



آزمون هدیه ۱۶ دی ۱۴۰۱ اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی: ۱۲۵ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۹۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان ۲	۲۰	۱-۲۰	۳۰'
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
فیزیک ۳	۳۰	۴۱-۷۰	۴۵'
شیمی ۳	۲۰	۷۱-۹۰	۲۰'
جمع کل	۹۰	۱-۹۰	۱۲۵'

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش	یاسر راش
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	عادل حسینی
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۶۶۳

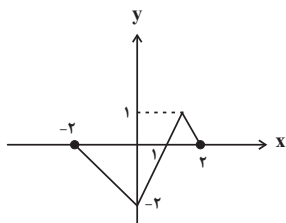
وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات، حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت: صفحه‌های ۱ تا ۶۹

۱- نمودار تابع $y = f(2x-1)$ را یک واحد به چپ منتقل کرده، سپس آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و طول نقاط روی نمودار را دو برابر می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن به دست آمده کدام است؟

(۱) $y = f(1-x)$ (۲) $y = f(2-x)$ (۳) $y = f(-x)$ (۴) $y = f(3-4x)$

۲- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، حدود m کدام باید باشد تا معادله $|2f(1-x)+1| = m$ ، چهار جواب حقیقی داشته باشد؟



(۱) $0 \leq m \leq 3$

(۲) $m \in [0, 3] - \{1\}$

(۳) $m \in (0, 3) - \{1\}$

(۴) $0 < m < 3$

۳- اگر $f = \{(1, 2), (-1, 0), (0, [a])\}$ و $g(x) = 2^x$ باشند، به ازای چه مقادیری از a تابع $f+g$ صعودی است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

(۱) $[0, 3]$ (۲) $[0, 4]$ (۳) $[-\frac{1}{2}, 3]$ (۴) $[-\frac{1}{2}, 4]$

۴- تابع با ضابطه $y = k^2x + 1 - k|x|$ اکیداً صعودی است. k چند مقدار صحیح را نمی‌تواند بپذیرد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵- اگر f در مجموعه اعداد حقیقی اکیداً نزولی باشد، دامنه تعریف تابع $y = \sqrt{f(3x-1) - f(2x)}$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, 1]$ (۲) $[-1, 1]$ (۳) $[0, 1]$ (۴) $[1, +\infty)$

۶- اگر $P(x) = ax^3 - bx - 1$ بر $x-2$ بخش پذیر باشد و باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x+1$ برابر -2 باشد، باقی مانده تقسیم

$Q(x) = ax^2 + bx$ بر $x-1$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۷- دوره تناوب تابع $f(x) = \frac{\cos 2x}{-\sin x + \cos x}$ کدام است؟

(۱) 2π (۲) π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

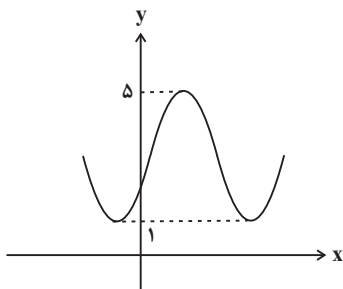
۸- دوره تناوب توابع $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = 2 \sin(bx) - 1$ یکسان است. نمودار دو تابع در یک دوره تناوب در چند نقطه یکدیگر

را قطع می‌کنند؟ ($b > 0$ و []، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

محل انجام محاسبات

۹- نمودار تابع به معادله $f(x) = a + b \sin cx$ به صورت زیر است. اگر دوره تناوب تابع را T بنامیم، مقدار $f(\frac{\Delta T}{3})$ کدام است؟



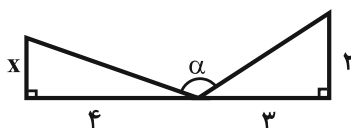
(۱) $3 - \sqrt{3}$

(۲) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{7}{2}$

(۴) $3 + \sqrt{3}$

۱۰- در شکل زیر اگر $\tan \alpha = \frac{-4}{3}$ باشد، مقدار x کدام است؟



(۲) $\frac{27}{13}$

(۱) $\frac{24}{17}$

(۴) $\frac{19}{13}$

(۳) $\frac{21}{17}$

۱۱- جواب کلی معادله $\cos 2x - \tan^2 x = \frac{1}{6}$ ($k \in \mathbb{Z}$) کدام است؟

(۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱۲- تعداد جوابهای معادله $(\sin x + \cos x)^2 = \cos 4x$ در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۷

(۱) ۵

۱۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، حدود b کدام است؟

(۴) $b < 4$

(۳) $b > -4$

(۲) $b > 4$

(۱) $b < -4$

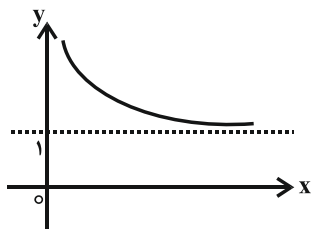
۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + [-x]}{x - \sin x} = -\infty$ داشته باشیم $a < k < b$ ، حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است)

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) ۱

(۱) ۲



۱۵- با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - \sqrt{f(x)}}{1 - f(x)}$ کدام است؟

(۲) -۱

(۱) ۱

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

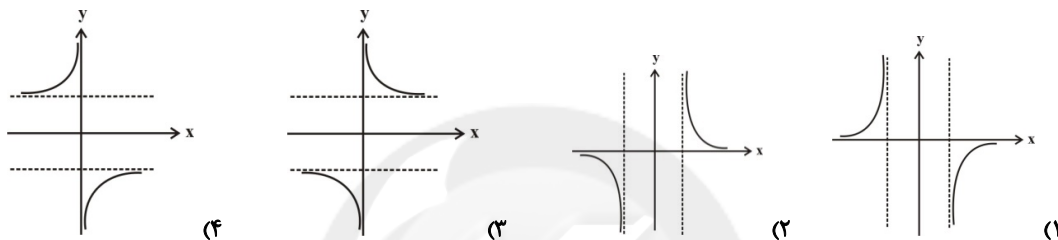
۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^n - 5x}{3x^2 + 6} = 2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+n} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+a} - \sqrt{x-1}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) صفر

۱۷- اگر داشته باشیم $f\left(\frac{x}{x-1}\right) = \frac{|\tan \pi x|}{x^2 - 1}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) صفر (۴) $-\frac{\pi}{2}$

۱۸- اگر $f(x) = \frac{|x|+1}{x}$ باشد، نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟



۱۹- نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2 - x}$ در اطراف مجانب قائم خود به کدام صورت است؟



۲۰- نمودار تابع $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4}$ در اطراف مجانب افقی خود هنگامی که x به $\pm\infty$ میل می کند، به کدام صورت زیر است؟



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس‌ها و کاربردها، آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۹ تا ۴۶

۲۱- اگر $A = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & y \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر و غیرصفر باشد، مقدار x کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه A^{1397} کدام است؟

(۱) A^{1397} (۲) A^{1396} (۳) I^{1397} (۴) A^{1397A}

۲۳- اگر $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = 7I$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

(۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $-\frac{4}{5}$ (۴) $-\frac{2}{5}$

۲۴- اگر A یک ماتریس مربعی وارون‌پذیر از مرتبه ۲ و $|3A|A^{-1} = 6I$ باشد، آنگاه $|A|$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۲۵- جواب‌های معادله $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x \\ 3 & x+1 & 2 \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟

(۱) -۱ و ۳ (۲) ۱ و ۳ (۳) -۱ و -۳ (۴) ۱ و -۳

۲۶- نقطه A و مربعی به ضلع ۲ واحد داخل صفحه مفروض‌اند. چند نقطه روی محیط مربع وجود دارد که از نقطه A به فاصله ۱ واحد قرار داشته باشند؟

(۱) دقیقاً ۲ نقطه (۲) حداکثر ۲ نقطه (۳) دقیقاً ۴ نقطه (۴) حداکثر ۴ نقطه

۲۷- دایره C به مرکز $O(1, -1)$ ، بر خط به معادله $3x - 4y + 3 = 0$ مماس است. معادله ضمنی این دایره کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$ (۲) $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$

(۳) $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$ (۴) $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$

۲۸- طول وتری از دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ که موازی محور x ها بوده و از نقطه $A(1, -2)$ می‌گذرد، کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۹- به ازای کدام مقدار m ، بیشترین فاصله نقطه $A(m, 3)$ از نقاط واقع بر دایره C به معادله $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ برابر ۷ است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۳۰- دو دایره متمایز به مرکز $(3, -1)$ و مماس داخل با دایره C به معادله $x^2 + y^2 + 2y = 15$ رسم شده است. شعاع این دایره‌ها کدام است؟

(۱) ۱ و ۷ (۲) ۲ و ۶ (۳) ۱ و ۶ (۴) ۲ و ۷

محل انجام محاسبات

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد، گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۱ تا ۴۲

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۳۱- چند زوج مرتب (a, b) از اعداد صحیح و ناصفر وجود دارد به گونه‌ای که رابطه $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ برقرار باشد؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۳۲- چند عدد طبیعی وجود دارد که باقی‌مانده تقسیم ۹۶ بر هر یک از آنها، برابر ۶ باشد؟

(۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۳۳- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد $۱۱n+۷$ و $۹n+۲$ نسبت به هم اول‌اند؟

(۱) ۸۷ (۲) ۸۸ (۳) ۸۹ (۴) ۹۰

۳۴- باقی‌مانده تقسیم عدد $(۴^{۷۹} + ۱) \times ۱۳$ بر ۲۱ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۳۵- چند عدد پنج رقمی به صورت $\overline{۳۴x۲y}$ وجود دارد به طوری که مضرب ۳۳ باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۶- معادله سیاله $۴۸x + ۷۲y = [۴۸۰, ۷۲۰]$ چند دسته جواب طبیعی دارد؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۳۷- اگر درجه رأس a در گراف‌های G و \bar{G} ، به ترتیب برابر ۲ و ۵ باشد، آنگاه حداکثر اندازه گراف G کدام است؟

(۱) ۲۸ (۲) ۲۵ (۳) ۲۳ (۴) ۲۲

۳۸- چند گراف ساده همبند و غیرمنتظم از مرتبه ۴ وجود دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۹- گراف G با مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$ مفروض است. اگر $N_G(a) = \{b, c, d, e\}$ ، $N_G(b) = \{a, c, d, e\}$ و مجموعه

همسایگی‌های بسته رئوس c ، d و e هر کدام دارای ۳ عضو باشند، آنگاه در این گراف چند مسیر از رأس c به رأس e وجود

دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۴۰- گراف G از مرتبه ۶، دارای دو رأس از درجه ۴ $\Delta = ۴$ و دو رأس از درجه ۲ $\delta = ۲$ است. اگر دو رأس مینیمم درجه در این گراف

مجاور باشند، آنگاه این گراف چند دور به طول ۴ دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست، دینامیک و حرکت دایره‌ای، نوسان و موج: صفحه‌های ۱ تا ۶۹

۴۱- متحرکی که روی خطی راست در حال حرکت است، در بازه زمانی Δt دائماً از مبدأ مکان دور می‌شود. کدام گزینه در مورد این

متحرک در این بازه زمانی الزاماً صحیح است؟

(۱) بردار سرعت و شتاب متحرک هم‌جهت هستند.

(۲) بردار سرعت و شتاب متحرک خلاف جهت یکدیگر هستند.

(۳) بردار مکان و سرعت متحرک هم‌جهت هستند.

(۴) بردار مکان و سرعت متحرک خلاف جهت یکدیگر هستند.

۴۲- متحرکی نیمی از مسیر مستقیم بین دو نقطه را با سرعت متوسط $10 \frac{m}{s}$ و نیمه دیگر مسیر را طی دو بازه زمانی مساوی باسرعت‌های ۷ و ۳۷ در یک جهت طی می‌کند. اگر سرعت متوسط متحرک در کل مسیر $16 \frac{m}{s}$ باشد، اندازه v چند متر بر

ثانیه است؟

۶۰ (۴)

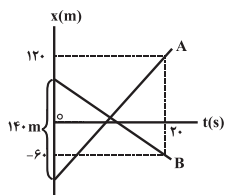
۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

۴۳- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اندازه اختلاف

سرعت‌های دو متحرک A و B چند متر بر ثانیه است؟



۱۶ (۲)

۴ (۱)

۲ (۴)

۸ (۳)

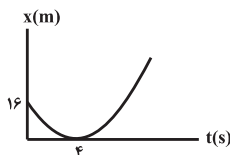
۴۴- با یک تفنگ بادی، گلوله‌ای با تندی $300 \frac{m}{s}$ به طرف شخصی که در فاصله ۶۴۰ متری قرار دارد، شلیک می‌شود. چند ثانیه پس

از شنیده شدن صدای شلیک توسط شخص، او فرصت دارد از راستای حرکت گلوله خارج شود؟ (تندی صوت در هوا ثابت و برابر

با $320 \frac{m}{s}$ است و فرض کنید حرکت گلوله مستقیم، افقی و با تندی ثابت است.) $\frac{2}{15}$ (۴) $\frac{7}{19}$ (۳) $\frac{3}{14}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۱)

۴۵- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در

مدت ۱۲ ثانیه اول حرکت، چند متر بر ثانیه است؟

 $\frac{20}{3}$ (۲)

۴ (۱)

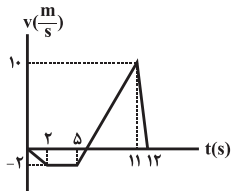
۴۰ (۴)

 $\frac{40}{3}$ (۳)

محل انجام محاسبات

۴۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در مبدأ زمان از مکان

$x = -8m$ عبور کند، بیش ترین فاصله متحرک از مبدأ مکان در بازه زمانی مشخص شده، در چه لحظه ای برحسب ثانیه خواهد



بود؟

۶ (۲)

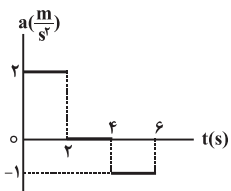
۵ (۱)

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۴۷- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در لحظه $t = 0$ با

بزرگی سرعت اولیه $1 \frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x از مبدأ مکان عبور کرده باشد، در ۶ ثانیه اول حرکت، چند ثانیه حرکت آن



تندشونده بوده است؟

۰/۵ (۲)

صفر (۱)

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۴۸- دو متحرک با تندی های $16 \frac{m}{s}$ و $20 \frac{m}{s}$ در یک مسیر مستقیم در حال حرکت به سمت هم هستند. در لحظه ای که فاصله آن ها

از یکدیگر به ۸۰ متر می رسد، هم زمان سرعت خود را با اندازه شتاب یکسان و ثابت کم می کنند تا متوقف شوند. کمینه اندازه

شتاب دو متحرک برای این که به هم برخورد نکنند، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۳/۲ (۴)

۴ (۳)

۶/۶ (۲)

۴/۱ (۱)

۴۹- معادله حرکت متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می کند، در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 5$ می باشد. کم ترین فاصله

متحرک از مبدأ مکان چند متر است؟

۱ (۲)

صفر (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

۵۰- در شرایط خلأ، گلوله ای از ارتفاع h از سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می شود. اگر این گلوله فاصله $\frac{5}{9}h$ پایانی مسیر

حرکتش را در مدت ۱s طی کند، تندی برخورد گلوله به زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

محل انجام محاسبات

۵۱- در شرایط خلأ، دو گلوله A و B را از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین با اختلاف زمانی ۲ ثانیه رها می‌کنیم. هنگامی که گلوله A به

$$\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$$

زمین می‌رسد، گلوله B در چه فاصله‌ای از سطح زمین بر حسب متر قرار دارد؟

(۱) ۴۰ (۲) ۲۰ (۳) ۶۰ (۴) ۱۰

۵۲- اگر معادله حرکت جسمی به جرم ۵۰۰ گرم که روی محور x در حال حرکت است، در SI به صورت $x = t^2 - 4t$ باشد، بزرگی

برایند نیروهای وارد بر جسم چند نیوتون است؟

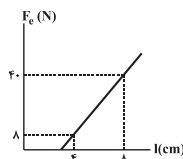
(۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۰/۵

۵۳- شتاب جسمی به جرم m که تحت اثر نیروی خالص F است، برابر a می‌باشد. اگر به اندازه ۴m به جرم این جسم بیفزاییم،

شتاب آن تحت اثر نیروی خالص F' ، برابر $\frac{1}{8}a$ می‌شود. حاصل $\frac{F'}{F}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{8}{5}$

۵۴- نمودار اندازه نیروی کشسانی فنر بر حسب طول آن، مطابق با شکل زیر است. اگر این فنر را از دو طرف با نیروی افقی ۲۴N



بکشیم، طول آن چند سانتی‌متر می‌شود؟ (جرم فنر ناچیز فرض شود).

