127- گزینه «2»

ابتدا عدد اتمی عنصر X را تعیین می‌کنیم:

$$\begin{cases} n - e = 8 \xrightarrow{e=p-3} \\ n + p = 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n - p = 5 \\ n + p = 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 25 \\ n = 30 \end{cases}$$

آرایش الکترونی عنصر X:

$$25 X : 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^5 / 4s^2 \begin{cases} \chi_{n=3} = 4 \\ \chi_{n=2} = 7 \end{cases}$$

الف) درست - تعداد e⁻ های با l=0 برابر 8 و تعداد الکترون‌های

با l=2 برابر 5 است پس داریم:

$$\frac{l = 0 \text{IM} \Delta l \Delta e^{-} \chi_{K \neq l}}{l = 2 \text{IM} \Delta l \Delta e^{-} \chi_{K \neq l}} = \frac{8}{5} = 1/6$$

ب) نادرست، آخرین زیرپایه 3d⁴ می‌باشد که دارای $\begin{cases} n = 3 \\ l = 2 \end{cases}$ است.

$$25 X^{3+} : 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^4$$

پ) درست، عنصر X در دوره 4 جدول تناوبی قرار دارد که با عنصر ¹⁹K

هم دوره است چون K نیز متعلق به دوره چهارم جدول تناوبی است.

ت) نادرست - بیرونی‌ترین زیرپایه: $\begin{cases} n = 4 \\ l = 0 \end{cases} 4s^2$

$$e^{-} \chi_{K \neq l} 2 \times \begin{pmatrix} n+1 \\ 4+0 \end{pmatrix} = 8$$

(شیمی 1-کیهان؛ زاگانه الفبای هستی؛ صفحه‌های 27 تا 34)

(امیرمسین مسلمی)

128- گزینه «3»

عناصر ²⁴Cr و ²⁵Mn دارای 5 الکترون در زیرپایه 3d خود هستند.دقت کنید عنصر ³⁵Br و همه عناصر با عدد اتمی بزرگ‌تر از 25، بیش از

پنج الکترون در زیرپایه با n+1=5 خود دارند.

(شیمی 1-کیهان؛ زاگانه الفبای هستی؛ صفحه‌های 27 تا 34)



شیمی 2

131- گزینه 2»

(علی طرفی)

ششمین عضو از خانواده آلکانها هگزان (C_6H_{14}) می باشد.

بررسی عبارت ها:

(آ) نادرست، فرآریت هگزان با توجه به داشتن تعداد کربن بیشتر نسبت به پنتان، کمتر است.

(ب) درست

(پ) نادرست، با توجه به اینکه تعداد اتم های کربن هگزان از اوکتان کمتر می باشد، گرانی آن نیز کمتر است.

(ت) درست

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های 32 تا 36)

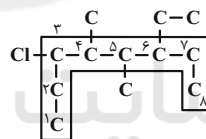
132- گزینه 2»

(روزبه رضوانی)

بررسی گزینه ها:

گزینه «1»: با افزایش شمار اتم های کربن فرآریت کاهش می یابد.

گزینه «2»: 3- کلرو - 6 اتیل - 5 دی متیل اوکتان



گزینه «3»: آلکانها چون ناقصی هستند در آب نامحلولند.

گزینه «4»: C_6H_{12} → سیکلو هگزاناوکتین → C_8H_{14}

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های 32 تا 36، 41، 42)

133- گزینه 4»

(ممد عظیمیان زواره)

با توجه به فرمول عمومی آلکانها (C_nH_{2n+2}) آلکان مورد نظر پنتان(C_5H_{12}) می باشد. تفاوت جرم مولی سیکلو هگزان (C_6H_{12}) با پنتان(C_5H_{12}) برابر 12 گرم بر مول می باشد.

بررسی عبارت های درست:

(1) با توجه به فرمول مولکولی پنتان C_5H_{12} و بنزن C_6H_6 درست است.(2) گاز فندک بوتان (C_4H_{10}) می باشد و در دمای اتاق و فشار 1 atm برخلاف پنتان حالت گازی دارد.(3) شمار پیوندهای اشتراکی در پنتان و C_5H_{10} به ترتیب برابر 16 و 15 می باشد (شمار پیوندهای اشتراکی آلکان 1 واحد از شمار پیوندهای اشتراکی آلکن هم کربن خود بیشتر است).

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های 35، 36، 39، 42)

134- گزینه 1»

(روزبه رضوانی)

عبارت های «الف» و «ت» درست هستند. بررسی عبارت ها:

الف) درست است.

ب) اتانول تولید می شود نه اتان!

پ) بنزین سمی نیست! چون یک آلکان است.

ت) $C_{25}H_{52} \rightarrow 25(12) + 52 = 352g.mol^{-1}$ وازلینبوتان $C_4H_{10} \rightarrow 4(12) + 10 = 58g.mol^{-1}$ تفاوت = $352 - 58 = 294g.mol^{-1}$

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های 34، 35، 39، 41)

135- گزینه 3»

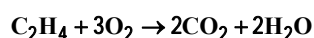
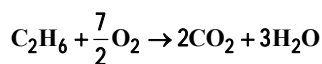
(ممد زهی)

مول اتان را X و مول اتن را Y در نظر می گیریم:

$$\left. \begin{aligned} m_{C_2H_6} = 30x \Rightarrow m_C = 24x \\ m_{C_2H_4} = 28y \Rightarrow m_C = 24y \end{aligned} \right\} 84 = \frac{24x + 24y}{30x + 28y} \times 100$$

$$\Rightarrow y = 2/5x$$

حال واکنش سوختن اتن و اتان را نوشته و موازنه می کنیم:

به ازای مصرف X مول اتان، 2X مول گاز CO_2 تولید می شود.



(ممد رضا پورهاوید)

138- گزینه «4»

همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 43 تا 46)

(علی طرخی)

139- گزینه «2»

عبارت‌های «پ» و «ت» درست می‌باشند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) نفت خام مخلوطی از هیدروکربن‌ها (هم سیرشده و هم سیرنشده)، برخی

نمک‌ها، اسیدها، آب و ... است.

(ب) پس از جداکردن نمک‌ها، اسیدها و آب، نفت خام را پالایش می‌کنند.

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 43 تا 46)

(امیر غاتمیان)

140- گزینه «4»

بررسی سایر گزینه‌ها:

(1) نادرست، شکل درست: سوخت هواپیما به طور عمده از نفت سفید تهیه

می‌شود که شامل آلکان‌هایی با 22 تا 32 اتم هیدروژن است.

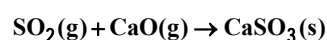
(2) نادرست، شکل درست: متان گازی سبک، بی‌بو و بی‌رنگ است که هرگاه

مقدار آن در هوای معدن به بیش از 5 درصد برسد احتمال انفجار وجود دارد.

(3) نادرست، شکل درست: یکی از راه‌های بهبود کارایی زغال‌سنگ به دام

انداختن گاز گوگرد دی‌اکسید خارج شده از نیروگاه‌ها با عبور گازهای خروجی

از روی کلسیم اکسید است.