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۵۵- یک گوی کروی به جرم ۸۰۰g از بالای برجی به ارتفاع h از حال سکون رها می‌شود. اگر اندازه نیروی مقاومت هوا در طی

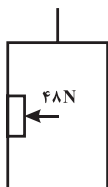
حرکت گوی ثابت و برابر با ۲N باشد، گوی پس از ۴s به زمین می‌رسد. به ترتیب از راست به چپ h بر حسب متر و تندی

$$\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$$

(۱) ۱۵، ۶۰ (۲) ۳۰، ۶۰ (۳) ۱۵، ۱۵ (۴) ۲۰، ۸۰

محل انجام محاسبات

۵۶- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 4kg توسط نیرویی افقی به بزرگی 48N به دیواره آسانسوری فشرده شده و در آستانه حرکت قرار دارد. اگر آسانسور با شتاب ثابت در حال حرکت به سمت بالا باشد، اندازه شتاب حرکت آسانسور بر حسب متر بر



مجذور ثانیه و نوع حرکت آن مطابق کدام گزینه است؟ ($\mu_s = 0/5$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) 4 ، کندشونده

(۲) 6 ، کندشونده

(۳) 4 ، تندشونده

(۴) 6 ، تندشونده

۵۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 5kg تحت تأثیر نیرویی عمودی به بزرگی $F = 80\text{N}$ به سقف فشرده و ثابت است. اندازه



نیروی عمودی سطح که از طرف سقف به جسم وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

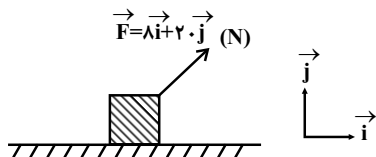
(۴) 130

(۳) 80

(۲) 40

(۱) 30

۵۸- مطابق شکل زیر، نیروی $\vec{F} = 8\vec{i} + 20\vec{j}$ نیوتون بر جسم ساکنی به جرم 3kg اثر می‌کند و آن را در راستای افقی به حرکت در می‌آورد. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی $0/2$ باشد، اندازه شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه



است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۲) 2

(۱) 1

(۴) 3

(۳) $0/5$

۵۹- اگر با سه برابر شدن جرم یک جسم، انرژی جنبشی آن 25 درصد کاهش یابد، اندازه تکانه آن چگونه تغییر می‌کند؟

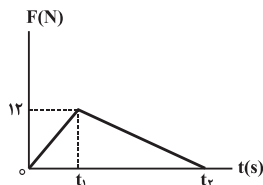
(۱) 50 درصد افزایش می‌یابد.

(۲) 50 درصد کاهش می‌یابد.

(۳) 25 درصد افزایش می‌یابد.

(۴) 25 درصد کاهش می‌یابد.

۶۰- نمودار نیرو - زمان وارد بر متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. آهنگ تغییر تکانه متوسط متحرک



در بازه زمانی صفر تا t_2 چند واحد SI است؟

(۲) 9

(۱) 12

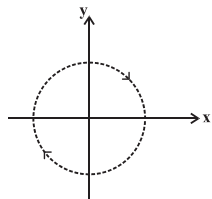
(۴) 6

(۳) 8

محل انجام محاسبات

۶۱- مطابق شکل زیر، متحرکی روی یک دایره با دوره ۴s حرکت دایره‌ای یکنواخت در جهت مشخص شده انجام می‌دهد. اگر بردار

شتاب مرکزگرا در یک لحظه به صورت $\vec{a}_c = 18 \vec{j}$ باشد، سه ثانیه بعد بردار سرعت کدام است؟ ($\pi = 3$) و تمام واحدها در SI



هستند.

(۱) $8 \vec{i}$

(۲) $-8 \vec{j}$

(۳) $12 \vec{i}$

(۴) $-12 \vec{j}$

۶۲- اگر از سطح زمین به اندازه h بالا رویم، اندازه نیروی وزن یک ماهواره نسبت به سطح زمین ۳۶ درصد کاهش می‌یابد. اگر از

سطح سیاره‌ای که شعاع آن $\frac{1}{4}$ شعاع زمین و جرم آن ۲ برابر جرم زمین است به همان اندازه h بالا رویم، اندازه نیروی وزن

همان ماهواره نسبت به سطح سیاره تقریباً چند درصد کاهش می‌یابد؟

(۱) ۲۵

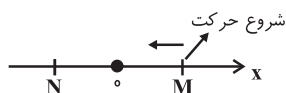
(۲) ۷۵

(۳) ۴۴

(۴) ۵۶

۶۳- مطابق شکل زیر، نوسانگری روی پاره خط MN و حول مبدأ مختصات با دوره حرکت T حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد.

در زمانی که حرکت نوسانگر کندشونده و مکان نوسانگر منفی است، نوسانگر در کدام بازه زمانی قرار دارد؟



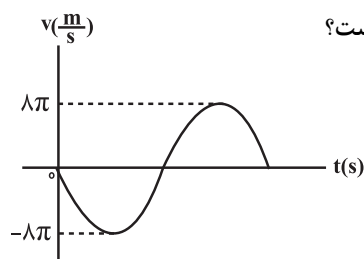
(۱) صفر تا $\frac{T}{4}$

(۲) $\frac{T}{4}$ تا $\frac{T}{2}$

(۳) $\frac{T}{2}$ تا $\frac{3T}{4}$

(۴) $\frac{3T}{4}$ تا T

۶۴- نمودار سرعت - زمان سامانه جرم و فنری مطابق شکل زیر بوده و در لحظه $t = \frac{3}{8}$ s، متحرک برای دومین بار از مبدأ عبور می‌کند. اگر بیشترین نیروی وارد بر فنر ۴۸۰N باشد، ثابت این فنر چند نیوتون بر متر است؟



(۱) ۱۴۴۰

(۲) ۹۶۰

(۳) ۱۲۸۰

(۴) ۲۴۰

۶۵- معادله حرکت ذره‌ای به جرم ۲۰g که حرکت نوسانی هماهنگ ساده انجام می‌دهد در SI به صورت $x = 0.04 \cos(200t)$

می‌باشد. در لحظه‌ای که نوسانگر از مکان $x = +1 \text{ cm}$ می‌گذرد، انرژی مکانیکی آن چند ژول است؟

(۱) ۱۶

(۲) ۰/۳۲

(۳) ۴۸

(۴) ۰/۶۴

محل انجام محاسبات

۶۶- نوسانگری به جرم 300g به انتهای فنری با جرم ناچیز متصل شده و بر روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر در یک لحظه انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر به ترتیب 4mJ و 8mJ باشد، در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی پتانسیل آن است، تندی آن چند متر بر ثانیه می‌باشد؟

$$(1) \quad 0/2 \quad (2) \quad \frac{\sqrt{2}}{15}$$

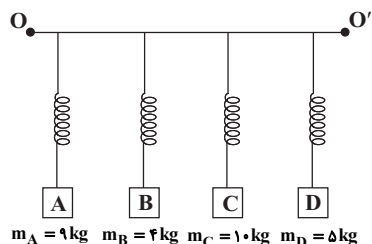
$$(3) \quad \frac{2\sqrt{3}}{15} \quad (4) \quad 0/2\sqrt{2}$$

۶۷- اگر طول آونگ ساده‌ای را که نوسان‌های کم‌دامنه انجام می‌دهد، 22cm افزایش دهیم، دوره نوسان‌های آن 20% درصد تغییر می‌کند. طول اولیه آونگ چند سانتی‌متر بوده است؟

$$(1) \quad 20 \quad (2) \quad 28$$

$$(3) \quad 50 \quad (4) \quad 72$$

۶۸- مطابق شکل زیر، چهار سامانه جرم - فنر با ثابت فنر یکسان $36 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ به میله OO' وصل شده‌اند. اگر میله با بسامد زاویه‌ای $\omega_{OO'} = 3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ در راستای قائم شروع به نوسان کند، بیشینه انرژی مکانیکی ذخیره شده در کدام سامانه از بقیه بیشتر است؟



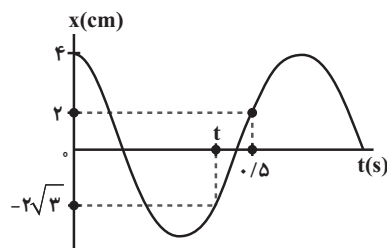
$$(1) \quad D$$

$$(2) \quad C$$

$$(3) \quad B$$

$$(4) \quad A$$

۶۹- نمودار مکان-زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. شتاب این نوسانگر در لحظه t چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(\pi^2 = 10)$



$$(1) \quad \frac{20\sqrt{3}}{3} \quad (2) \quad \frac{20\sqrt{3}}{9}$$

$$(3) \quad \frac{10\sqrt{3}}{3} \quad (4) \quad \frac{10\sqrt{3}}{9}$$

۷۰- نوسانگری روی پاره‌خطی به طول 1cm ، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر این نوسانگر از ابتدا تا انتهای این پاره‌خط را بدون تغییر جهت در مدت $0/5\text{s}$ طی کند، تندی آن هنگام عبور از مرکز نوسان چند سانتی‌متر بر ثانیه خواهد بود؟

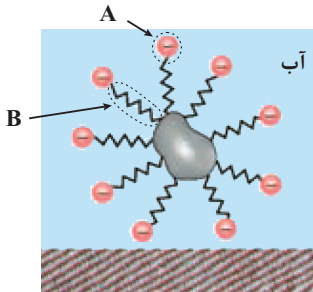
$$(1) \quad 0/01\pi \quad (2) \quad \pi \quad (3) \quad 0/02\pi \quad (4) \quad 2\pi$$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۲۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۱ تا ۶۴

۷۱- با توجه به شکل زیر که نحوه پاک شدن لکه چربی یا روغن از سطح پارچه را در کتاب درسی نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟



- (۱) مخلوط نشان داده شده در شکل، یک مخلوط ناهمگن و ناپایدار است.
- (۲) بین مولکول‌های روغن و بخش B، جاذبه وان‌دروالسی وجود دارد.
- (۳) قسمت A بخش آب‌دوست صابون و فرمول شیمیایی آن COO^- است.
- (۴) جاذبه میان بخش A و مولکول‌های آب از نوع «یون - دوقطبی» است.

۷۲- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

- (الف) بین اتم‌های بخش آنیونی پاک‌کننده غیرصابونی، پیوند کووالانسی یگانه، دوگانه و سه‌گانه می‌تواند وجود داشته باشد.
- (ب) حداکثر شمار اتم‌های یک پاک‌کننده صابونی با زنجیره الکیل ۱۵ کربنی برابر ۵۰ اتم است.
- (پ) از واکنش منیزیم با هیدروکلریک اسید، گازی تولید می‌شود که در بخش کاندی سلول برقکافت آب تولید و در بخش آندی سلول سوختی مصرف می‌شود.

(ت) ترکیب $\text{C}_{12}\text{H}_{23}\text{C}_6\text{H}_4\text{SO}_3^- \text{Na}^+$ برخلاف $\text{C}_{18}\text{H}_{35}\text{COO}^- \text{Na}^+$ در آب حاوی مقادیر چشم‌گیری از یون‌های منیزیم و کلسیم خاصیت پاک‌کنندگی ندارد.

(ث) اتیلن‌گلیکول از جمله هیدروکربن‌های قطبی است که همانند اوره با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

- (۱) (الف)، (ب)، (ت)
- (۲) (ب)، (ت)، (ث)
- (۳) (الف)، (ت)، (ث)
- (۴) (ب)، (پ)، (ت)

۷۳- مخلوطی به جرم $126/4$ گرم از $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COONa}$ و $\text{C}_{18}\text{H}_{39}\text{SO}_3\text{Na}$ را در 200 میلی‌لیتر محلول 1 مولار کلسیم کلرید وارد می‌کنیم. با فرض مصرف کامل یون‌های کلسیم در این واکنش، درصد جرمی پاک‌کننده غیر صابونی در مخلوط اولیه به تقریب کدام است؟ ($\text{Na} = 23, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{S} = 32, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) $0/79$
- (۲) $3/16$
- (۳) $5/7$
- (۴) $1/58$

۷۴- کدام گزینه در مورد اسیدهای HNO_3 ، HNO_2 و HCN درست است؟

(۱) از میان آن‌ها ثابت یونش دو اسید، بزرگ است.

(۲) در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، غلظت یون‌های موجود در محلول اسید HNO_3 بیشتر است.

(۳) در دما و غلظت‌های یکسان از سه اسید، HNO_3 بالاترین pH را دارد.

(۴) در شرایط یکسان، سرعت واکنش فلز منیزیم در HNO_3 در مقایسه با HNO_2 بیشتر است.

۷۵- NHRR' یک باز ضعیف آلی است. $11/8$ گرم از آن درون مقداری آب ریخته شده و پس از یونش، مجموع تعداد یون‌ها به $4/816 \times 10^{21}$ رسیده است. اگر درصد یونش آن 2% باشد، R و R' در کدام دو ترکیب می‌توانند باشند؟

($\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{N} = 14; \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) متیل و متیل
- (۲) اتیل و اتیل
- (۳) پروپیل و متیل
- (۴) اتیل و متیل

محل انجام محاسبات

۷۶- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(الف) در دما و غلظت یکسان، هرچه K_b یک باز بیشتر باشد، رسانایی الکتریکی محلول آن بیشتر است.
(ب) هیدروکلریک اسید همانند سدیم هیدروکسید از جمله شوینده‌های خورنده است و در اثر واکنش این دو ماده با یکدیگر، نمک طعام به صورت محلول در آب تولید می‌شود.

(پ) در واکنش خنثی شدن اسیدها و بازها، کاتیون حاصل از اسید و آنیون حاصل از باز، دست‌نخورده باقی می‌مانند.

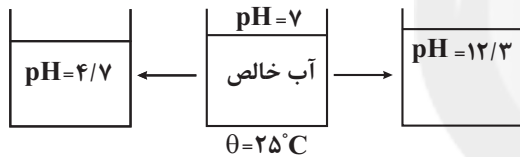
(ت) اگر غلظت اسید و باز با یکدیگر برابر باشد، قطعاً واکنش خنثی شدن به صورت کامل انجام می‌گیرد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۷- به ۱۶۸ گرم محلول پتاس سوزآور با درصد جرمی مشخص، مقداری آب خالص اضافه کرده‌ایم تا حجم محلول به ۷۵۰ mL برسد، اگر pH محلول حاصل برابر ۱۲/۷ باشد، غلظت محلول اولیه چند ppm و درصد جرمی آن چقدر است؟
($1 \text{ g.mL}^{-1} = \text{محلول d}$) (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.) ($K = 39, O = 16, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$) ($\log 2 \approx 0.3$) دما را 25°C در نظر بگیرید.)

(۱) ۱۲/۵ - ۱۲۵۰ (۲) ۰/۱۲۵۰ - ۱۲۵۰ (۳) ۱۲/۵ - ۱۲۵۰۰ (۴) ۱/۲۵ - ۱۲۵۰۰

۷۸- با توجه به شکل زیر، به‌طور جداگانه به ۱۰۰ mL آب با $\text{pH} = 7$ ، به ترتیب از راست به چپ چند گرم سدیم هیدروکسید جامد (ظرف سمت راست) و چند میلی‌گرم HA (ظرف سمت چپ) اضافه کنیم تا محلول‌هایی با pH داده شده به دست آید؟
(اسید HA به میزان ۲ درصد یونیده می‌شود و جرم مولی HA و NaOH به ترتیب برابر ۶۰ و ۴۰ گرم بر مول است و از تغییر حجم محلول موقع اضافه کردن HA و NaOH صرف‌نظر کنید.)



(۱) ۶ ، ۸۰

(۲) ۶ ، ۰/۰۸

(۳) ۱۲ ، ۸۰

(۴) ۱۲ ، ۰/۰۸

۷۹- مقداری فلز سدیم را به داخل یک لیتر آب می‌اندازیم و محلول بازی به دست آمده را به ۷ لیتر محلول هیدروکلریک اسید با غلظت 3 mol.L^{-1} اضافه می‌کنیم. اگر pH محلول هیدروکلریک اسید ۲ برابر شود، چند گرم فلز سدیم با آب واکنش داده است؟ (از تغییر حجم آب پس از واکنش سدیم صرف‌نظر شود.)

($\log 3 \approx 0.5$) ($\text{Na} = 23 \text{ g.mol}^{-1}$)

(معادله واکنش موازنه شود.) $\text{Na(s)} + \text{H}_2\text{O(l)} \rightarrow \text{NaOH(aq)} + \text{H}_2\text{(g)}$

(۱) ۲۹/۹ (۲) ۱۴/۹۵ (۳) ۷/۳۵ (۴) ۱۴/۷

۸۰- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

● یک ماده خوراکی با $\text{pH} = 8$ باعث افزایش pH محتویات درون معده می‌شود.

● در صورت افزودن محلول لوله‌بازکن به مخلوط آب و اسیدهای چرب، قطعاً یک مخلوط همگن ایجاد می‌شود.

● در دمای ثابت، با افزودن محلول شیشه‌پاک‌کن به آب خالص، مقدار $[\text{H}^+] \times [\text{OH}^-]$ افزایش می‌یابد.

● مجموع بارهای الکتریکی محلول پتاس سوزآور همواره بیشتر از مجموع بارهای الکتریکی محلول آمونیاک است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۸۱- با توجه به جدول زیر که شامل داده‌هایی از قرار دادن برخی تیغه‌های فلزی درون محلول مس (II) سولفات در دمای 20°C است، چند مورد از عبارات‌های زیر درست است؟ (A و B نمادهای فرضی هستند).

نام فلز	نماد فلز	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^{\circ}\text{C}$)
آهن	Fe	۲۳
—	A	۲۰
روی	Zn	۲۶
—	B	۲۰
آلومینیم	Al	۲۸

- A و B می‌توانند فلزهایی از عنصرهای واسطه باشند.
- مقایسه قدرت کاهندگی به صورت: $\text{Al} > \text{Zn} > \text{Fe}$ درست است.
- هرگاه تیغه‌ای از جنس فلز A درون محلول روی سولفات قرار گیرد، واکنشی رخ نمی‌دهد.
- قدرت اکسندگی یون Zn^{2+} از یون پایدار عنصر B بیش‌تر است.

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

- ۸۲- درباره سلول گالوانی «منگنز - نقره» چند مورد از مطالب زیر درست است؟

$$E^{\circ}(\text{Mn}^{2+}(\text{aq}) / \text{Mn}(\text{s})) = -1/18 \text{ V}$$

$$E^{\circ}(\text{Ag}^{+}(\text{aq}) / \text{Ag}(\text{s})) = +0/80 \text{ V}$$

- emf سلول برابر $1/98 \text{ V}$ است و در واکنش کلی سلول، یون‌های Ag^{+} نقش اکسنده را دارند.
- قدرت کاهندگی Mn از Ag بیشتر است و الکتروود منگنز، قطب منفی است.
- الکتروود نقره کاتد است و با انجام واکنش در سلول، غلظت کاتیون در سمت قطب مثبت سلول کاهش می‌یابد.
- الکترون‌ها برخلاف مسیر حرکت کاتیون‌ها، از آند به سمت کاتد می‌روند.
- با پیشرفت واکنش به میزان ۷۵٪ در نیم‌سلول نقره با غلظت یک مولار و حجم ۲ لیتر، $9/03 \times 10^{23}$ الکترون میان آند و کاتد جابه‌جا می‌شود.

۴ (۲)

۳ (۱)

۵ (۴)

۲ (۳)

- ۸۳- با توجه به E° الکتروودها، بزرگترین emf از اتصال کدام دو نیم‌سلول به دست می‌آید و ولتاژ حاصل از آن برای انجام چه تعداد از واکنش‌های غیر خودبه‌خودی بین نیم‌سلول‌های قابل تشکیل از الکتروودهای زیر، کافی است؟ (بازده سلول مورد نظر ۸۰٪ است).

$$E^{\circ}(\text{Co}^{2+} / \text{Co}) = -0/28 \text{ V}, \quad E^{\circ}(\text{Ag}^{+} / \text{Ag}) = 0/8 \text{ V}, \quad E^{\circ}(\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = -0/76 \text{ V}, \quad E^{\circ}(\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}) = 0/34 \text{ V}$$

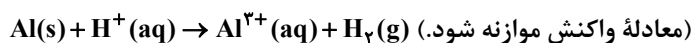
۴ ، Zn - Cu (۲)

۵ ، Zn - Ag (۱)

۵ ، Zn - Cu (۴)

۴ ، Zn - Ag (۳)

- ۸۴- در یک سلول گالوانی که میان نیم‌سلول استاندارد آلومینیم و نیم‌سلول استاندارد هیدروژن تشکیل شده است، با گذشت ۱۰ دقیقه، pH نیم‌سلول هیدروژن $0/4$ واحد تغییر می‌کند، پس از این مدت، غلظت مولی Al^{3+} در نیم‌سلول آلومینیم چقدر است؟ (توجه شود که pH محلول اولیه نیم‌سلول هیدروژن برابر صفر بوده و حجم محلول‌های الکتروولیت در هر دو نیم‌سلول را برابر یک لیتر در نظر بگیرید.) ($\log 4 = 0/6$) (از جابه‌جایی یون‌ها توسط غشای متخلخل صرف نظر کنید).



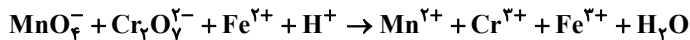
۰/۵ (۴)

۱/۵ (۳)

۱/۲ (۲)

۰/۲ (۱)

۸۵- کدام گزینه در مورد واکنش زیر، پس از موازنه درست است؟



(۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت کننده در واکنش برابر ۵۹ است.

(۲) در این واکنش یک گونه اکسنده و دو گونه کاهنده وجود دارد.

(۳) تغییر عدد اکسایش هر اتم منگنز، $\frac{5}{3}$ برابر تغییر عدد اکسایش هر اتم کروم است.

(۴) عناصر هیدروژن و اکسیژن در این واکنش اکسایش یافته‌اند.

۸۶- مقداری پودر آهن در محلول حاوی هریک از اکسنده‌های زیر می‌ریزیم. با در نظر گرفتن انجام کامل همه واکنش‌های

«اکسایش - کاهش» خودبه‌خودی و با فرض آن که اکسنده به مقدار اضافی در ظرف موجود است، عدد اکسایش نهایی آهن

در محلول‌های: الف، ب، پ و ت، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

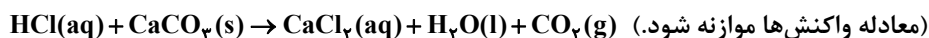
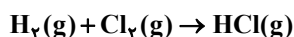
$E^\circ(\text{Fe}^{3+} / \text{Fe}^{2+}) = +0.77\text{V}$	الف) Cl_2	ب) HBr
$E^\circ(\text{Fe}^{2+} / \text{Fe}) = -0.44\text{V}$	پ) I_2	ت) ZnCl_2
$E^\circ(\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = -0.76\text{V}$	(۱) $+2, 0, +2, +3$	
$E^\circ(\text{I}_2 / \text{I}^-) = +0.54\text{V}$	(۲) $0, +2, +3, +2$	
$E^\circ(\text{Cl}_2 / \text{Cl}^-) = +1.36\text{V}$	(۳) $0, +2, +2, +3$	
$E^\circ(\text{H}^+ / \text{H}_2) = 0\text{V}$	(۴) $0, +3, +2, +2$	

۸۷- چند مورد از عبارت‌های زیر، در مورد حلبی و آهن گالوانیزه (در آب و هوای مرطوب) درست است؟ $(E^\circ(\frac{\text{Zn}^{2+}}{\text{Zn}}) = -0.76\text{V})$

- بر اثر ایجاد خراش در این مواد، در کاتد، اتم‌های نافلزی کاهش می‌یابند.
- برای ساختن ظروف بسته‌بندی مواد غذایی، از ورقه‌های آهنی پوشیده شده از فلز روی استفاده می‌شود.
- بر اثر ایجاد خراش در این مواد، اتم‌های آند در ابتدا ۲ درجه اکسایش می‌یابند.
- در آهن گالوانیزه، قبل از ایجاد خراش نیز امکان اکسایش اتم‌های فلزی وجود دارد.

۴ (۲)	۳ (۱)
۲ (۴)	۱ (۳)

۸۸- در یک کارخانه، گاز کلر تولید شده در سلول برقکافت NaCl(l) را با گاز هیدروژن وارد واکنش کرده و از فرآورده حاصل برای تولید یک پاک‌کننده خورنده (HCl) استفاده می‌شود. اگر با مقدار پاک‌کننده خورنده تولید شده در این کارخانه در طول یک شبانه‌روز بتوان ۶۳ گرم رسوب کلسیم کربنات را به‌طور کامل از بین برد، در طول یک شبانه‌روز چند گرم نمک سدیم کلرید مذاب در این کارخانه برقکافت می‌شود؟ (بازده درصدی فرایند برقکافت NaCl برابر ۷۵٪ و بازده واکنش تولید HCl از گازهای H_2 و Cl_2 برابر با ۶۰٪ است.) ($\text{Na} = 23, \text{Cl} = 35.5, \text{Ca} = 40, \text{O} = 16, \text{C} = 12; \text{g.mol}^{-1}$)



۸۹- باتری‌های «آهن-نقره» از جمله باتری‌های دکمه‌ای هستند که در آن‌ها واکنش $\text{Fe}(\text{s}) + \text{Ag}_2\text{O}(\text{s}) \rightarrow \text{FeO}(\text{s}) + 2\text{Ag}(\text{s})$ انجام می‌شود. با توجه به آن، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



(الف) به ازای تبادل $10^{21} \times 7/224$ الکترون، ۳۳۶ میلی‌گرم آهن مصرف می‌شود.

(ب) در قطب مثبت این باتری اتم‌های نقره، واکنش کاهش را انجام می‌دهند.

(پ) در نیم‌واکنش آندی آن همانند نیم‌واکنش آندی خوردگی آهن، Fe اکسایش می‌یابد.

(ت) از فرآورده فلزی آن می‌توان برای آبکاری یک قاشق آهنی استفاده کرد.

(ث) با جایگزینی روی به جای آهن در این باتری، emf آن ۵۰ درصد افزایش می‌یابد.



۹۰- کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟

(الف) به ازای مبادله شمار یکسان الکترون در واکنش خوردگی آهن و فرآیند هال، شمار مول فرآورده اکسیژن‌دار در واکنش یکسان است.

(ب) از واکنش فرآورده گازی واکنش برقکافت منیزیم کلرید مذاب با سدیم فلوئورید، گاز فلوئور تولید می‌شود.

(پ) با افزایش شمار الکترون‌ها با $I = 0$ در فلزات قلیایی، قدرت کاهندگی و شعاع اتمی آن‌ها افزایش می‌یابد.

(ت) اگر فرآورده‌های سلول سوختی متان-اکسیژن را به شرایط STP ببریم، فرآورده با جرم مول بیشتر به حالت فیزیکی مایع نمی‌رسد.



آزمون آمادگی شناختی (۲) - ۱۶ دی ۱۴۰۱

دانش آموز عزیز!

یادگیری فرآیندی است که نیازمند پشتیبانی ساز و کارهای شناختی مغز است. آگاهی از این ساز و کارها می تواند توانایی یادگیری شما را توسعه دهد. آمادگی شناختی توانایی بهره‌مندی از کارکردهای شناختی مغز در موقعیت‌های مختلف است.

آمادگی شناختی					
توجه و حافظه	فراشناخت	حل مساله	تصمیم‌گیری	سازگاری	خلاصیت

بنیاد علمی آموزشی قلم چی در راستای حمایت از فراگیران با همکاری اساتید علوم اعصاب شناختی دانشگاه شهید بهشتی در مرکز پژوهشی علوم اعصاب شناختی رفتار در نظر دارد آمادگی شناختی داوطلبان را به صورت دوره‌ای مورد سنجش قرار دهد. سوالات این بخش پاسخ درست و یا غلط ندارد و هدف این سوالات آگاهی شما از میزان آمادگی شناختی خود است. هدف این بخش حمایت شرکت‌کنندگان برای استفاده بهتر از توانایی‌های شناختی خود در فرآیند یادگیری است. ما برای ارتقاء این توانایی‌ها توصیه‌هایی را برای شما فراهم خواهیم نمود.