(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 45 و 46)

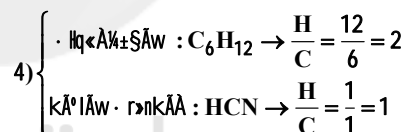
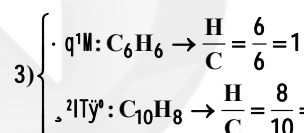
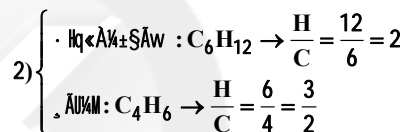
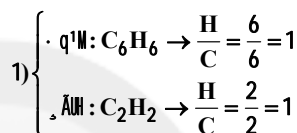
به ازای مصرف $2/5x$ مول اتن، $5x$ مول گاز CO_2 تولید می‌شود. پسنسبت شمار مول CO_2 حاصل از واکنش سوختن اتان به اتن برابر $\frac{2x}{5x}$ یا $\frac{2}{5}$ خواهد بود.

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 32 تا 36 و 39 تا 41)

(علی طرخی)

136- گزینه «1»

بررسی عبارت‌ها:



(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 32 تا 36 و 39 تا 42)

(ممد رضا پعفری نژاد)

137- گزینه «1»

بررسی عبارت‌ها:

(الف) در آلکن‌ها درصد جرمی کربن ثابت و برابر $86\% \approx 100 \times \frac{6}{7}$ است.

(ب) با افزایش تعداد اتم‌های کربن، تفاوت نقطه جوش دو آلکان متوالی کاهش می‌یابد.

(پ) با افزایش تعداد اتم‌های کربن شمار پیوندهای کووالانسی و گرانیوی

افزایش می‌یابد.

(ت) با افزایش تعداد اتم‌های کربن، نقطه جوش افزایش می‌یابد.

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 32 تا 36، 39 و 41)



$$x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 2 \text{ (I)}$$

$$x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1 \text{ (II)}$$

اشتراک (I) و (II) می شود $x > 2$ داریم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$= \{x \geq 1 \mid \sqrt{x-1} > 2\} \Rightarrow x > 5 \Rightarrow a = 5$$

حال نقطه تقاطع خط $y = 5$ را با تابع $f(x)$ می یابیم:

$$\sqrt{x-1} = 5 \Rightarrow x-1 = 25 \Rightarrow x = 26$$

(مسئله 1- تابع، توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه های 66 تا 80 و 85 تا 88)

(بایک سادات)

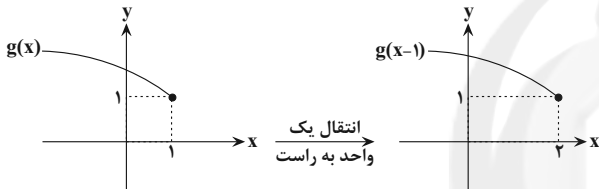
145- گزینه «2»

$$f^{-1} \circ f(x) = x, x \in D_f$$

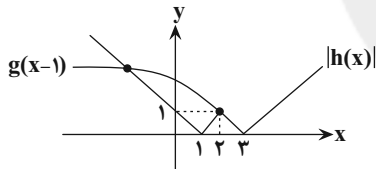
می دانیم:

$$g(x) = \sqrt{2 - f^{-1} \circ f(x)} = \sqrt{2 - x}, x \leq 1$$

بنابراین خواهیم داشت:



حال نمودار تابع انتقال یافته g و $|h(x)|$ را در یک دستگاه رسم می کنیم:



همان طور که در شکل بالا مشخص است، نمودار دو تابع همدیگر را در دو نقطه متمایز قطع می کنند.

(مسئله 2- تابع: صفحه های 1 تا 12)

(پویان طهرانیان)

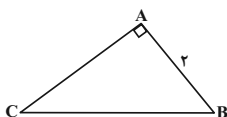
146- گزینه «3»

در مثلث ABC چون $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ و $0 < \hat{A}, \hat{B}, \hat{C} < 180^\circ$

$\sin \hat{C} = \cos \hat{B}$ نتیجه می شود که $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}$ ولی چون

$\hat{C} = 90^\circ + \hat{B}$ و رابطه $45^\circ < \hat{B} < 90^\circ$ ، پس $\cos \hat{B} = \frac{1}{5} < \frac{\sqrt{2}}{2}$

نمی تواند درست باشد، چون $\hat{C} > 135^\circ$ و جمع زوایا از 180° بیش تر خواهد شد. پس $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ و در نتیجه $\hat{A} = 90^\circ$ می باشد.



$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{r}{BC} \Rightarrow BC = 5r$$

حسابان 2 - اختیاری

141- گزینه «2»

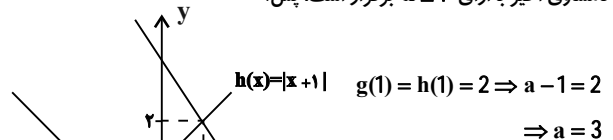
(مدرسین سلامی مسینی)

طبق تعریف تابع اکیداً نزولی، اگر $x_1 > x_2$ آن گاه $f(x_1) < f(x_2)$ ، پس داریم:

$$f\left(\frac{a-x+2}{2+|x+1|}\right) \geq f(1) \Rightarrow \frac{a-x+2}{2+|x+1|} \leq 1$$

$$\Rightarrow a-x+2 \leq 2+|x+1| \Rightarrow a-x \leq |x+1|$$

نامساوی اخیر به ازای $x \geq 1$ برقرار است، پس:



$$\Rightarrow a = 3$$

(مسئله 2- تابع: صفحه های 15 تا 18)

(مدرسین پیشوایی)

142- گزینه «3»

با استفاده از مربع دو جمله ای داریم:

$$f(x) = y = x^2 - 4x + a \Rightarrow y - a + 4 = (x-2)^2$$

$$\xrightarrow{x \geq 2} x - 2 = \sqrt{y - a + 4} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x - a + 4}$$

با مقایسه با تابع داده شده خواهیم داشت:

$$2b = 2 \rightarrow b = 1$$

$$4b = -a + 4 \xrightarrow{b=1} a = 0 \Rightarrow (a, b) = (0, 1)$$

(مسئله 1- تابع: صفحه های 57 تا 62)

(شهرام ولایی)

143- گزینه «3»

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{4}(4x - |4x|)} \Rightarrow R_f = \left[0, \frac{1}{2}\right]; \text{ ابتدا برد } f \text{ را به دست می آوریم:}$$

خروجی f می شود ورودی g ؛ پس برای پیدا کردن برد $g \circ f$ کافی است حاصل g

را به ازای $0 \leq x < \frac{1}{2}$ به دست آوریم.

$$g(0) = 0$$

$$\Rightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq g(x) < \frac{1}{8} \Rightarrow R_{g \circ f} = \left[0, \frac{1}{8}\right)$$

(مسئله 1- تابع: صفحه های 66 تا 68)

(بایک سادات)

144- گزینه «4»

چون دامنه f : $x \geq 1$ است پس نیازی به قدر مطلق نیست و

برای تعیین دامنه g هم کافی است جلوی لگاریتم و زیر

رادیکال مثبت باشند:

$$\min = a - \left| -\frac{3}{4} \right| = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 1$$

از طرفی دوره تناوب تابع برابر 4π است، یعنی:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

حال با توجه به مقادیر به دست آمده برای a ، حاصل $f\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{a = -\frac{1}{2}}{|b| = \frac{1}{2}} \rightarrow f\left(\frac{7\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cos\left(\frac{\pm 7\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= -\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{-1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

$$\frac{a=1}{|b|=\frac{1}{2}} \rightarrow f\left(\frac{7\pi}{3}\right) = 1 - \frac{3}{4} \cos\left(\frac{\pm 7\pi}{6}\right) = 1 + \frac{3}{4} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= 1 + \left(\frac{3}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 + \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

از بین مقادیر به دست آمده، فقط مقدار $1 + \frac{3\sqrt{3}}{8}$ در گزینه‌ها می‌باشد.