دانش‌آموزانی که در نوبت قبل در آزمون شرکت کرده بودند، می‌توانند در این آزمون هم شرکت کنند. پس از ارزیابی‌های چندگانه به هدف شناخت وضعیت پایه آمادگی شناختی شما، ارزیابی‌های موقعیتی در فواصل بین آزمون‌ها اجرا خواهد شد.

سوالات را به دقت بخوانید و نزدیکترین پاسخ مرتبط با خود را انتخاب و در پاسخبرگ علامت بزنید.

۲۶۱- می‌توانم بیش از ده دقیقه توجهم را روی مطالب درسی نگه دارم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۶۲- افکار مزاحم مانع درس خواندن من می‌شوند.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۶۳- درک مطلب در متون طولانی برایم سخت است.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۶۴- من قبل از شروع درس خواندن یک هدف برای خود تعیین می‌کنم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۶۵- من می دانم چه مطالبی برای یادگیری مهم تر است.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۶۶- من از نداشتن توجه در حین مطالعه آگاهم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۶۷- برای فعالیت درسی خود قبل از شروع هدف تعیین می کنم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۶۸- به طور منظم پیشرفت خود را در مطالب درسی بررسی می کنم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۶۹- نمی توانم روی هر مرحله به اندازه نیاز وقت صرف کنم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۷۰- انتخاب بین چند فعالیت برایم سخت است.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۷۱- شروع کارها را تا جایی که می شود به تعویق می اندازم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۷۲- حاضرم برای آینده بهتر، سخت تلاش کنم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۷۳- می توانم بسته به موقعیت، فعالیت مفیدی انجام دهم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۷۴- بعضی مواقع رفتارهای نسنجیده دارم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۷۵- می توانم در هر جمع رفتار مناسب آن جمع را داشته باشم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۷۶- می توانم سوال های جدیدی از مطالب درسی استخراج کنم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۷۷- راه حل های متفاوتی برای یک مطلب به ذهنم می رسد.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

۲۷۸- می توانم به صورت آگاهانه برای یک موضوع خیال پردازی کنم.

(۱) هرگز (۲) به ندرت (۳) گاهی اوقات (۴) همیشه

با توجه به سازه های مورد ارزیابی اهمیت کدام سازه را برای عملکرد تحصیلی خود بیشتر می دانید و مایل به دریافت توصیه های مرتبط با آن هستید؟

در پاسخ نامه برای سوال ۲۷۹ و ۲۸۰ یک گزینه را انتخاب کنید.

لطفا با در نظر گرفتن توضیح بالا، یک گزینه را انتخاب کنید و در پاسخ نامه برای سوال ۲۷۹ یا ۲۸۰ وارد کنید.

۲۷۹- (۱) توجه و حافظه (۲) فراشناخت (۳) حل مساله (۴) تصمیم گیری

۲۸۰- (۱) سازگاری (۲) خلاقیت (۳) همه موارد (۴) هیچکدام

سایت کنکور



آزمون هدیه ۱۶ دی ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش	یاسر راش
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	عادل حسینی
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	میلاذ سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

گزینه «۱»

(کلاطم ایلالی)

اگر نمودار تابع $y = f(2x-1)$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(2(x+1)-1) = f(2x+1)$ نسبت به محور عرضها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-2x+1)$ به دست می‌آید و اگر طول نقاط این نمودار را دو برابر کنیم، نمودار تابع $y = f(-x+1)$ به دست می‌آید.

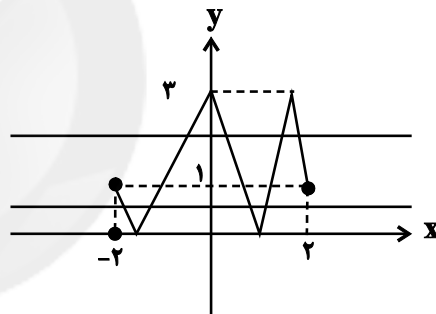
(مسئله ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۳»

(عادل سینی)

خط $y = m$ نمودار تابع $y = |2f(1-x)+1|$ را باید در چهار نقطه قطع کند. از آنجا که تبدیلات افقی فقط روی طول نقاط تأثیر گذارند، پس تعداد جواب‌های معادله فوق با تعداد جواب‌های معادله $|2f(x)+1| = m$ برابر است. پس برای سادگی نمودار تابع $y = |2f(x)+1|$ را رسم می‌کنیم که خط $y = m$ باید آن را در ۴ نقطه قطع کند.

نمودار تابع مذکور به صورت زیر است و داریم:



برای اینکه خط $y = m$ نمودار تابع را در ۴ نقطه قطع کند لازم است که $m \in \{1, 3, 4\}$ باشد.

(مسئله ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۲»

(مهمرمضی ابراهیمی)

تابع $f+g$ را تشکیل می‌دهیم:

$$(f+g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + 2 = 4$$

$$(f+g)(-1) = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$(f+g)(0) = [a] + 1$$

اگر $f+g$ صعودی باشد، باید با افزایش مقادیر x مقادیر تابع هم زیاد شود. یعنی:

$$(f+g)(-1) \leq (f+g)(0) \leq (f+g)(1) \Rightarrow \frac{1}{2} \leq [a] + 1 \leq 4$$

$$\xrightarrow{-1} \frac{-1}{2} \leq [a] \leq 3$$

چون $[a] \in \mathbb{Z}$ است، پس $0 \leq [a] \leq 3$ ، یعنی $0 \leq a < 4$ می‌باشد.

(مسئله ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(میلاد سیاری لاریجانی)

گزینه «۴»

$$y = \begin{cases} k^2x + 1 - kx & ; x \geq 0 \\ k^2x + 1 + kx & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} (k^2 - k)x + 1 & ; x \geq 0 \\ (k^2 + k)x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$

برای اکیداً صعودی بودن کافی است شیب خطها مثبت باشد:

$$k^2 - k > 0 \Rightarrow k > 1 \text{ یا } k < 0 \quad (\text{I})$$

$$k^2 + k > 0 \Rightarrow k < -1 \text{ یا } k > 0 \quad (\text{II})$$

$$\underline{(I) \cap (II)} \rightarrow k > 1 \text{ یا } k < -1 \Rightarrow k \in \mathbb{R} - [-1, 1]$$

این یعنی k نمی‌تواند اعداد صحیح -1 و 0 را بپذیرد.

(مسئله ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(مهمرمضی وزیر)

گزینه «۱»

$$D_y : f(3x-1) - f(2x) \geq 0 \Rightarrow f(3x-1) \geq f(2x)$$

چون تابع f اکیداً نزولی است، باید $3x-1 \leq 2x$ باشد؛ بنابراین:

$$D_y : x \leq 1$$

(مسئله ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(مهمرمضی بیری)

گزینه «۲»

چون $P(x)$ بر $x-2$ بخش‌پذیر است، پس:

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$\Rightarrow P(2)=0 \Rightarrow 4a-2b-1=0$$

چون باقی مانده $P(x)$ بر $x+1$ برابر -2 است، پس:

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$$\Rightarrow P(-1)=-2 \Rightarrow -a+b-1=-2 \Rightarrow -a+b=-1$$

$$\begin{cases} 4a-2b=1 \\ -a+b=-1 \end{cases} \Rightarrow 6a=-1 \Rightarrow a=-\frac{1}{6} \Rightarrow b=-\frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow Q(x) = -\frac{x^2}{6} - \frac{7}{6}x$$

پس باقی مانده $Q(x)$ بر $x-1$ برابر است با:

$$R = Q(1) = -\frac{1}{6} - \frac{7}{6} = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$$

(مسئله ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

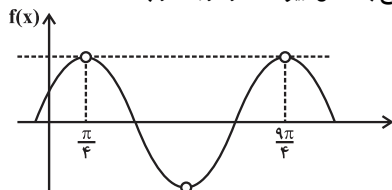
(کلاطم ایلالی)

گزینه «۱»

$$f(x) = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{-\sin x + \cos x} = \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x}$$

$$= \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$f(x) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right), x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}$$

بنابراین نمودار تابع به شکل زیر است و دوره تناوب آن 2π است.

(مسئله ۲ - مثلثات: صفحه ۲۷)

(عمید ستاری)

گزینه «۴» -۱۱

$$2 \cos^2 x - 1 - \tan^2 x = \frac{1}{6} \Rightarrow 2 \cos^2 x - (1 + \tan^2 x) = \frac{1}{6}$$

$$2 \cos^2 x - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{6} \xrightarrow{\cos^2 x = t} 2t - \frac{1}{t} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow 12t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow (4t - 3)(3t + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \\ \cos x = \cos \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \end{cases} \\ t = -\frac{2}{3} \Rightarrow \cos^2 x = -\frac{2}{3} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

به طور خلاصه جواب $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ است.

(مسئله ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(مسین اسفینی)

گزینه «۱» -۱۲

$$(\sin x + \cos x)^2 = \cos^2 x \Rightarrow 1 + \sin 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x (2 \sin x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ 2 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \quad (*) \end{cases}$$

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = \frac{11\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = \frac{5\pi}{12} \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

پس معادله داده شده، پنج جواب در بازه $[0, \pi]$ دارد.

(مسئله ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(عادل عسینی)

گزینه «۴» -۱۳

حاصل حد ∞ شده است، پس $x = 2$ ریشه عبارت منفرجه است.

$$4 + 2a + b = 0 \Rightarrow a = -\frac{b}{2} - 2$$

پس ضابطه تابع را می‌توانیم به صورت

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2 - \left(\frac{b}{2} + 2\right)x + b} = \frac{x+1}{(x-2)\left(x - \frac{b}{2}\right)}$$

داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{\underbrace{(x-2)}_{<0} \left(x - \frac{b}{2}\right)} = -\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{\left(x - \frac{b}{2}\right)} > 0 \Rightarrow \frac{3}{2 - \frac{b}{2}} > 0$$

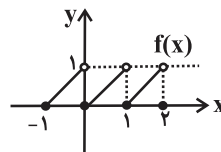
$$\Rightarrow 2 - \frac{b}{2} > 0 \Rightarrow b < 4$$

(مسئله ۲ - فرهای نامتناهی - در ری‌نوایت: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴)

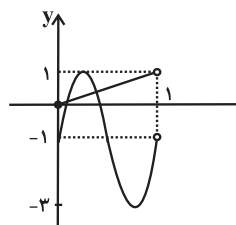
(کلاطم ایلالی)

گزینه «۲» -۸

نمودار تابع f به شکل زیر است و دوره تناوب آن برابر یک است.



دوره تناوب تابع g برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ است.



بنابراین نمودار توابع f و g در یک دوره

تناوب به شکل مقابل است و نمودارها در دو

نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.

دقت کنید که اگر b را منفی هم در نظر

گیریم، تعداد نقاط برخورد برابر ۲ خواهد بود.

(مسئله ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۲۴ و ۲۷)

(عادل عسینی)

گزینه «۱» -۹

بیشترین و کم‌ترین مقدار تابع به ترتیب ۵ و ۱ است و داریم:

$$\begin{cases} y_{\max} = a + |b| = 5 \\ y_{\min} = a - |b| = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 3, |b| = 2$$

از آنجا که تابع در $x = 0$ صعودی است، b و c باید هم‌علامت باشند، پس

برای سادگی هر دو را مثبت می‌گیریم.

تا اینجا ضابطه تابع $f(x) = 3 + 2 \sin cx$ است. از طرفی دوره تناوب تابع

$$T = \frac{2\pi}{c} \text{ است، یعنی } c = \frac{2\pi}{T} \text{ است و داریم:}$$

$$f(x) = 3 + 2 \sin\left(\frac{2\pi}{T} x\right) \Rightarrow f\left(\frac{\Delta T}{3}\right) = 3 + 2 \sin\left(\frac{1 \cdot \pi}{3}\right)$$

$$= 3 + 2 \sin\left(3\pi + \frac{\pi}{3}\right) = 3 - 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3 - \sqrt{3}$$

(مسئله ۲ - مثلثات: صفحه ۲۷)

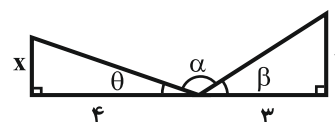
(کلاطم ایلالی)

گزینه «۱» -۱۰

$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - (\beta + \theta)$$

$$\tan \alpha = \tan(180^\circ - (\beta + \theta)) \Rightarrow \tan \alpha = -\tan(\beta + \theta)$$

$$\frac{4}{3} = -\frac{\tan \beta + \tan \theta}{1 - \tan \beta \tan \theta}$$



از طرف دیگر با توجه به شکل $\tan \theta = \frac{x}{4}$ و $\tan \beta = \frac{2}{3}$ است.

$$\Rightarrow -\frac{4}{3} = -\frac{\frac{2}{3} + \frac{x}{4}}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{x}{4}\right)} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{8 + 3x}{12 - 2x} \Rightarrow x = \frac{24}{17}$$

(مسئله ۲ - مثلثات: صفحه ۴۲)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{x}{x-1}\right) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|\tan \pi x|}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-\tan \pi x}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\tan(\pi x)}{x-1} \\ &= -\frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{\tan \pi t}{t} = -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۱۸- گزینه «۲» (سید غلامرضا سعادت پور)

مجانبات افقی نمودار تابع f ، خطوط $y = 1$ و $y = -1$ هستند، زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x+1}{x} = -1$$

پس خطوط $x = 1$ و $x = -1$ مجانب‌های قائم نمودار تابع f^{-1} هستند، پس یکی از گزینه‌های «۱» و «۲» درست است.

اما تابع با مقادیر بیشتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f^{-1}(x) = +\infty$$

که این ویژگی در نمودار گزینه «۲» دیده می‌شود.

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷، ۶۷ و ۶۸)

۱۹- گزینه «۳» (عارف سمیعی)

$$y = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2 - x} = \frac{(x-1)(x+1)}{x(x^2 - 1)} = \frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{cases}$$

شکل نمودار گزینه «۳» این ویژگی را دارد.

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۲۰- گزینه «۲» (ظاهر راستانی)

$$y = \frac{(x^2 - 4) - 5x + 8}{x^2 - 4} = 1 + \frac{8 - 5x}{x^2 - 4}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$$

اما وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، $y > 1$ و وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، $y < 1$ است که تنها

شکل نمودار گزینه «۲» این ویژگی را دارد.

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۴- گزینه «۲» (کلاظم ایلالی)

ابتدا توجه کنید که اگر $x \rightarrow 0^+$ ، آن‌گاه $(x - \sin x) \rightarrow 0^+$ و اگر $x \rightarrow 0^-$ ، آن‌گاه $(x - \sin x) \rightarrow 0^-$. بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{k + [-x]}{x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{k-1}{x - \sin x} = -\infty \Rightarrow k-1 < 0 \Rightarrow k < 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{k + [-x]}{x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{k}{x - \sin x} = -\infty \Rightarrow k > 0$$

پس $0 < k < 1$ ، بنابراین حداکثر مقدار $b - a$ به ازای $b = 1$ و $a = 0$ حاصل می‌شود که برابر ۱ است.

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴)

۱۵- گزینه «۴» (میلاد سیاری لاریجانی)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - \sqrt{f(x)}}{1 - f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{f(x)}(\sqrt{f(x)} - 1)}{(1 - \sqrt{f(x)})(1 + \sqrt{f(x)})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\sqrt{f(x)}}{1 + \sqrt{f(x)}} = \frac{-1}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

۱۶- گزینه «۲» (امیر هوشنگ فمسه)

داریم: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{a'x^n + bx^{n-1}} = \frac{a}{a'}$. با توجه به این نکته نتیجه می‌شود که $a = 6$ و $n = 2$ است، پس داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+6} - \sqrt{x-1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+6} - \sqrt{x-1}} \times \frac{\sqrt{x+6} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+6} + \sqrt{x-1}} \times \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-1}{6-(-1)} \times \frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۷- گزینه «۴» (معدی عابی نزاریان)

ابتدا باید کاری کنیم که حد تابع $y = \frac{x}{x-1}$ برابر $-\infty$ شود. با توجه به

اینکه $x = 1$ ریشهٔ مخرج است، $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x-1} = -\infty$ است. پس داریم:

هندسه ۳

گزینه ۲۱ - ۲۱

(امیرحسین ابومصوب)

$$A = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & y \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x+2 & x^2+x-y \\ 0 & x+y \end{bmatrix}$$

ماتریس A اسکالر است، بنابراین درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن برابر صفر هستند و درایه‌های واقع بر قطر اصلی برابر یکدیگرند.

$$x+2 = x+y \Rightarrow y=2$$

$$x^2+x-y=0 \xrightarrow{y=2} x^2+x-2=0 \Rightarrow (x+2)(x-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases} \text{ غفقی}$$

به ازای $x = -2$ ، درایه‌های واقع بر قطر اصلی نیز برابر صفر می‌شوند، پس این مقدار با توجه به فرض سؤال، قابل قبول نیست.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲، ۱۷ تا ۲۱)

گزینه ۲۲ - ۲۲

(علی فعلی)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = 3A \Rightarrow A^3 = 3A^2 = 3^2A \Rightarrow \dots \Rightarrow A^{1397} = 3^{1396}A$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه ۲۳ - ۲۳

(علی ایمانی)

فرض کنید $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد. در این صورت داریم:

$$|B| = 1 \times (-1) - 2 \times 3 = -7 \Rightarrow B^{-1} = \frac{-1}{7} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|C| = -1 \times 4 - 2 \times 3 = -10 \Rightarrow C^{-1} = -\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$ABC = \gamma I \Rightarrow A = B^{-1}(\gamma I)C^{-1} = \gamma B^{-1}C^{-1}$$

$$= \gamma \left(-\frac{1}{7}\right) \left(-\frac{1}{10}\right) \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{70} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -15 & 5 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با:

$$\frac{1}{70} (2+4-15+5) = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه ۲۴ - ۲۴

(شهریار رحمانی)

$$|3A| |A^{-1}| = 6I \Rightarrow |3A| |A^{-1}| = |6I|$$

$$\Rightarrow |3A|^2 |A^{-1}| = 6^2 |I| \Rightarrow |9A^2| |A^{-1}| = 36 \times 1$$

$$\Rightarrow 9^2 |A|^2 \times \frac{1}{|A|} = 36 \Rightarrow 81 |A| = 36 \Rightarrow |A| = \frac{36}{81} = \frac{4}{9}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

گزینه ۲۵ - ۲۵

(امیرحسین ابومصوب)

با استفاده از دستور ساروس برای محاسبهٔ دترمینان ماتریس‌های 3×3

داریم:

$$\begin{vmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x \\ 3 & x+1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (-8 + 3x + x + 1) - (3 - 4x(x+1) + 2) = 0$$

$$\Rightarrow (4x-7) - (-4x^2 - 4x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 8x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

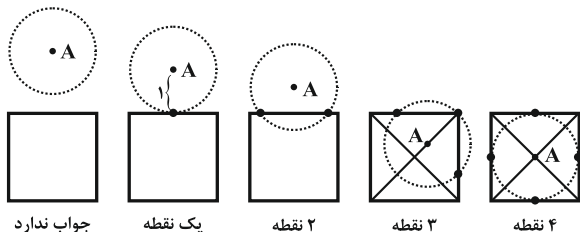
$$\Rightarrow (x+3)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

گزینه ۲۶ - ۲۶

(اسحاق اسفندیار)

نقاطی از صفحه که از نقطهٔ A به فاصلهٔ واحد باشند، یک دایره به مرکز A و به شعاع ۱ را تشکیل می‌دهند. این دایره را رسم می‌کنیم. تعداد نقاط تلاقی دایره با مربع جواب مسئله است.



جواب ندارد

یک نقطه

۲ نقطه

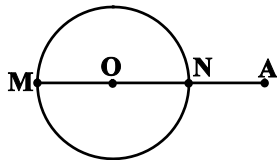
۳ نقطه

۴ نقطه

مسئله حداکثر ۴ جواب دارد.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

با توجه به اینکه بیشترین فاصله نقطه A از نقاط واقع بر دایره C، از طول قطر دایره بزرگتر است، پس نقطه A قطعاً خارج از دایره C قرار دارد و مطابق شکل نقطه M دورترین نقطه دایره نسبت به نقطه A است و داریم:



$$OA = \sqrt{(m-2)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{(m-2)^2 + 16}$$

$$AM = 7 \Rightarrow OA + OM = 7$$

$$\Rightarrow \sqrt{(m-2)^2 + 16} + 3 = 7$$

$$\Rightarrow \sqrt{(m-2)^2 + 16} = 4 \xrightarrow{\text{بهنوا}} (m-2)^2 + 16 = 16$$

$$\Rightarrow (m-2)^2 = 0 \Rightarrow m-2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

(اخشین فاصه‌شان)

۳۰- گزینه «۱»

$$C: x^2 + y^2 + 2y - 15 = 0$$

مرکز: $O(0, -1)$

$$\text{شعاع: } R = \frac{1}{\sqrt{2^2 - 4(-15)}} = \frac{1}{\sqrt{4}} \times 4 = 2$$

فرض کنید دایره C' به مرکز $O'(3, -1)$ و شعاع R' با دایره C مماس

داخل باشد. در این صورت داریم:

$$OO' = \sqrt{(3-0)^2 + (-1+1)^2} = 3$$

$$OO' = |R - R'| \Rightarrow 3 = |4 - R'| \Rightarrow \begin{cases} 4 - R' = 3 \Rightarrow R' = 1 \\ 4 - R' = -3 \Rightarrow R' = 7 \end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی، مشابه فعالیت ۳ صفحه ۴۴)

(یاسین سپهر)

۲۷- گزینه «۲»

فاصله مرکز دایره از خط مماس بر آن، برابر شعاع دایره است.

$$R = \frac{|3(1) - 4(-1) + 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

بنابراین معادله دایره به صورت زیر است:

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی، مشابه فعالیت ۲ صفحه ۴۳)

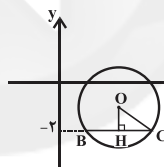
(امیرمسین ابومصوب)

۲۸- گزینه «۳»

مرکز و شعاع دایره عبارت‌اند از: $O(2, -1)$

$$R = \frac{1}{\sqrt{(-4)^2 + 2^2 - 4(3)}} = \sqrt{2}$$

معادله خطی که شامل وتر از این دایره (وتر



BC) است که موازی محور x ها بوده و از

نقطه $A(1, -2)$ عبور می‌کند، به صورت

$y = -2$ است. فاصله مرکز دایره از این خط

مطابق شکل برابر ۱ است. بنابراین داریم:

$$\Delta OHC: CH^2 = OC^2 - OH^2 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow CH = 1 \Rightarrow BC = 2$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

(سوام میبری‌پور)

۲۹- گزینه «۱»

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$$

مرکز: $O(2, -1)$

$$\text{شعاع: } R = \frac{1}{\sqrt{(-4)^2 + 2^2 - 4(-4)}} = 3$$

ریاضیات گسسته

گزینه «۱» - ۳۱

(علیرضا شریف فطیمی)

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b} \Rightarrow \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a+b} \Rightarrow (a+b)^2 = ab \quad (*)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = ab \Rightarrow a^2 + b^2 + ab = 0$$

$$\xrightarrow{(*)} a^2 + b^2 + (a+b)^2 = 0$$

رابطه اخیر به ازای هیچ زوج مرتبی مانند (a, b) که در آن a و b اعداد

صحیح و غیرصفر باشند، برقرار نیست.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ مشابه تمرین ۵ صفحه ۸)

گزینه «۳» - ۳۲

(یوادر فاطمی)

طبق قضیه تقسیم، $a = bq + r$ است که $0 \leq r < b$ می باشد. بنابراین

داریم:

$$96 = bq + 6 \Rightarrow 90 = bq \Rightarrow q = \frac{90}{b} \quad (b > 6)$$

یعنی b یکی از مقسوم علیه های ۹۰ می باشد که از ۶ بزرگ تر است.

$$b = 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90$$

پس برای b ، ۷ عدد طبیعی وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۴ تا ۱۷)

گزینه «۲» - ۳۳

(علیرضا شریف فطیمی)

فرض کنید b, m این دو عدد برابر d باشد. در این صورت داریم:

$$(11n + 7, 9n + 2) = d$$

$$\left. \begin{aligned} d \mid 11n + 7 &\xrightarrow{\times 9} d \mid 99n + 63 \\ d \mid 9n + 2 &\xrightarrow{\times 11} d \mid 99n + 22 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 41$$

بنابراین $d = 1$ یا $d = 41$ است. حال مقادیری از n را پیدا می کنیم که $d = 41$ باشد.

$$41 \mid 9n + 2 \Rightarrow 9n + 2 \equiv 0 \Rightarrow 9n \equiv -2 \equiv 39 \xrightarrow{(\div 3)} 3n \equiv 13 \xrightarrow{(\div 3)} 3n \equiv 13$$

$$\Rightarrow 3n \equiv 54 \xrightarrow{(\div 3)} n \equiv 18 \Rightarrow n = 41k + 18$$

بنابراین به ازای $n = 18$ و $n = 59$ ، دو عدد نسبت به هم اول نیستند و بهازای $88 = 90 - 2$ عدد طبیعی دو رقمی، نسبت به هم اول می باشند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۰ تا ۱۳، ۲۴ و ۲۵)

گزینه «۲» - ۳۴

(نیلوفر مهروی)

$$4^3 = 64 = 3 \times 21 + 1 \Rightarrow 4^3 \equiv 1 \xrightarrow{\text{به توان } 26} 4^{78} \equiv 1$$

$$\xrightarrow{\times 4} 4^{79} \equiv 4 \xrightarrow{+1} 4^{79} + 1 \equiv 5 \xrightarrow{\times 13} 13 \times (4^{79} + 1) \equiv 65 \equiv 2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۸ تا ۲۱)

گزینه «۴» - ۳۵

(علی ایمانی)

عددی مضرب ۳۳ است که بر ۳ و ۱۱ بخش پذیر باشد، بنابراین داریم:

$$\frac{\quad}{33} \times 2y \equiv 0 \Rightarrow 3 + 4 + x + 2 + y \equiv 0 \Rightarrow 9 + x + y \equiv 0$$

$$\Rightarrow x + y \equiv 0 \Rightarrow x + y = 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18 \quad (1)$$

$$\frac{\quad}{33} \times 2y \equiv 0 \Rightarrow y - 2 + x - 4 + 3 \equiv 0 \Rightarrow x + y - 3 \equiv 0$$

$$\Rightarrow x + y \equiv 3 \Rightarrow x + y = 3, 14 \quad (2)$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می شود که $x + y = 3$ است، بنابراین ۴ حالت زیربرای x و y و در نتیجه عدد $\frac{\quad}{33} \times 2y$ امکان پذیر است:

$$\begin{cases} x=0, y=3 \Rightarrow 34023 \\ x=1, y=2 \Rightarrow 34122 \\ x=2, y=1 \Rightarrow 34221 \\ x=3, y=0 \Rightarrow 34320 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۳۶- گزینه «۱»

(علی ایمانی)

$$[480, 720] = [2 \times 240, 3 \times 240] = 6 \times 240 = 1440$$

$$48x + 72y = 1440 \xrightarrow{+24} 2x + 3y = 60 \Rightarrow 3y \equiv 60$$

$$\Rightarrow y \equiv 0 \Rightarrow y = 2k (k \in \mathbb{Z})$$

$$2x + 3(2k) = 60 \Rightarrow 2x = 60 - 6k \Rightarrow x = 30 - 3k$$

$$\left. \begin{aligned} x > 0 &\Rightarrow 30 - 3k > 0 \Rightarrow k < 10 \\ y > 0 &\Rightarrow 2k > 0 \Rightarrow k > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 < k < 10 \Rightarrow 1 \leq k \leq 9$$

بنابراین معادله سیاله مورد نظر دارای ۹ دسته جواب طبیعی است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۳۷- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومضوب)

می‌دانیم مجموع درجات هر رأس در یک گراف و مکمل آن برابر با $p-1$

$$p-1 = 2 + 5 \Rightarrow p = 8$$

است، یعنی داریم:

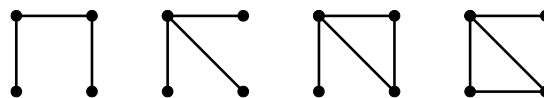
گراف کامل مرتبه ۸، دارای $\frac{8 \times 7}{2} = 28$ یال است. با توجه به درجه رأسa در گراف \bar{G} ، این گراف حداقل ۵ یال دارد و در نتیجه حداکثر اندازهگراف مکمل آن یعنی گراف G برابر است با: $28 - 5 = 23$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۸- گزینه «۲»

(پولاد فاتمی)

گراف‌های ساده همبند و غیرمنتظم از مرتبه ۴ به یکی از صورت‌های زیر هستند:

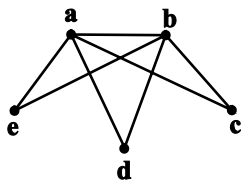
 G_1 G_2 G_3 G_4

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۳۹- گزینه «۴»

(امیر وفائی)

با توجه به مفهوم همسایگی باز و بسته رئوس، گراف G به صورت زیر است:



مسیرهای موجود از رأس c به رأس e در این گراف عبارت‌اند از:

cae, cbe, cabc, cbae, cadbe, cbdae

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

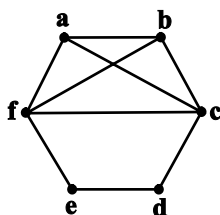
۴۰- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومضوب)

با توجه به تعداد رئوس ماکزیمم و مینیمم درجه، این گراف دو رأس از درجه

۳ نیز دارد که با توجه به مجاور بودن رأس‌های درجه ۲ در این گراف،

نمودار آن به صورت زیر است:



دوره‌های به طول ۴ در این گراف عبارت‌اند از:

abcfa, abfca, afbca, fcdef

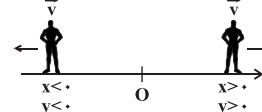
(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

فیزیک ۳

گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

مطابق شکل زیر هرگاه متحرک در مکان‌های مثبت باشد و در جهت محور حرکت کند و یا در مکان‌های منفی باشد و در خلاف جهت محور حرکت کند، از مبدأ مکان دور می‌شود. بنابراین گزینه «۳» صحیح است.