(مسئله 2- مثلثات: صفحه‌های 24 تا 29)

150- گزینه «1» (امیر وفائی)

با توجه به نمودار، بیش‌ترین مقدار تابع برابر صفر است. از طرفی $a > 0$ است.

چون اگر $a < 0$ باشد، بیش‌ترین مقدار تابع غیر صفر می‌شود. بنابراین:

$$a < 0 \rightarrow \frac{\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2}}{1} = a(0) - c \neq 0$$

$$a(1) - c = 0 \Rightarrow a = c$$

دوره تناوب برابر $\frac{\pi}{2}$ است، پس:

$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = +2$$

کم‌ترین مقدار تابع به‌ازای $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ برابر صفر بدست می‌آید:

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x_A = \frac{\pi}{6}$$

مساحت مثلث OAB:

$$\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{6} \times |y_B| = \frac{\pi}{6} \Rightarrow |y_B| = 2 \Rightarrow y_B = -2$$

کم‌ترین مقدار تابع برابر -2 است، بنابراین:

$$a(0) - c = -2 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$a + b + c = 2 + 2 + 2 = 6$$

(مسئله 2- مثلثات: صفحه‌های 24 تا 29)

$$\text{از طرفی } AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 4 + AC^2 = 100$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

(ریاضی 1- مثلثات: صفحه‌های 29 تا 35)

147- گزینه «3» (لطم اجلائی)

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{3}$$

توجه کنید که

اگر به جای $\sin^2 x$ قرار دهیم $1 - \cos^2 x$ ، نتیجه می‌شود:

$$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = \frac{1}{3}$$

$$2\cos^2 x = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{2}{3}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{3}{2}$$

در نتیجه

$$\Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$$

(ریاضی 1- مثلثات: صفحه‌های 42 تا 46)

148- گزینه «4» (سروش موئینی)

$$x - \frac{\pi}{2} \text{ در ربع چهارم است؛ همان } \frac{7\pi}{2} + x \text{ همان } \frac{3\pi}{2} + x \text{ در ربع چهارم}$$

است؛ $x - 5\pi$ و $x + \pi$ هر دو ربع سوم هستند.

$$= \frac{-\cos x - \sin x}{\cos x} + \frac{+\cos x}{+\cos x} \rightarrow \frac{-1 - \tan x}{\frac{1}{\cos^2 x} + \tan x + \cos^2 x}$$

$$\text{حالا با } \tan x = 2 \text{ داریم } \frac{1}{\cos^2 x} = 5 \text{ پس } 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = 5$$

جواب می‌شود:

$$\frac{-1-2}{5+2+\frac{1}{5}} = \frac{-3}{\frac{36}{5}} = \frac{-5}{12}$$

(مسئله 1- مثلثات: صفحه‌های 98 تا 104)

149- گزینه «2» (سید یواز نظری)

نمودار تابع، بر خط $y = \frac{1}{4}$ مماس می‌باشد، بنابراین بیشترین مقدار یا کمترین

مقدار تابع برابر $\frac{1}{4}$ است. پس:

$$\max = a + \left| -\frac{3}{4} \right| = \frac{1}{4} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$B = \begin{bmatrix} 231 & 21n \\ 21n & 231 \end{bmatrix}$$

اگر B وارون پذیر نباشد، باید داشته باشیم:

$$(231)^2 - (21n)^2 = 0 \Rightarrow (21n)^2 = (231)^2 \Rightarrow n = \pm \frac{231}{21} = \pm 11$$

$$\xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 11$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۳، ۲۲ و ۲۳)

(یاسین سپهر)

گزینه «۲» ۱۵۴

چون A ماتریس اسکالر است، بنابراین ماتریس مربعی می‌باشد. از طرفی ضرب AB تعریف شده است، پس تعداد ستون‌های ماتریس A برابر تعداد سطرهای ماتریس B یعنی برابر ۳ می‌باشد. حال چون ماتریس A اسکالر می‌باشد، پس به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$c_{۲۲} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ a \end{bmatrix} \Rightarrow a = -2$$

$$A = a + a + a = 3a = 3(-2) = -6$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۹)

(امیرمسین ابومحبوب)

گزینه «۲» ۱۵۵

شرط وجود بی‌شمار جواب برای دستگاه آن است که:

$$\frac{k+1}{2} = \frac{5}{2k+3} = \frac{3}{k+2}$$

دو معادله از این دستگاه را انتخاب کرده و حل می‌کنیم. جواب‌های مشترک دو معادله مقادیری از k را که به ازای آن دستگاه بی‌شمار جواب دارد، مشخص می‌کند.

$$\frac{k+1}{2} = \frac{5}{2k+3} \Rightarrow (2k+3)(k+1) = 10 \Rightarrow 2k^2 + 5k + 3 = 10$$

هندسه ۳- اختیاری

گزینه «۱» ۱۵۱

(سروش موئینی)

$$A + I = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A + I)^{-1} = \frac{1}{2(5) - 2(3)} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(A + I) \text{ مجموع درایه‌های وارون} = \frac{1}{4}(5 - 2 - 3 + 2) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۳، ۲۲ و ۲۳)

(معدی عافی نژادریان)

گزینه «۲» ۱۵۲

$$AXB + C = D$$

$$\Rightarrow AXB = D - C \xrightarrow{A^{-1}x} A^{-1}(AXB) = A^{-1}(D - C)$$

$$\Rightarrow \underbrace{(A^{-1}A)}_I XB = A^{-1}(D - C) \Rightarrow XB = A^{-1}(D - C)$$

$$\xrightarrow{\times B^{-1}} (XB)B^{-1} = A^{-1}(D - C)B^{-1}$$

$$\Rightarrow X \underbrace{(BB^{-1})}_I = A^{-1}(D - C)B^{-1}$$

$$\Rightarrow X = A^{-1}(D - C)B^{-1}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

(رضا عباس اصل)

گزینه «۴» ۱۵۳

$$B = A_1 + A_2 + \dots + A_{21} = \begin{bmatrix} 1 & n \\ n & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & n \\ n & 2 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 21 & n \\ n & 21 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+2+\dots+21 & 21n \\ 21n & 1+2+\dots+21 \end{bmatrix}$$

با توجه به اینکه $1+2+\dots+21 = \frac{21(21+1)}{2} = 231$ داریم:



(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۱» - ۱۵۸

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -x & -1 \\ -1 & 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x-3 & 2x+3 & x+3 \\ x-3 & 2x+3 & x+3 \\ -x+3 & -2x-3 & -x-3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow x(x-3) - (2x+3) + x(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 2x - 3 + x^2 + 3x = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 3 = 0$$

اگر α و β ریشه‌های این معادله باشند، آنگاه داریم:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 1 \quad \text{و} \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} = \frac{1 - 2\left(-\frac{3}{2}\right)}{\left(-\frac{3}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{4}{9} = \frac{16}{9}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(کیوان درابی)

گزینه «۳» - ۱۵۹

$$(I - 2A)(I + \lambda A) = I \Rightarrow I^2 + (\lambda - 2)A - 2\lambda A^2 = I$$

$$\xrightarrow{A^2 = A} I + (\lambda - 2)A - 2\lambda A = I \Rightarrow (\lambda - 2 - 2\lambda)A = \bar{O}$$

$$\Rightarrow (-2\lambda - 2)A = \bar{O} \xrightarrow{A \neq \bar{O}} -2\lambda - 2 = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{3}{2}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(امد رضا فلاح)

گزینه «۳» - ۱۶۰

$$A^2 = 3I \xrightarrow{\times 16} 16A^2 = 48I \Rightarrow 16A^2 - 48I = \bar{O}$$

$$\Rightarrow 16A^2 - 48I = -I \Rightarrow (4A - 7I)(4A + 7I) = -I$$

$$\Rightarrow (4A + 7I)^{-1} = -(4A - 7I) = 7I - 4A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$$\Rightarrow 2k^2 + 5k - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\frac{k+1}{2} = \frac{3}{k+2} \Rightarrow (k+1)(k+2) = 6 \Rightarrow k^2 + 3k + 2 = 6$$

$$\Rightarrow k^2 + 3k - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -4 \end{cases}$$

پس تنها به ازای $k = 1$ ، دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۴» - ۱۵۶

کافی است دترمینان ضرایب دستگاه‌ها را به دست آوریم. در صورتی که دترمینان به ازای مقدار یا مقادیری از k برابر صفر شود، دستگاه بی‌شمار جواب داشته یا فاقد جواب است. اگر ماتریس ضرایب هر دستگاه را با A

نمایش دهیم، آنگاه داریم:

گزینه «۱».

$$|A| = k(-1) - 2 \times 1 = 0 \Rightarrow -k - 2 = 0 \Rightarrow k = -2$$

گزینه «۲».

$$|A| = k^2 \times 4 - 1 \times 1 = 0 \Rightarrow 4k^2 - 1 = 0 \Rightarrow k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \pm \frac{1}{2}$$

گزینه «۳».

$$|A| = k \times k - 1 \times 4 = 0 \Rightarrow k^2 - 4 = 0 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$$

گزینه «۴».

$$|A| = k^2 \times 1 - 2 \times (-1) = 0 \Rightarrow k^2 + 2 = 0 \Rightarrow$$

ریشه حقیقی ندارد «۴» به ازای تمامی مقادیر k ، جواب

منحصربه‌فرد دارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۱» - ۱۵۷

$$A^2 = \begin{bmatrix} -\sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sin^2 \theta - \cos^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta \\ -2\sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta - \cos^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)



ریاضیات گسسته - اختیاری

گزینه «1» - 161

(فرهاد و غایی)

$$[2x + 7]_7 = [11x + 5]_7 \Rightarrow 11x + 5 \equiv 2x + 7 \pmod{7} \Rightarrow 9x \equiv 2 \pmod{7} \Rightarrow 2x \equiv 2 \pmod{7}$$

$$\xrightarrow{+2} x \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow x^3 - 1 \equiv 1^3 - 1 \equiv 0 \pmod{7}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 18 تا 22)

گزینه «4» - 162

(مهرادر ملونری)

مثال نقض گزینه «1»: $a = \sqrt{2}$ مثال نقض گزینه‌های «2» و «3»: $a = \sqrt[3]{2}$ در گزینه «4» بنا به برهان خلف، اگر اعداد a^2 و a^3 هر دو گویا باشند، آنگاه

$$\frac{a^3}{a^2} = a \text{ نیز عددی گویا می‌شود که خلاف فرض است.}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 2 تا 6)

گزینه «2» - 163

(مهمربوار ممسنی)

$$\text{گزینه «1» : } a^4 | b^3 \Rightarrow a \times a^3 | b^3 \Rightarrow a^3 | b^3 \Rightarrow a | b \Rightarrow a^5 | b^5$$

$$\text{گزینه «3» : } a^4 | b^3 \Rightarrow a^{20} | b^{15} \Rightarrow a \times a^{19} | b^{15} \Rightarrow a^{19} | b^{15}$$

$$\text{گزینه «4» : } a | b \Rightarrow a^6 | b^6 \Rightarrow a^6 | b^7$$

اما رابطه گزینه «2» در حالت کلی درست نیست. به عنوان مثال نقض:

اگر $a = 8$ و $b = 16$ باشد، آنگاه $a^4 = 8^4 = 2^{12}$ و $b^3 = 16^3 = 2^{12}$ است.پس $a^4 | b^3$ ولی $a^3 = 8^3 = 2^9$ و $b^2 = 16^2 = 2^8$ است، پس $a^3 \nmid b^2$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 9 تا 12)

گزینه «1» - 164

(امیرشسین ابومصوب)

با توجه به اینکه تعداد روزهای هفته برابر 7 است، کافی است تعداد روزهای

بین 15 خرداد تا 13 آبان را به دست آورده و باقی‌مانده تقسیم آن را بر 7

$$\text{بیابیم. } 152 \equiv 5 \pmod{7} \Rightarrow 152 = 30 + 13 + 3 \times 31 + 16$$

یکشنبه	شنبه	جمعه	پنجشنبه	چهارشنبه	سه‌شنبه	دوشنبه
6	5	4	3	2	1	0

حال مطابق جدول اگر روز مبدأ یعنی دوشنبه را معادل صفر فرض کنیم، روز

شنبه معادل 5 است، پس 13 آبان باید روز شنبه باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه 24)

گزینه «4» - 165

(مرتضی فویم‌علوی)

$$2^6 = 64 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow 2^{30} \equiv 1 \pmod{5}$$

$$\xrightarrow{\times 2^5} 2^{35} \equiv 2 \pmod{5}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 18 تا 22)

گزینه «3» - 166

(فرهاد و غایی)

$$\begin{cases} a = bq + 17, 17 < b & (1) \\ 3a = bq' + 6, 6 < b & (2) \end{cases}$$

مطابق فرض سؤال داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a = b(3q) + 51 \\ 3a = bq' + 6 \end{cases} \Rightarrow b(3q) + 51 = bq' + 6$$

$$\Rightarrow b(q' - 3q) = 45 \Rightarrow b | 45 \xrightarrow{b > 17} b = 45$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 14 و 15)

$$a^2 = (4k+2)^2 = 16k^2 + 16k + 4 = 4 \underbrace{(4k^2 + 4k + 1)}_q$$

$$= 4q \quad (q \in \mathbb{Z})$$

$$a^4 = (4q)^2 = 16q^2 = 4(4q^2) = 4q'$$

$$\Rightarrow a^4 + a^2 + 1 = 4q' + 4q + 1 = 4 \underbrace{(q' + q)}_k + 1 = 4k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 15 تا 17)