دقت کنید با توجه به نوع حرکت متحرک، بردارهای سرعت و شتاب در بازه Δt می‌توانند هم‌جهت و یا مخالف‌الجهت باشند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

گزینه «۲»

(بابک اسلامی)

اگر طول مسیر را ۲۱ فرض کنیم، در نیمه ابتدایی مسیر داریم:

$$l = v_1 t_1 \Rightarrow l = 10 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{l}{10}$$

فرض می‌کنیم متحرک نیمه دوم مسیر را در زمان $2t_2$ طی کند. بنابراین

$$l = v_2 t_2 + 3v_2 t_2 = 4v_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{l}{4v_2}$$

داریم:

حال با استفاده از تعریف سرعت متوسط، داریم:

$$v_{av} = \frac{2l}{t_1 + 2t_2} = \frac{2l}{\frac{l}{10} + 2\left(\frac{l}{4v_2}\right)} \Rightarrow 16 = \frac{2}{\frac{1}{10} + \frac{1}{2v_2}} \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۳ تا ۶)

گزینه «۲»

(علیرضا کونه)

با توجه به نمودار و استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت، می‌توان نوشت:

$$x = vt + x_0$$

$$\begin{cases} 120 = v_A \times 20 + x_{0A} \\ -60 = v_B \times 20 + x_{0B} \end{cases} \Rightarrow 180 = (v_A - v_B) \times 20 + (x_{0A} - x_{0B})$$

$$\frac{x_{0A} - x_{0B} = -140m}{\Rightarrow 180 = (v_A - v_B) \times 20 - 140}$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = 16 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه «۴»

(سعید نمیری)

ابتدا مدت زمانی که طول می‌کشد تا صدای گلوله به شخص برسد را حساب

$$\Delta x_{\text{صوت}} = v_{\text{صوت}} \Delta t \Rightarrow \Delta t_{\text{صوت}} = \frac{640}{320} = 2s$$

می‌کنیم:

یعنی ۲s بعد از شلیک گلوله، صدای شلیک به شخص می‌رسد. باید دید در این مدت گلوله چند متر را طی می‌کند.

$$\Delta x_{\text{گلوله}} = v_{\text{گلوله}} \Delta t = 300 \times 2 = 600m$$

پس از ۲ ثانیه، گلوله (۶۴۰ - ۶۰۰ = ۴۰m) تا شخص فاصله دارد که می‌تواند این مسیر را در مدت زیر طی کند:

$$\Delta x'_{\text{گلوله}} = v_{\text{گلوله}} \Delta t' \Rightarrow 40 = 300 \times \Delta t' \Rightarrow \Delta t' = \frac{40}{300} = \frac{2}{15}s$$

این مدت، همان مدتی است که شخص فرصت دارد تا از مسیر حرکت گلوله کنار رود.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه «۲»

(زهرا آقاممیری)

چون نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، در لحظه $t = 4s$ مماس بر محور زمان است، بنابراین معادله حرکت متحرک

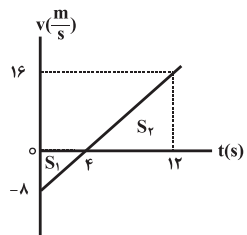
به صورت $x = A(t - 4)^2$ خواهد بود. بنابراین برای محاسبه A داریم:

$$x = A(t - 4)^2 \xrightarrow[t=0]{x=16m} 16 = A(0 - 4)^2 \Rightarrow A = 1$$

$$\Rightarrow x = (t - 4)^2 \Rightarrow x = t^2 - 8t + 16 \Rightarrow \begin{cases} v_0 = -8 \frac{m}{s} \\ a = 2 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

بنابراین معادله سرعت و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل زیر است:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 8$$



مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$l = S_1 + S_2 = \frac{4 \times 8}{2} + \frac{8 \times 8}{2} = 16 + 32 \Rightarrow l = 48m$$

تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{48}{12} = 4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۳ و ۱۵ تا ۲۱)

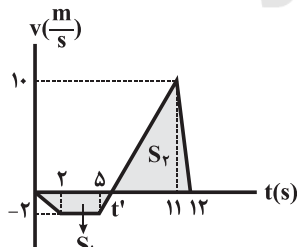
گزینه «۲»

(سعید شرق)

چون در لحظه t' سرعت متحرک صفر می‌شود و علامت آن عوض می‌شود

پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد. ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود (t') را می‌یابیم.

$$\frac{2}{t' - 5} = \frac{10}{11 - t'} \Rightarrow t' = 6s$$



با توجه به این که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا ۶s و ۶s تا ۱۲s را می‌یابیم. داریم:

$$S_1 = \frac{6+3}{2} \times 2 \Rightarrow S_1 = 9m \Rightarrow \Delta x_1 = -9m$$

$$S_2 = \frac{6 \times 10}{2} \Rightarrow S_2 = 30m \Rightarrow \Delta x_2 = 30m$$

متحرک در لحظه $t = 0$ در مکان $x_0 = -8m$ قرار دارد.

مکان متحرک در لحظه $t' = 6s$ برابر است با:

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 \Rightarrow -9 = x_1 - (-8) \Rightarrow x_1 = -17m$$

۵۰- گزینه «۴» (سعید شرق)

اگر محل رها شدن گلوله را مبدأ مکان و کل زمان حرکت گلوله را t ثانیه فرض کنیم، با استفاده از معادله مکان - زمان حرکت گلوله، داریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow \begin{cases} -h = -\frac{1}{2}gt^2 + 0 \\ -\frac{4}{9}h = -\frac{1}{2}g(t-1)^2 + 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{(t-1)^2}{t^2} \Rightarrow t = 3s$$

بنابراین تندی برخورد گلوله به سطح زمین برابر است با:

$$v = -gt = -10 \times 3 \Rightarrow |v| = 30 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۱- گزینه «۳» (علیرضا کونه)

اگر سطح زمین را به عنوان مبدأ مکان در نظر بگیریم، مدت زمان حرکت گلوله A برابر است با:

$$y_A = -\frac{1}{2}gt_A^2 + y_0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t_A^2 + 80 \Rightarrow t_A = 4s$$

چون گلوله B را دو ثانیه دیرتر رها کرده‌ایم، بنابراین مکان گلوله B را در لحظه $t_B = 2s$ می‌یابیم، داریم:

$$y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 + y_0 \Rightarrow y_B = -\frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 + 80 \Rightarrow y_B = 60m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۲- گزینه «۳» (مصطفی کیانی)

ابتدا شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:

$$x = t^2 - 4t \quad \frac{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t}{x = t^2 - 4t} \rightarrow 1 = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

اکنون مطابق قانون دوم نیوتون، بزرگی برابند نیروهای وارد بر متحرک را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \quad \frac{a = 2 \frac{m}{s^2}}{m = 50 \cdot g = 50 \cdot 10 \text{ kg}} \rightarrow F_{net} = 0 / 50 \times 2 = 1N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۵۳- گزینه «۳» (رضا فشنوریان)

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{cases} F = ma \\ F' = (m + fm) \times \frac{1}{\lambda} a \end{cases} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{\Delta m \times \frac{1}{\lambda} a}{ma} = \frac{\Delta}{\lambda}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۵۴- گزینه «۲» (مسین مشرومی)

با استفاده از رابطه بین اندازه نیروی وارد بر فنر و تغییر طول آن، می‌توان نوشت:

$$F_e = kx \Rightarrow F_e = k(l - l_0) \Rightarrow \Delta F_e = k(l_2 - l_1)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta F'_e}{\Delta F_e} = \frac{l'_2 - l'_1}{l_2 - l_1} \Rightarrow \frac{24 - 8}{40 - 8} = \frac{l'_2 - 4}{8 - 4} \Rightarrow l'_2 = 6cm$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

مکان متحرک در لحظه $t = 12s$ برابر است با:

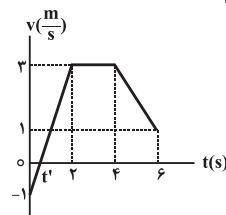
$$\Delta x_p = x_p - x_1 \Rightarrow 30 = x_p - (-17) \Rightarrow x_p = 13m$$

پس در بازه زمانی مشخص شده، در لحظه $t' = 6s$ متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد. ($|x_1| = 17m$)

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۷- گزینه «۳» (بهادر کمران)

با توجه به سرعت اولیه و نمودار شتاب - زمان، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



$$0 \leq t \leq 2s: v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 2 \times 2 + (-1) \Rightarrow v_1 = 3 \frac{m}{s}$$

$$2 \leq t \leq 4s: a_2 = 0 \Rightarrow v_2 = v_1 = 3 \frac{m}{s}$$

$$4 \leq t \leq 6s: v_3 = a_3 t_3 + v_2 = (-1) \times 2 + 3 \Rightarrow v_3 = 1 \frac{m}{s}$$

حال به کمک تشابه مثلث‌ها، لحظه t' را می‌یابیم:

$$\frac{1}{t'} = \frac{3}{2 - t'} \Rightarrow t' = 0 / 5s$$

زمانی حرکت متحرک تندشونده است که تندی آن در حال افزایش باشد و تندی متحرک زمانی در حال افزایش است که نمودار سرعت - زمان آن از محور زمان در حال دور شدن باشد. بنابراین طبق نمودار در بازه زمانی $0 / 5s$ تا $2s$ یعنی به مدت $1 / 5s$ حرکت متحرک به صورت تندشونده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۸- گزینه «۱» (بیبا فرشر)

برای این که دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند باید مجموع اندازه جابه‌جایی آن‌ها تا لحظه توقف برابر بر ۸۰ متر باشد. با استفاده از معادله

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

سرعت - جابه‌جایی، داریم:

$$\Rightarrow |\Delta x_1| = \frac{|0 - 16^2|}{2|a|}, |\Delta x_2| = \frac{|0 - 20^2|}{2|a|}$$

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 80 \Rightarrow \frac{16^2}{2|a|} + \frac{20^2}{2|a|} = 80 \Rightarrow |a| = 4 / 1 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۹- گزینه «۲» (فسرو ارغوانی فرد)

معادله مکان - زمان حرکت متحرک را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$x = t^2 - 4t + 4 + 1 = (t - 2)^2 + 1$$

کمترین مقدار x وقتی است که $t = 2s$ باشد، در واقع در این لحظه متحرک در $x = 1m$ و کمترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد.

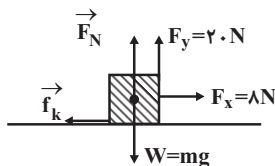
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مصطفی کیانی)

۵۸- گزینه «۲»

با توجه به شکل زیر، نیروی $\vec{F} = 8\vec{i} + 2\vec{j}$ (N) از دو نیروی عمود بر هم $F_x = 8\text{N}$ و $F_y = 2\text{N}$ تشکیل شده است.

ابتدا اندازه نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می آوریم. چون جسم در راستای قائم حرکتی ندارد، برابری نیروهای وارد بر آن در راستای قائم صفر است. بنابراین داریم:



$$(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow F_N + F_y = mg$$

$$m=2\text{kg} \rightarrow F_N + 2 = 2 \times 10 \Rightarrow F_N = 18\text{N}$$

$$f_k = \mu_k \cdot F_N \xrightarrow{\mu_k=0.2} f_k = 0.2 \times 18 \Rightarrow f_k = 3.6\text{N}$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را می یابیم:

$$(F_{\text{net}})_x = ma \Rightarrow F_x - f_k = ma$$

$$\frac{F_x - f_k}{m} = a \Rightarrow \frac{8 - 3.6}{2} = a \Rightarrow a = 2.2\text{ m/s}^2$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۰ تا ۳۳)

(مسین مفرومی)

۵۹- گزینه «۱»

با استفاده از رابطه بین انرژی جنبشی و اندازه تکانه یک جسم، داریم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \times \frac{m_1}{m_2}$$

$$\frac{m_2=3m_1}{K_2=\frac{3}{4}K_1} \rightarrow \frac{3}{\frac{3}{4}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

بنابراین درصد تغییرات اندازه تکانه جسم برابر است با:

$$\frac{\Delta p}{p_1} \times 100 = \left(\frac{p_2}{p_1} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1\right) \times 100 = 50\%$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۴۶ تا ۴۸)

(مهمعلی راست پیمان)

۶۰- گزینه «۴»

تغییر تکانه یک جسم برابر با مساحت سطح زیر نمودار نیرو - زمان است. بنابراین داریم:

$$\Delta p = \frac{1}{2}(12 \times t_p) \Rightarrow \Delta p = 6t_p \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

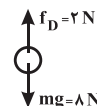
از طرف دیگر آهنگ تغییر تکانه متوسط برابر با نیروی خالص متوسط وارد بر متحرک است و بنابراین داریم:

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{6t_p}{t_p} \Rightarrow F_{\text{av}} = 6\text{N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۴۶ تا ۴۸)

(زهرا آقاممدری)

۵۵- گزینه «۲»



اگر جهت رو به پایین را مثبت بگیریم با توجه به قانون دوم نیوتون در راستای قائم داریم:

$$(F_{\text{net}})_y = ma_y \Rightarrow mg - f_D = ma_y$$

$$\Rightarrow 8 - 2 = 2a_y \Rightarrow a_y = 3\text{ m/s}^2$$

ارتفاع h را با استفاده از رابطه مکان - زمان به دست می آوریم:

$$h = \frac{1}{2}a_y t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6\text{m}$$

و تندی برخورد گلوله به زمین برابر است با:

$$v = a_y t \Rightarrow v = 3 \times 4 = 12\text{ m/s}$$

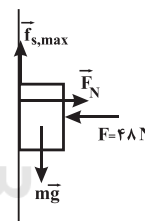
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۵ تا ۳۷)

(بیبا غورشیر)

۵۶- گزینه «۱»

جسم مورد نظر در آسانسور ساکن و در آستانه حرکت است ولی چون آسانسور با شتاب ثابت در حال حرکت است، پس جسم نیز با شتاب ثابت در حال حرکت است. بر جسم دو نیروی وزن و اصطکاک ایستایی در راستای قائم وارد می شود. بنابراین داریم:

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = \mu_s F = 0.5 \times 48 \Rightarrow f_{s,\text{max}} = 24\text{N}$$



با توجه به قانون دوم نیوتون و در نظر گرفتن جهت حرکت آسانسور (بالا) به عنوان جهت مثبت، داریم:

$$f_{s,\text{max}} - mg = ma \Rightarrow 24 - 40 = 4a \Rightarrow a = -4\text{ m/s}^2$$

بنابراین اندازه شتاب آسانسور برابر با 4 m/s^2 و جهت آن به سمت پایین است. بنابراین حرکت آسانسور کندشونده است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۵ تا ۴۳)

(سیرعلی میرنوری)

۵۷- گزینه «۱»

از آن جا که جسم ثابت است، پس برابری نیروهای وارد بر آن، برابر صفر می باشد.

$$\begin{aligned} F_N + mg &= F \\ \Rightarrow F_N &= F - mg \\ mg = 50\text{N} \quad F_N &= 80\text{N} \quad \Rightarrow F_N = 80 - 50 = 30\text{N} \end{aligned}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۷ تا ۳۹)

(علیرضا کونه)

گزینه «۴» - ۶۴

نوسانگر در $t = \frac{3T}{4}$ برای دومین بار از مبدأ عبور می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$t = \frac{3}{4}T = \frac{3}{8} \Rightarrow T = \frac{1}{2}s$$

برای بسامد زاویه‌ای داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \frac{\text{rad}}{s}$$

از طرفی چون بیشینه نیروی وارد بر فنر با برابر $mA\omega^2$ است، خواهیم داشت:

$$F_{\max} = mA\omega^2 \xrightarrow{v_{\max} = A\omega} F = mv_{\max}\omega$$

$$\Rightarrow 480 = m \times \lambda\pi \times 4\pi \Rightarrow m = \frac{15}{\pi^2} \text{ kg}$$

بنابراین:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow 4\pi = \sqrt{\frac{k}{\frac{15}{\pi^2}}} \Rightarrow k = 240 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۴» - ۶۵

در حرکت نوسانی هماهنگ ساده، انرژی مکانیکی همواره ثابت است، بنابراین داریم:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow{m=20g=2 \times 10^{-2} \text{ kg}, A=0.04 \text{ m}, \omega=200 \frac{\text{rad}}{s}}$$

$$E = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-2} \times 16 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^4 = 0.64 \text{ J}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(علیرضا کونه)

گزینه «۱» - ۶۶

با استفاده از رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر می‌توان نوشت:

$$E = K + U = 4 + 8 = 12 \text{ mJ}$$

برای هنگامی که انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر با یکدیگر برابر هستند، داریم:

$$E = K' + U' \xrightarrow{K'=U'} E = 2K' \Rightarrow 12 = 2K'$$

$$\Rightarrow K' = 6 \text{ mJ} = 6 \times 10^{-3} \text{ J}$$

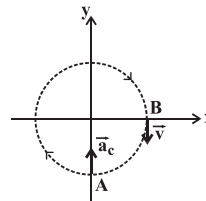
و در نهایت با استفاده از رابطه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K' = \frac{1}{2}mv'^2 \Rightarrow 6 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.3v'^2 \Rightarrow v' = 0.2 \frac{\text{m}}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(مسین مفرومی)

گزینه «۴» - ۶۱



چون در لحظه مورد نظر، بردار شتاب به صورت $\vec{a}_c = 18\vec{j}$ است، متحرک در آن لحظه در مکان A قرار دارد. با توجه به جهت حرکت و دوره حرکت، ۳s بعد متحرک در نقطه B خواهد بود و بردار سرعت آن در خلاف جهت محور y ها است. اندازه تند متحرک برابر است با:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \xrightarrow{T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow r = \frac{Tv}{2\pi}} a_c = \frac{v^2}{\frac{Tv}{2\pi}} \Rightarrow a_c = \frac{2\pi v}{T}$$

$$\Rightarrow 18 = \frac{2\pi \times v}{4} \Rightarrow v = 12 \frac{\text{m}}{s} \Rightarrow \vec{v} = -12\vec{j}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

(زهره آقاممدری)

گزینه «۲» - ۶۲

می‌دانیم که اندازه نیروی وزن برابر با $W = mg$ است. چون جرم همواره ثابت است، با افزایش ارتفاع، شتاب گرانش هم ۳۶ درصد کاهش می‌یابد.

$$\text{با توجه به رابطه شتاب گرانش } g = \frac{GM}{(h+R)^2} \text{ داریم:}$$

$$\frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{h+R_e} \right)^2$$

که در آن g_h شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین، g_0 شتاب گرانش در سطح زمین و R_e شعاع زمین است.

$$0.64 = \left(\frac{R_e}{h+R_e} \right)^2 \Rightarrow 0.8 = \frac{R_e}{h+R_e} \Rightarrow h = \frac{1}{4}R_e$$

نسبت شتاب گرانش در ارتفاع h به شتاب گرانش در سطح سیاره را می‌نویسیم:

$$\frac{g_{xh}}{g_{x0}} = \left(\frac{R_x}{h+R_x} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_{xh}}{g_{x0}} = \left(\frac{\frac{1}{4}R_e}{\frac{1}{4}R_e + \frac{1}{4}R_e} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g_{xh}}{g_{x0}} = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{درصد تغییرات} = \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \times 100 = -75\%$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

(مسین مفرومی)

گزینه «۲» - ۶۳

نوسانگر در بازه زمانی $\frac{T}{4}$ تا $\frac{3T}{4}$ در مکان‌های منفی قرار دارد. در بازه

$\frac{T}{4}$ تا $\frac{T}{2}$ سرعت منفی و شتاب مثبت است، پس حرکت کندشونده و مکان هم منفی است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(علیرضا کونه)

۷۰- گزینه «۲»

تندی نوسانگر هماهنگ ساده در هنگام عبور از مرکز نوسان (نقطه تعادل)، بیشینه مقدار ممکن است. از طرفی با توجه به این که نوسانگر در هر دوره، دو بار طول پاره خط نوسان را به طور کامل می پیماید، دوره نوسان های نوسانگر برابر با یک ثانیه خواهد بود. لذا می توان نوشت:

$$\frac{T}{2} = 0.5 \Rightarrow T = 1s$$

$$A = \frac{L}{2} = \frac{1}{2} = 0.5cm$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \frac{rad}{s}$$

$$v_{max} = A\omega = 0.5 \times 2\pi = \pi \frac{cm}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه های ۶۲ تا ۶۵)

(زهرا آقاممدری)

۶۷- گزینه «۳»

با توجه به رابطه دوره نوسان های آونگ ساده ای که نوسان های کم دامنه انجام می دهد $(T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}})$ ، با افزایش طول آونگ، دوره نوسان ها افزایش می یابد. بنابراین:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\frac{L_2 = L_1 + 22(cm)}{T_2 = 1.2T_1} \rightarrow 1.2 = \sqrt{\frac{L_1 + 22}{L_1}} \Rightarrow L_1 = 50cm$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه های ۶۷ و ۶۸)

(امیرمهری جعفری)

۶۸- گزینه «۳»

بسامد زاویه ای طبیعی هر یک از سامانه ها را به دست می آوریم:

$$\omega_A = \sqrt{\frac{k_A}{m_A}} = \sqrt{\frac{36}{9}} = 2 \frac{rad}{s}$$

$$\omega_B = \sqrt{\frac{k_B}{m_B}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = 3 \frac{rad}{s}$$

$$\omega_C = \sqrt{\frac{k_C}{m_C}} = \sqrt{\frac{36}{10}} = \sqrt{3.6} \frac{rad}{s}$$

$$\omega_D = \sqrt{\frac{k_D}{m_D}} = \sqrt{\frac{36}{5}} = \sqrt{7.2} \frac{rad}{s}$$

تنها سامانه ای که با نوسان میله دچار تشدید می شود، B است. بنابراین جسم B با دامنه ای خیلی بزرگتر از سه جسم دیگر نوسان می کند. در نتیجه طبق رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ ، انرژی مکانیکی ذخیره شده در آن از بقیه بیشتر است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه های ۶۲ تا ۶۹)

(عبدالرضا امینی نسب)

۶۹- گزینه «۲»

در لحظه $t = 0.5s$ ، نوسانگر برای دومین بار از مکان $x = +2cm$ عبور می کند، بنابراین داریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow 2 = 4 \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times 0.5\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{T}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow T = 0.6s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.6} \Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{3} \frac{rad}{s}$$

بنا به قانون دوم نیوتون، داریم:

$$F = ma \Rightarrow k|x| = ma \Rightarrow a = \frac{k|x|}{m} = \omega^2|x|$$

$$\Rightarrow a = \left(\frac{10\pi}{3}\right)^2 \times \left|\frac{-2\sqrt{3}}{100}\right| \Rightarrow a = \frac{20\sqrt{3}}{9} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه های ۶۲ تا ۶۵)



شیمی ۳

۷۱- گزینه «۱»

(مسین ناصری ثانی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مخلوط آب، روغن و صابون (مخلوط نشان داده شده در شکل) یک کلئوئید بوده که مخلوطی ناهمگن و پایدار است.

گزینه «۲»: بخش B و مولکول‌های روغن هر دو ناقصی بوده و در نتیجه میان آنها جاذبه وان‌دروالسی وجود دارد.

گزینه «۳»: قسمت A آنیون کربوکسیلات (COO^-) است و بخش آب‌دوست صابون را تشکیل می‌دهد.

گزینه «۴»: میان بخش A که بار منفی دارد و قطب مثبت مولکول‌های آب که قطبی هستند، جاذبه یون-دوقطبی برقرار می‌شود.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۸)

۷۲- گزینه «۲»

(امیرمسین مسلمی)

موارد (ب)، (ت) و (ث) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) در زنجیره هیدروکربنی پاک‌کننده غیرصابونی پیوند یگانه، دوگانه و سه‌گانه می‌تواند وجود داشته باشد.

(ب) حداکثر شمار اتم‌ها در پاک‌کننده صابونی وقتی صورت می‌گیرد که بخش کاتیونی آن (NH_4^+) و زنجیره هیدروکربنی آن سیرشده باشد، بنابراین:



(پ) از واکنش منیزیم با HCl، گاز هیدروژن تولید می‌شود که در بخش آندی سلول سوختی مصرف و در بخش کاتدی سلول برکفافت آب تولید می‌شود.

(ت) پاک‌کننده غیرصابونی در آب سخت خاصیت پاک‌کنندگی دارد.

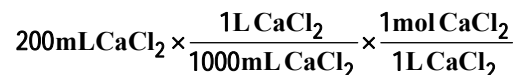
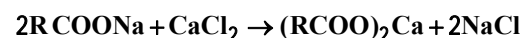
(ث) اتیلن‌گلیکول حاوی عناصر C، H و O است و هیدروکربن نمی‌باشد.

(شیمی ۳- ترکیبی؛ صفحه‌های ۳، ۵، ۱۱ و ۱۵ تا ۱۴)

۷۳- گزینه «۲»

(اسامه پوشن)

باید دقت داشت که تنها پاک‌کننده صابونی در این واکنش شرکت می‌کند:



با توجه به اینکه جرم مخلوط اولیه 126 / 4 گرم است، داریم:

$$\text{جرم پاک‌کننده غیرصابونی} = 126 / 4 - 122 / 4 = 4\text{g}$$

$$\times 100 = \frac{\text{جرم پاک‌کننده غیرصابونی}}{\text{جرم مخلوط اولیه}} = \text{درصد جرمی پاک‌کننده غیرصابونی در مخلوط اولیه}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{126 / 4} \times 100 = 3 / 16\%$$

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۹ و ۱۱)

۷۴- گزینه «۲»

(هاری قاسمی اسکندر)

ترتیب قدرت اسیدها به‌صورت زیر است:



بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: HNO_3 اسیدی قوی بوده و HNO_2 و HCN اسید ضعیف هستند.

گزینه «۲»: در دما و غلظت‌های یکسان هرچه اسید قوی‌تر باشد، بیشتر یونیده شده و غلظت یون‌های موجود در محلول آن بیشتر است.

گزینه «۳»: HNO_3 اسیدی قوی است و در دما و غلظت‌های یکسان اسیدها، غلظت یون هیدرونیوم در آن بیشتر بوده و pH آن کمترین است.

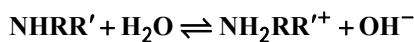
گزینه «۴»: در شرایط یکسان، سرعت واکنش فلز منیزیم با اسید قوی HNO_3 بیشتر از HNO_2 است.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۳، ۲۴ و ۲۸)

۷۵- گزینه «۴»

(مینا شرافتی پور)

معادله یونش باز ضعیف به‌صورت زیر است:



ابتدا میزان باز یونیده شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1\text{mol NHRR}'}{2\text{mol یون}} \times \frac{1\text{mol یون}}{6 / 02 \times 10^{23}} \times 4 / 816 \times 10^{21}$$

$$= 4 \times 10^{-3} \text{ mol NHRR}'$$

$$\frac{\text{مول باز یونیده شده}}{\text{مول باز اولیه}} \times 100 = 2 = \frac{4 \times 10^{-3}}{x} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 0 / 2 \text{ mol NHRR}'$$

حال جرم مولی باز را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{11 / 8 \text{g NHRR}'}{0 / 2 \text{mol}} = 59 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1} \text{NHRR}'$$

$$59 = 14 + 1 + R + R' \Rightarrow R + R' = 44 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

مجموع جرم مولی اتیل (C_2H_5) و متیل (CH_3)، برابر ۴۴ گرم بر مول است.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه ۱۹)

۷۶- گزینه «۲»

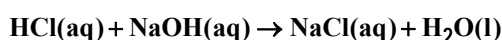
(مهمرباش زهره‌وند)

موارد (الف) و (ب) درست‌اند:

بررسی موارد نادرست:

مورد (پ): در واکنش‌های خنثی شدن، معمولاً آنیون حاصل از اسید و کاتیون حاصل از باز به‌صورت دست‌نخورده باقی می‌مانند، برای مثال در واکنش خنثی

شدن HCl و NaOH یون‌های Na^+ و Cl^- دست‌نخورده باقی می‌مانند.