170- گزینه «3» (امیرمسین ایومفیوب)

چون عدد مورد نظر بر 36 بخش پذیر است، پس باید بر 4 و 9 بخش پذیر

باشد. عدد $xy3152$ قطعاً بر 4 بخش پذیر است، چون دو رقم سمت راست

آن یعنی 52 بر 4 بخش پذیر است. بنابراین کافی است شرط بخش پذیری بر

9 را بررسی کنیم:

$$\overline{xy3152} \equiv x + y + 11 \equiv 0 \Rightarrow x + y \equiv -11 \equiv 7$$

$$\Rightarrow x + y = 7 \text{ یا } 16$$

$$x + y = 7 \xrightarrow{x \neq 0} \begin{cases} x=1, y=6 \\ x=2, y=5 \\ x=3, y=4 \\ x=4, y=3 \\ x=5, y=2 \\ x=6, y=1 \\ x=7, y=0 \end{cases} \text{ و } x + y = 16 \Rightarrow \begin{cases} x=7, y=9 \\ x=8, y=8 \\ x=9, y=7 \end{cases}$$

بنابراین در مجموع، ده عدد به صورت $xy3152$ وجود دارد که بر 36

بخش پذیر باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 22 و 23)

167- گزینه «4» (مهمر هیری)

مطابق فرض سؤال داریم:

$$9a - 7 \equiv 2a - 3 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow 7a \equiv 4 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{+7} \frac{11}{(7,11)=1} a \equiv -1 \equiv 10 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow a = 11k + 10 \Rightarrow 4a - 5 = 44k + 35 \Rightarrow 4a - 5 \equiv 35 \pmod{44}$$

$$\xrightarrow{22} \frac{22}{44} 4a - 5 \equiv 35 \equiv 13 \pmod{44}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 18 تا 22)

168- گزینه «3» (سروش موثینی)

$$\begin{cases} d \mid 3n - 2 \xrightarrow{\times 4} d \mid 12n - 8 \\ d \mid 4n + 1 \xrightarrow{\times 3} d \mid 12n + 3 \end{cases} \Rightarrow d \mid 11 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 11$$

کافی است تعداد حالت‌هایی را به دست آوریم که $d = 11$ باشد:

$$d = 11 \Rightarrow 11 \mid 3n - 2 \Rightarrow 3n - 2 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 3n \equiv 2 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{+3} \frac{11}{(3,11)=1} n \equiv -3 \pmod{11} \Rightarrow n = 11k - 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

به ازای $k = 2, 3, \dots, 9$ ، عدد n دو رقمی است (8 مقدار)، پس

برای $82 = 90 - 8 = 82$ مقدار دو رقمی و طبیعی n ، دو عدد $4n + 1$ و $3n - 2$

نسبت به هم اول‌اند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 9 تا 14)

169- گزینه «2» (پواد ماتمی)

عدد زوجی که بر 4 بخش پذیر نباشد، به صورت $4k + 2$ ($k \in \mathbb{Z}$) قابل

نمایش است. داریم:



فیزیک 3 - اختیاری

174 - گزینه «1»

(میرفیسین برادران)

دو قطار زمانی از کنار هم به طور کامل رد می‌شوند که مکان انتهایی دو قطار یکسان شود. بنابراین معادله مکان - زمان دو قطار را برای انتهای آن‌ها می‌نویسیم:

$$x_1 = v_1 t + x_A = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{54 \text{ m}}{3/6 \text{ s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x_2 = v_2 t + x_B = -108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{-108 \text{ m}}{3/6 \text{ s}} = -30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x'_A = x_A - \ell_1 = -200 - 300 = -500 \text{m}$$

$$x'_B = x_B + \ell_2 = 600 + 400 = 1000 \text{m}$$

$$(1) \text{ قطار } x_1 = v_1 t + x'_A \Rightarrow x_1 = 15t - 500$$

$$(2) \text{ قطار } x_2 = v_2 t + x'_B \Rightarrow x_2 = -30t + 1000$$

$$\frac{x_1 = x_2}{\rightarrow t = \frac{1500}{45} = \frac{100}{3} \text{ s}}$$

$$\frac{t = \frac{100}{3} \text{ s}}{x_A = 15t - 200} \rightarrow x_A = 15 \times \frac{100}{3} - 200 = 300 \text{m}$$

(فیزیک 3 - حرکت بر خط راست: صفحه‌های 13 تا 15)

175 - گزینه «4»

(غلامرضا مصی)

مطابق با نمودار، متحرک در لحظه $t = 3 \text{ s}$ تغییر جهت می‌دهد و بنابراین داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 3 + v_0 \Rightarrow v_0 + 3a = 0 \quad (1)$$

جابه‌جایی متحرک در 8 ثانیه ابتدایی حرکت برابر با -16 m است. بنابراین:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow -16 = \frac{1}{2} a \times 8^2 + v_0 \times 8$$

$$\Rightarrow v_0 + 4a = -2 \quad (2)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (1) و (2) داریم:

$$a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در لحظه $t = 8 \text{ s}$ ، جهت بردار مکان متحرک تغییر می‌کند، بنابراین تندی متحرک در این لحظه برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 8 + 6 \Rightarrow v = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow s = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

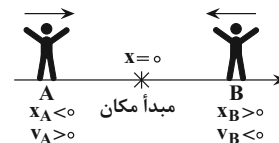
(فیزیک 3 - حرکت بر خط راست، صفحه‌های 15 تا 21)

171 - گزینه «2»

(پوار کاهران)

هرگاه متحرک به مبدأ مکان نزدیک شود، بردار مکان و بردار سرعت آن الزاماً در دو سوی مخالف خواهند بود.

یادآوری: علامت سرعت نشان‌دهنده جهت حرکت متحرک است. اگر متحرک در جهت محور X حرکت کند، علامت سرعت آن مثبت و اگر خلاف جهت محور X حرکت کند علامت سرعت آن منفی خواهد بود.



(فیزیک 3 - حرکت بر خط راست: صفحه‌های 3 تا 15)

172 - گزینه «4»

(بابک اسلامی)

چون تندی متوسط اتومبیل A در این مسیر بیشتر از تندی متوسط اتومبیل B است، بنابراین اتومبیل A این مسیر را سریع‌تر طی کرده است. با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

$$(s_{av})_A = \frac{\ell}{\Delta t_A} \Rightarrow \frac{86/4}{3/6} = \frac{3600}{\Delta t_A} \Rightarrow \Delta t_A = 150 \text{s}$$

$$(s_{av})_B = \frac{\ell}{\Delta t_B} \Rightarrow \frac{64/8}{3/6} = \frac{3600}{\Delta t_B} \Rightarrow \Delta t_B = 200 \text{s}$$

$$\Delta t_A - \Delta t_B = 150 - 200 = -50 \text{s} = \frac{-5}{6} \text{ min}$$

بنابراین متحرک A به اندازه $\frac{5}{6}$ دقیقه زودتر از متحرک B این مسیر را طی کرده است.