مورد (ت): علاوه بر غلظت باید حجم و ظرفیت اسیدها و بازها نیز برابر باشند.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۷۷- گزینه «۴»

(مقرر/نا بمشیری)

ابتدا $[H^+]$ و سپس $[OH^-]$ را در محلول نهایی محاسبه می‌کنیم:

$$10^{-pH} = [H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-12/7} = 2 \times 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] \times [OH^-] = 10^{-14} \rightarrow [OH^-] = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[KOH] = [OH^-] = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

باز قوی

شمار مول KOH حل شده برابر است با:

$$? \text{ mol KOH} = 0/75L \times 5 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{L} = 0/0375 \text{ mol KOH}$$

$$? \text{ g KOH} = 0/0375 \times 56 = 2/1 \text{ g KOH}$$

در نهایت با توجه به تعریف ppm داریم:

$$\text{ppm} = \frac{2/1}{168} \times 10^6 = 12500$$

$$\text{درصد جرمی} = \text{ppm} \times 10^{-4} = \%1/25$$

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۷۸- گزینه «۲»

(مسئله عیسی‌زاده)

در این گونه مسائل، مقدار $pH = 7$ آب خالص در محاسبات بی‌تأثیر است.

$$pH = 12/3 \rightarrow [OH^-] = 10^{-1/7} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

غلظت سدیم هیدروکسید برابر است با:

$$[NaOH] = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ g NaOH} = 0/1L \text{ محلول} \times \frac{0/02 \text{ mol NaOH}}{1L \text{ محلول}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}}$$

$$= 8 \times 10^{-2} \text{ g NaOH}$$

برای محلول اسیدی می‌توان نوشت:

$$pH = 4/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-4/7} = 2 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M} \Rightarrow M = \frac{2 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-2}} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mg HA} = 0/1L \text{ محلول} \times \frac{10^{-3} \text{ mol HA}}{1L \text{ محلول}} \times \frac{60 \text{ g HA}}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}}$$

$$= 6 \text{ mg HA}$$

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۴ تا ۲۸)

۷۹- گزینه «۱»

(مسئله پعفری)

ابتدا pH اولیه هیدروکلریک اسید را به دست آوریم، سپس حساب می‌کنیم

که با اضافه کردن چند مول سدیم هیدروکسید به این محلول، pH آن دو برابر

می‌شود.

$$pH_1 = -\log[H^+]_1 \quad \frac{[HCl]}{[H^+]} > \quad pH_1 = -\log[HCl]$$

$$= -\log(0/3)$$

$$= -\log(3 \times 10^{-1}) = 1 - 0/5 = 0/5$$

اگر pH دو برابر شود، غلظت $[H^+]$ برابر می‌شود با:

$$pH_2 = 2 \times pH_1 = 2 \times 0/5 = 1 \quad pH_2 = -\log[H^+]_2$$

$$\Rightarrow 1 = -\log[H^+]_2 \Rightarrow [H^+]_2 = 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

غلظت H^+ نهایی از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

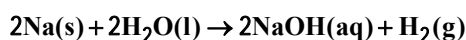
$$[H^+]_2 = \frac{\text{mol}(H^+)_1 - \text{mol}(OH^-)}{V_{HCl} + V_{NaOH}} \Rightarrow$$

$$10^{-1} = \frac{(M_{HCl} \times V) - \text{mol}(OH^-)}{7+1}$$

$$= \frac{(7 \times 0/3) - \text{mol}(OH^-)}{8} \Rightarrow$$

$$0/8 = 2/1 - \text{mol}(OH^-) \Rightarrow \text{mol}(OH^-) = 1/3$$

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



روش اول (کسر تبدیل):

$$? \text{ g Na} = 1/3 \text{ mol OH}^- \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol OH}^-} \times \frac{2 \text{ mol Na}}{2 \text{ mol NaOH}}$$

$$\times \frac{23 \text{ g Na}}{1 \text{ mol Na}} = 29/9 \text{ g Na}$$

روش دوم (تناسب):

$$\frac{\text{NaOH مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم Na}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{1/3}{2} = \frac{x}{2 \times 23}$$

$$\Rightarrow x = 29/9 \text{ g Na}$$

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶ و ۳۰)

۸۰- گزینه «۱»

(اکبر هنرمند)

فقط مورد اول درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: با توجه به اینکه pH شیره معده تقریباً برابر ۱/۵ است، با مصرفی هر

خوراکی با pH بزرگ‌تر، pH آن افزایش می‌یابد.

عبارت دوم: با افزودن محلول لوله‌بازکن (شامل NaOH) به مخلوط آب و

اسید چرب، NaOH با اسید چرب واکنش داده و مخلوط ناهمگن چربی و

صابون در آب (کلوئید) را تولید می‌کند.

عبارت سوم: در دمای ثابت، با افزودن محلول شیشه‌پاک‌کن (شامل NH_3) در

غلظت یون‌های موجود در آب خالص تغییر ایجاد می‌شود که این تغییر غلظت

تأثیری در ثابت یونش آب، ندارد.

عبارت چهارم: هر دو محلول از نظر بار الکتریکی خنثی هستند.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۸ تا ۳۱)

۸۱- گزینه «۲»

(فرزاد رضایی)

تنها عبارت چهارم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: A و B می‌توانند فلزهای واسطه با E^0 بزرگ‌تر از E^0 مس (مانند

طلا و نقره) باشند.

عبارت دوم: هرچه دمای محلول بیشتر باشد، قدرت کاهندگی فلز به کار رفته در

تیغه بیشتر است.

$$\text{mol H}^+ = \frac{1 \text{ mol}}{L} \times 1L = 1 \text{ mol}$$

$$\text{mol H}^+ = 0/4 \frac{\text{mol}}{L} \times 1L = 0/4 \text{ mol}$$

مصرف شده $0/6 \text{ mol H}^+$

$$0/6 \text{ mol H}^+ \times \frac{2 \text{ mol Al}^{3+}}{6 \text{ mol H}^+} = 0/2 \text{ mol Al}^{3+}$$

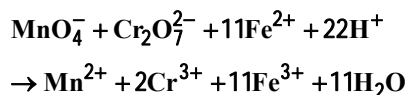
می‌دانیم در سلول گالوانی غلظت یون‌های تیغه مربوطه در ابتدای کار ۱ مولار است و با توجه به این که حجم یک لیتر است، یعنی در ابتدای کار 1 mol Al^{3+} در محلول وجود داشته، حال $0/2 \text{ mol Al}^{3+}$ به وجود می‌آید. پس در نهایت، $1/2 \text{ mol Al}^{3+}$ داریم و غلظت آن برابر $1/2 \text{ mol.L}^{-1}$ می‌شود.

(شیمی ۳ - آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۷)

(مبتنی اسراره)

۸۵ - گزینه «۳»

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



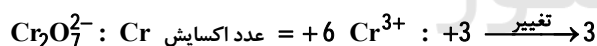
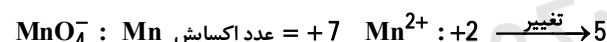
بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مجموع ضرایب برابر 60 است.

گزینه «۲»: دو گونه اکسند ($\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$, MnO_4^-) و یک گونه کاهنده

(Fe^{2+}) داریم.

گزینه «۳»:



گزینه «۴»: عدد اکسایش H و O در این واکنش تغییری نکرده است.

(شیمی ۳ - آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

(امیر فاتیان)

۸۶ - گزینه «۳»

اکسندهایی که دارای E° بزرگتر از $E^\circ(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) = -0/44V$ هستند

می‌توانند Fe را به Fe^{2+} اکسید کنند. علاوه بر این، اگر E° اکسند بزرگتر از

$E^\circ(\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}) = 0/77V$ باشد، اکسند در یک واکنش اکسایش -

کاهش خودبه‌خودی Fe^{2+} را به Fe^{3+} تبدیل خواهد کرد. پس می‌توان نتیجه

گرفت اگر E° اکسند کمتر از $-0/44V$ باشد، اکسند تأثیری روی پودر آهن

نخواهد داشت و اگر E° اکسند بین $-0/44V$ و $+0/77V$ باشد، اکسند

Fe را به Fe^{2+} و اگر E° اکسند بزرگتر از $0/77V$ باشد، اکسند Fe را

در نهایت به Fe^{3+} تبدیل خواهد کرد. پس داریم:

عبارت سوم: قدرت کاهندگی فلز روی از A و B بیشتر است؛ بنابراین این واکنش رخ نخواهد داد.

عبارت چهارم: قدرت اکسندگی یون پایدار عنصر B از یون Zn^{2+} بیش‌تر است.

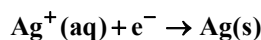
(شیمی ۳ - آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۷)

(مهم‌رضا جمشیری)

۸۲ - گزینه «۲»

فقط مورد چهارم نادرست است.

در سلول گالوانی الکترون‌ها و کاتیون‌ها از آند به سمت کاتد می‌روند.



بررسی مورد پنجم:

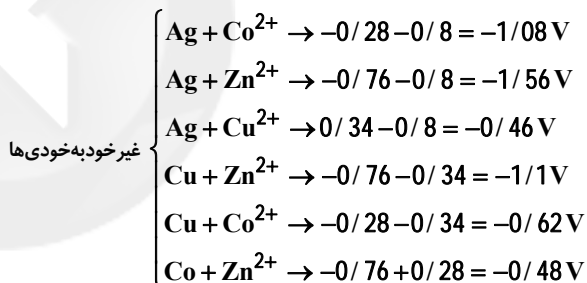
$$? \text{e}^- = 2L \text{ محلول کاتدی} \times \frac{1 \text{ mol Ag}^+}{1L \text{ محلول}} \times \frac{1 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Ag}^+}$$

$$\times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{e}^-}{1 \text{ mole}^-} \times \frac{75}{100} = 9/03 \times 10^{23} \text{e}^-$$

(شیمی ۳ - آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

(سپهر طالبی)

۸۳ - گزینه «۱»



$$\frac{E_{\text{کاتد}} - E_{\text{آند}}}{(0/8) - (-0/76)} = \frac{\text{emf}}{1/56V}$$

$$\frac{80}{100} \times 1/56 = 1/248V$$

با اتصال این سلول، تنها واکنش بین Ag و Zn^{2+} انجام‌پذیر نخواهد بود. زیرا

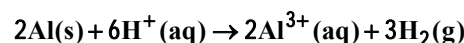
ولتاژ نهایی هم‌چنان منفی است.

(شیمی ۳ - آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

(مهم‌رضا جمشیری)

۸۴ - گزینه «۲»

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



با مصرف H^+ مقدار pH، $0/4$ افزایش یافته یعنی از صفر به $0/4$

رسیده است.

$$\text{pH} = 0/4 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-0/4} = 10^{-1} \times 4 = 0/4 \text{ mol.L}^{-1}$$

در نیم‌سلول استاندارد هیدروژن غلظت H^+ از ۱ به $0/4$ رسیده و با توجه به

این که حجم یک لیتر است پس:



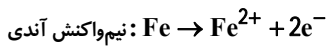
$$\frac{63}{100} = \frac{x \times \frac{75}{100} \times \frac{60}{100}}{58/5 \times 2} \Rightarrow x = 163/8 \text{gNaCl}$$

(شیمی ۳ - آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۵۵)

۸۹- گزینه «۳» (امیرعسین مسلمی)

عبارت‌های (الف) و (پ) و (ت) درست هستند.

در این فرایند نیم‌واکنش اکسایش و کاهش به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها:

(الف) به ازای این واکنش ۲ مول الکترون مبادله می‌شود:

$$7/224 \times 10^{21} e^{-} \times \frac{1 \text{mole}^{-}}{6/02 \times 10^{23} e^{-}} \times \frac{1 \text{mol Fe}}{2 \text{mole}^{-}}$$

$$\times \frac{56 \text{g Fe}}{1 \text{mol Fe}} \times \frac{1000 \text{mg Fe}}{1 \text{g Fe}} = 336 \text{mg Fe}$$

(ب) در قطب مثبت (کاتد)، یون‌های نقره کاهش می‌یابند و نه اتم‌های نقره.

(پ) در آند هر دو فرایند، Fe به Fe^{2+} تبدیل می‌شود.

(ت) در آبکاری قاشق آهنی می‌توان از نقره استفاده کرد.

(ث) با جایگزینی روی به جای آهن، emf آن به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\text{emf}(\text{Zn} - \text{Ag}) = E_{\text{آند}}^0 - E_{\text{کاتد}}^0 = 0/8 - (-0/76) = 1/56 \text{ V}$$

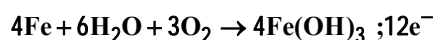
$$\text{emf}(\text{Fe} - \text{Ag}) = E_{\text{آند}}^0 - E_{\text{کاتد}}^0 = 0/8 - (-0/44) = 1/24 \text{ V}$$

$$\frac{1/56 - 1/24}{1/24} \times 100 = \frac{0/32}{1/24} \times 100 < 50\%$$

(شیمی ۳ - آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۹)

۹۰- گزینه «۳» (امیرعسین مسلمی)

(الف) نادرست؛ واکنش‌های خوردگی آهن و فرآیند هال به صورت زیر است:



به ازای ۱۲ مول مبادله الکترون، ۴ مول آهن (III) هیدروکسید در واکنش

خوردگی آهن ۳ مول کربن‌دی‌اکسید در فرآیند هال تولید می‌شود.

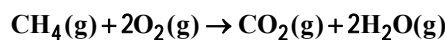
(ب) نادرست؛ فرآورده گازی برقکافت منیزیم کلرید، گاز کلر است که به دلیل

واکنش پذیری کم‌تر از فلئور نمی‌تواند با سدیم فلئورید واکنش دهد.

(پ) نادرست؛ لیتیم در فلزات قلیایی کم‌ترین شمار الکترون‌های با $I = 0$ (زیرلایه

s) دارد، اما بیشترین قدرت کاهندگی و کم‌ترین E^0 را دارد.

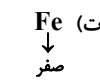
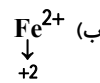
(ت) درست؛ واکنش کلی سلول سوختی متان-اکسیژن به صورت زیر است:



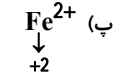
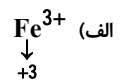
در شرایط STP، حالت فیزیکی آب، مایع خواهد بود و فرآورده با جرم مولی

بیشتر (CO_2) به حالت مایع در نمی‌آید.

(شیمی ۳ - آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۶۴)



↓
صفر



↓
+2

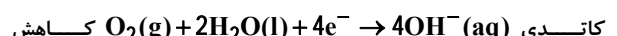
(شیمی ۳ - آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۴۷)

۸۷- گزینه «۱» (رئوف اسلام‌دوست)

فقط مورد دوم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: پس از ایجاد خراش در این مواد، اتم‌های اکسیژن در نیم‌واکنش



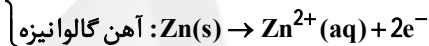
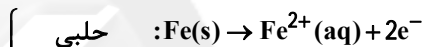
کاتدی می‌یابند.

عبارت دوم: برای ساخت این ظروف از حلبی استفاده می‌شود. حلبی ورقه آهنی

است که به وسیله لایه نازکی از فلز قلع پوشیده شده است.

عبارت سوم: نیم‌واکنش‌های آندی در این مواد (پس از ایجاد خراش) به صورت

زیر است:



دقت شود که یون Fe^{2+} بار دیگر اکسایش یافته و به Fe^{3+} تبدیل می‌شود.

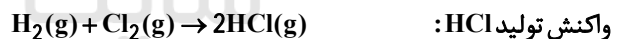
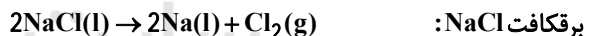
عبارت چهارم: لایه بیرونی آهن گالوانیزه از جنس فلز روی است. فلز روی در

هوای مرطوب نیز اکسید می‌شود.

(شیمی ۳ - آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۹)

۸۸- گزینه «۳» (مسعود بعفری)

معادله‌های موازنه شده واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:



واکنش پاک کردن رسوب کلسیم کربنات:



روش اول (کسر تبدیل):

$$? \text{g NaCl} = 63 \text{g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{mol CaCO}_3}{100 \text{g CaCO}_3} \times \frac{2 \text{mol HCl}}{1 \text{mol CaCO}_3}$$

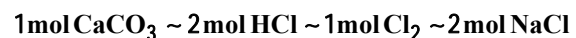
$$\times \frac{1 \text{mol Cl}_2}{2 \text{mol HCl}} \times \frac{2 \text{mol NaCl}}{1 \text{mol Cl}_2} \times \frac{58/5 \text{g NaCl}}{1 \text{mol NaCl}}$$

$$\times \frac{100}{75} \times \frac{100}{60} = 163/8 \text{g NaCl}$$

معکوس بازده درصدی

روش دوم (تناسب):

با توجه به نسبت‌های میان مواد، داریم:



$$\frac{\text{جرم CaCO}_3}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم NaCl} \times \frac{R_1}{100} \times \frac{R_2}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow$$