(فیزیک 3 - حرکت بر خط راست: صفحه‌های 2 تا 5)

173 - گزینه «3»

(مهم اسری)

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{13 - (-5)}{5 - 2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[t=4\text{s}]{v=6\frac{\text{m}}{\text{s}}} x - x_0 = 6 \times 4 = 24 \text{m}$$

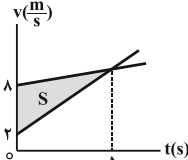
(فیزیک 3 - حرکت بر خط راست: صفحه‌های 13 تا 15)

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{30/5}{8} = \frac{61}{16} \text{ m}$$

(فیزیک 3- حرکت بر خط راست، صفحه‌های 15 تا 21)

178- گزینه «1» (شماره فسروی)

با توجه به این که شتاب حرکت متحرک‌ها ثابت است و سرعت دو متحرک در لحظه $t = 5s$ یکسان می‌شود، نمودار سرعت - زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم.



با توجه به این که دو متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کرده‌اند و مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با اندازه جابه‌جایی دو متحرک است، بنابراین بیشترین فاصله دو متحرک در 10 ثانیه ابتدایی حرکت در لحظه $t = 5s$ رخ خواهد داد و برابر است با:

$$\Delta x_{max} = S = \frac{(8-2) \times 5}{2} \Rightarrow \Delta x_{max} = 15m$$

(فیزیک 3- حرکت بر خط راست، صفحه‌های 15 تا 21)

179- گزینه «2» (مسئله مفرومی)

سنگ کل مسیر سقوط را طی مدت 4s طی می‌کند، بنابراین اگر فرض کنیم $\frac{7}{16}h$ انتهایی مسیر را طی مدت t ثانیه طی می‌کند، $\frac{9}{16}h$ ابتدایی مسیر را در مدت $(4-t)$ ثانیه طی خواهد کرد. داریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{9}{16}h}{\frac{4-t}{4}h} = \left(\frac{4-t}{4}\right)^2 \Rightarrow t = 1s$$

(فیزیک 3- حرکت بر خط راست، صفحه‌های 21 تا 24)

180- گزینه «1» (مهم‌علی، راست پیمان)

با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ مکان، معادله سرعت - جابه‌جایی را برای حرکت گلوله در دو حالت می‌نویسیم. داریم:

$$v^2 = -2g(y - y_0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1^2 = -2g\left(\frac{h}{5} - h\right) \Rightarrow v_1^2 = \frac{4}{5} \times 2gh & (*) \\ v_2^2 = -2g(0 - h) \Rightarrow v_2^2 = 2gh & (**) \end{cases}$$

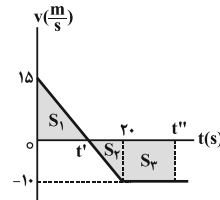
بنابراین:

$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{2gh}{\frac{4}{5} \times 2gh} \Rightarrow \frac{v_2^2}{(12\sqrt{5})^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow v_2 = 30 \frac{m}{s}$$

(فیزیک 3- حرکت بر خط راست، صفحه‌های 21 تا 24)

(علیرضا کونه)

176- گزینه «4»



متحرک در لحظه‌ای به مکان اولیه خود باز می‌گردد که جابه‌جایی آن برابر با صفر باشد و با توجه به این که مساحت زیر نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است، ابتدا با استفاده از تشابه بین دو مثلث، لحظه t' را می‌یابیم. داریم:

$$\frac{15}{10} = \frac{t'}{20-t'} \Rightarrow t' = 12s$$

بنابراین:

$$S_1 = \frac{15 \times 12}{2} = 90m \Rightarrow \Delta x_1 = 90m$$

$$S_2 = \frac{8 \times 10}{2} = 40m \Rightarrow \Delta x_2 = -40m$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 0 \Rightarrow 90 + (-40) + \Delta x_3 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta x_3 = -50m$$

$$\Rightarrow S_3 = 50m \Rightarrow 50 = (t'' - 20) \times 10 \Rightarrow t'' = 25s$$

(فیزیک 3- حرکت بر خط راست، صفحه‌های 15 تا 21)

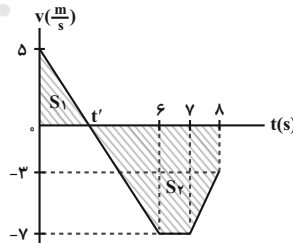
177- گزینه «1» (سعید شرقی)

برای محاسبه تندی متوسط، ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم نموده و سپس به کمک آن، مسافت پیموده شده را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$0 \leq t < 6s \Rightarrow v_6 = a_1 t_1 + v_0 = -2 \times 6 + 5 \Rightarrow v_6 = -7 \frac{m}{s}$$

$$6s \leq t < 7s \Rightarrow a_2 = 0 \Rightarrow v_7 = v_6 = -7 \frac{m}{s}$$

$$7s \leq t < 8s \Rightarrow v_8 = a_3 t_3 + v_7 = 4 \times 1 - 7 \Rightarrow v_8 = -3 \frac{m}{s}$$



در لحظه t' علامت سرعت عوض می‌شود، در نتیجه متحرک تغییر جهت می‌دهد. با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه t' را می‌یابیم. داریم:

$$\frac{5}{t'} = \frac{7}{6-t'} \Rightarrow t' = 2/5s$$

مسافت طی شده توسط متحرک برابر با مجموع اندازه جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا $2/5s$ و $2/5s$ تا $8s$ است. داریم:

$$l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = \frac{5 \times 2/5}{2} + \left| \frac{(4/5 + 1) \times 7}{2} + \frac{(7+3) \times 1}{2} \right|$$

$$\Rightarrow l = 6/25 + 19/25 + 5 = 30/5m$$



شیمی 3 (اختیاری)

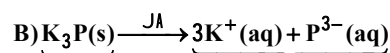
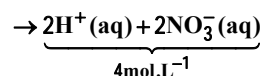
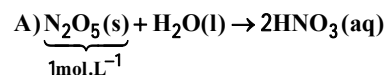
از 4×10^{-5} در برابر $0/8$ صرف نظر می‌شود.

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow K_a = \frac{4 \times 10^{-5} \times 4 \times 10^{-5}}{0/8} = 2 \times 10^{-9}$$

(شیمی 3 - صفحه‌های 18 تا 28)

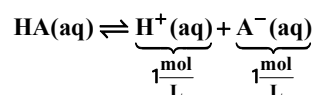
(ممبر زینی)

گزینه «1» -184

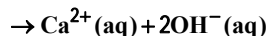
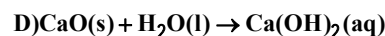


$$0/5 \frac{\text{mol}}{L} \Rightarrow 4 \times 0/5 = 2 \frac{\text{mol}}{L} = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$C) \alpha = \frac{[H^+]}{M_{\text{KNO}_3}} \Rightarrow 0/2 = \frac{[H^+]}{5} \Rightarrow [H^+] = 1 \frac{\text{mol}}{L}$$



غلظت کل یونها = 2 مول بر لیتر



$$n = \frac{m}{M_{CaO}} = \frac{112}{56} = 2 \text{ mol CaO}$$

$$? \text{ mol} \cdot L^{-1} = 2 \text{ mol CaO} \times \frac{3 \text{ mol} \cdot L^{-1}}{1 \text{ mol CaO}} = 6 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\Rightarrow M \cdot L^{-1} = \frac{6}{2} = 3 \frac{\text{mol}}{L}$$

رسانایی الکتریکی محلول‌های الکترولیت به غلظت یون‌های آن بستگی دارد پس:

رسانایی الکتریکی: $A > D > C = B$

(شیمی 3 - صفحه‌های 14 تا 19)

(رضا فراهانی)

گزینه «4» -185

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «1»: گل ادریسی در خاک با محیط اسیدی به رنگ آبی درمی‌آید.

گزینه «2»: آمونیاک با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

گزینه «3»: یکی از فراورده‌های حاصل از واکنش منیزیم هیدروکسید و

هیدروکلریک اسید، منیزیم کلرید است که در آب محلول است.

(شیمی 3: صفحه‌های 28 تا 32 و 34)

(ممبر زینی)

گزینه «2» -181

عبارت «آ» درست است. اسیدهای ضعیف در آب عمدتاً مولکولی حل می‌شوند و اندکی یونیده می‌شوند و غلظت H^+ و آنیون حاصل برابر است (متانواتیک اسید جزو اسیدهای تک پروتون‌دار ضعیف است).

عبارت «ب» نادرست است. رسانایی الکتریکی به غلظت اسید و درجه یونش بستگی دارد.

عبارت «پ» درست است.

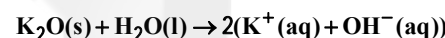
عبارت «ت» نادرست است. سرعت مصرف A، $\frac{2}{3}$ برابر سرعت تولید C است.

عبارت «ث» درست است. هرچه محلول اسید ضعیف رقیق‌تر شود، درجه یونش آن اسید بزرگ‌تر می‌شود (اسید بیشتر یونیده می‌شود).

(شیمی 3 - صفحه‌های 16 تا 28)

(ممبر عظیمیان زواره)

گزینه «4» -182



$$[OH^-] = M = \frac{n}{V} \Rightarrow 5 \times 10^{-1} = \frac{n}{2L} \Rightarrow n = 1 \text{ mol KOH}$$

$$? \text{ mol } K_2O = 1 \text{ mol KOH} \times \frac{1 \text{ mol } K_2O}{2 \text{ mol KOH}} = 0/5 \text{ mol } K_2O$$

$$? \text{ g } KNO_3 = 0/5 \text{ mol } K_2O \times \frac{4 \text{ mol } KNO_3}{2 \text{ mol } K_2O}$$

$$\times \frac{101 \text{ g } KNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3} = 101 \text{ g } KNO_3$$

$$? \text{ LO}_2 = 0/5 \text{ mol } K_2O \times \frac{5 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } K_2O} \times \frac{22/4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol } O_2} = 28 \text{ LO}_2$$

(شیمی 3 - صفحه‌های 16 تا 28)

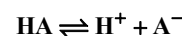
(ممبر عظیمیان زواره)

گزینه «2» -183

$$? \text{ mol HA} = 10/8 \text{ g HA} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{27 \text{ g HA}} = 0/4 \text{ mol HA}$$

$$M_{HA} = \frac{n}{V} = \frac{0/4 \text{ mol}}{0/5L} = 0/8 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

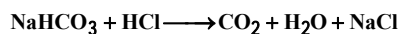
$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-4/4} = 4 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$



$$0/8 \quad 0 \quad 0 \quad \text{ممبر عظیمیان زواره}$$

$$-x \quad +x \quad +x \quad \text{SE:} \text{ممبر عظیمیان زواره}$$

$$0/8 - 4 \times 10^{-5} \quad 4 \times 10^{-5} \quad 4 \times 10^{-5} \quad \text{SE:} \text{ممبر عظیمیان زواره}$$



گزینه «2»: درست: این محیط بسیار اسیدی می‌تواند حتی فلز روی را در خود حل کند. با توجه به واکنش‌پذیری بیشتر Mg از Zn، فلز Mg نیز واکنش داده و حل خواهد شد.
گزینه «3»: درست.

(شیمی 3، صفحه‌های 24، 31، 32 و 36)

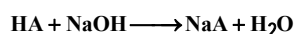
189- گزینه «1» (مدرسین ممبرزاده‌مقدم)

ابتدا $[\text{H}^+]$ را تعیین کرده و سپس غلظت اولیه اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{pH} = 2/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2/7} = 10^{-3} \times 10^{+0/3} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \alpha M \Rightarrow M = \frac{2 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-2}} = 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به واکنش زیر داریم:



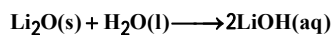
$$? \text{ mol NaOH} = 2\text{L} \times \frac{0/1 \text{ mol HA}}{1\text{L}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HA}}$$

$$= 0/2 \text{ mol NaOH}$$

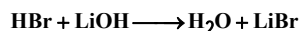
(شیمی 3، صفحه‌های 18، 20، 24، 25 و 30 تا 32)

190- گزینه «2» (مدرسین ممبرزاده‌مقدم)

معادله انحلال یونی Li_2O در آب به صورت زیر است.



معادله واکنش خنثی شدن اسید و باز به صورت زیر است:



غلظت H^+ در محلول اسید برابر است با:

$$\text{pH} = 1/4 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1/4} = 10^{-2} \times 10^{0/6} = (10^{0/3})^2 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$? \text{ g Li}_2\text{O} = 200\text{mL} \times \frac{1\text{L}}{1000\text{mL}} \times \frac{0/04 \text{ mol HBr}}{1\text{L}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol LiOH}}{1 \text{ mol HBr}} \times \frac{1 \text{ mol Li}_2\text{O}}{2 \text{ mol LiOH}} \times \frac{30 \text{ g Li}_2\text{O}}{1 \text{ mol Li}_2\text{O}} = 0/12 \text{ g Li}_2\text{O}$$

(شیمی 3، صفحه‌های 24، 25، 16 و 30 تا 32)

186- گزینه «4» (سین رمثی‌کوکنده)

NaOH برای $\text{pH} = 13/7$

$$[\text{H}^+] = 10^{-13/7} = 10^{-14} \times 10^{0/3} = 2 \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-14}} = \frac{1}{2}$$

$$= 0/5 \text{ mol.L}^{-1} = [\text{NaOH}]$$

$$M_b V_b = M_a V_a \Rightarrow 0/5 \times 100 = M_a \times 200 \Rightarrow M_a = 0/25 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \xrightarrow{K_a < 10^{-4}} K_a \approx M\alpha^2$$

$$25 \times 10^{-6} = 25 \times 10^{-2} \times \alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 = 10^{-4} \Rightarrow \alpha = 10^{-2}$$

$$[\text{H}^+] = M\alpha = 25 \times 10^{-2} \times (10^{-2}) = 25 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log 25 \times 10^{-4} = 4 - 2\log 5$$

$$= 4 - 2(0/7) = 2/6$$

(شیمی 3، صفحه‌های 19 و 30)

187- گزینه «4» (ممد عظیمیان زواره)

با افزایش غلظت، ثابت یونش تغییری نمی‌کند؛ زیرا تنها عامل مؤثر بر ثابت تعادل (ثابت یونش) دما است، اما با تغییر غلظت، درجه یونش اسید HA تغییر می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «1»: شمار مول‌های HA و HX در محلول هر دو اسید یکسان بوده و برای خنثی کردن محلول آنها مقدار مول یکسانی از NaOH لازم است.

گزینه «2»: HX اسید قوی محسوب شده و pH آن در شرایط یکسان از محلول کمتر است.

گزینه «3»: یکی از آنها اسید قوی و دیگری اسید ضعیف است و طبق رابطه $[\text{H}^+] = M\alpha$ ، α نیز در غلظت H^+ مؤثر است. (α در اسیدهای ضعیف به غلظت و دما بستگی دارد.)

(شیمی 3، صفحه‌های 18 و 20)

188- گزینه «4» (ممد عظیمیان زواره)

برای افزایش قدرت پاک‌کردن چربی‌ها، به شوینده‌ها جوش شیرین (NaHCO_3) اضافه می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «1»: درست.

پاسخ نامه تشریحی آزمون شناختی ۲۱ بهمن ۱۴۰۱

دانش آموز عزیز!

در این پاسخ نامه، سوالات دانش شناختی مطرح و پاسخ تشریحی آنها ارائه شده است. بهبود دانش شناختی شما و آگاهی از منطق زیربنایی آن که در پاسخ تشریحی آمده است، موجب ارتقاء و تقویت توانایی های شناختی شما می شود.

۲۶۱. ورزش یا فعالیت فیزیکی موجب تسهیل یادگیری در کدام مورد زیر می شود؟

۱. تکالیف درسی بعد از ورزش

۲. تکالیف درسی قبل از ورزش

۳. هر دو مورد

۴. هیچ کدام

پاسخ تشریحی: پاسخ ۳ صحیح است. یادگیری فرایندی است که نه تنها قبل از مواجهه با اطلاعات نیازمند توجه است بلکه پس از ارائه اطلاعات نیز، نیازمند تثبیت و ذخیره سازی است. ورزش قبل از یادگیری، موجب تمرکز توجه و ورزش پس از یادگیری، موجب تقویت تثبیت و ذخیره اطلاعات می شود.

۲۶۲. برای پیشگیری از حواس پرتی کدام مورد را مفید می دانید؟

۱. اجازه دادن حرکت آزادانه فکر

۲. کم کردن محرک های مزاحم

۳. هردو مورد

۴. نمی دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. کم کردن محرک های مزاحم موجب مواجهه کمتر مغز با اطلاعات غیرضروری می شود. در این شرایط مغز تلاش کمتری برای انتخاب اطلاعات مرتبط در رقابت با اطلاعات غیرمرتبط نیاز دارد.

۲۶۳. تعداد گویه های قابل ذخیره در کدام نوع حافظه بیشتر است؟

۱. اطلاعات تصویری

۲. اطلاعات شنیداری

۳. فرقی نمی کند

۴. نمی دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. در حافظه فعال، تعداد گویه های قابل ذخیره دیداری ۴-۳ مورد ولی گویه های قابل ذخیره شنیداری ۹-۵ گویه است. لطفا پاسخ تشریحی سوال بعد را نیز با دقت بخوانید.

۲۶۴. کدام مورد برای به خاطر سپاری حجم بیشتری از اطلاعات را در یک بازه زمانی مفید است؟

۱. اطلاعات تصویری

۲. اطلاعات شنیداری

۳. فرقی نمی کند

۴. نمی دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. هر چند تعداد گویه های قابل ذخیره دیداری کمتر از شنیداری است ولی به دلیل موازی بودن اطلاعات دیداری، حجم بیشتری از اطلاعات می تواند در یک بازه زمانی به وسیله حس بینایی منتقل شود. بر این اساس توصیه می شود تا حد ممکن متن کتاب را به تصویر تبدیل کنید، حتی تصویری که فقط خودتان متوجه منظور و نشانه های آن بشوید.

۲۶۵. چگونه می‌توان توجه را در زمان خواندن مطالب درسی به سمت موارد مهم تر سوق داد؟

۱. خط کشیدن زیر مطالب مهم‌تر
 ۲. نکته‌برداری
 ۳. هایلایت کردن
 ۴. همه موارد
- پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. هر چهار مورد اطلاعات مهم تر را برجسته‌تر کرده و آن را در رقابت با اطلاعات کم اهمیت‌تر برای جلب توجه موفق می‌کند.

۲۶۶. کدام روش زیر را در مطالعه مناسب‌تر می‌دانید؟

۱. استفاده از مثال‌های موجود در کتاب درسی
 ۲. خلق مثال‌های جدید بر اساس دانش خودمان
 ۳. تفاوتی ندارد
 ۴. نمی‌دانم
- پاسخ تشریحی:** پاسخ ۲ صحیح است. خلق مثال‌های جدید موجب پردازش عمیق‌تر اطلاعات و ماندگاری بهتر آن‌ها می‌شود.

۲۶۷. به خاطر سپاری کدام مطلب زیر راحت‌تر است؟

۱. مطالب عجیب
 ۲. مطالب خنده‌دار
 ۳. مطالب واقعی و جدی
 ۴. مورد ۱ و ۲
- پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. مطالب هیجانی و عجیب راحت‌تر فرا گرفته می‌شوند به دو دلیل: جلب توجه بیشتر، امکان تکرار و شانس تثبیت بیشتر. توصیه می‌کنیم از مثال‌ها و یا ارتباط‌های خنده دار و عجیب برای یادگیری مطالب درسی استفاده کنید.

۲۶۸. کدام روش را برای حل مساله مناسب‌تر می‌دانید؟

۱. پیروی از روش معمول
 ۲. خلق روش جدید
 ۳. هر دو
 ۴. هیچکدام
- پاسخ تشریحی:** پاسخ ۲ صحیح است. خلق مثال‌های جدید موجب پردازش عمیق‌تر اطلاعات و ماندگاری بهتر آن‌ها می‌شود.

۲۶۹. نگهداشتن توجه بر روی کدام یک از موارد زیر سخت‌تر است؟

۱. تکلیف ساده و یکنواخت
 ۲. تکلیف دشوار و متنوع
 ۳. فرقی ندارد
 ۴. نمی‌دانم
- پاسخ تشریحی:** پاسخ ۱ صحیح است. تکالیف ساده و یکنواخت، مثل تکالیف درسی، توجه پایدار بیشتری نیاز دارند. این نوع توجه با تلاش و یا فواصل استراحت منظم می‌تواند عملکرد بهتری داشته باشد.



نکته: سوال‌ها و پاسخ‌های بالا برای تقویت توجه، تمرکز، حافظه و خلاقیت، راهکارهایی را ارائه داده است. این راهکارها به شما کمک می‌کند منابع شناختی موجود خود را به طور بهینه مدیریت کنید. این روش در تقویت شناختی "جبران" نامیده می‌شود.

روش دیگر تقویت شناختی، "ترمیم" است که در آن منابع شناختی موجود فرد توسعه می‌یابد. برنامه کامپیوتری تقویت و توجه سام (موجود در پروفایل شما در سایت کورتکس) می‌تواند به این منظور مورد استفاده قرار گیرد.