



# آزمون «۲۰ آبان ۱۴۰۱» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)

## دفترچه سؤال

مدت پاسخ گویی: ۱۶۵ دقیقه  
تعداد کل سؤالات: ۱۲۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
انتخابی	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
اجباری	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
اجباری	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
انتخابی	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۰'
		۱۳۱-۱۴۰	
جمع کل	۱۲۰	۱-۱۴۰	۱۶۵'

### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی-وحید امیرکیایی- مهدی بیرانوند-شاهین پروازی- عادل حسینی-افشین خاصه-خان-بابک سادات میلاد سجادی-لاریجانی-علی سرآبادانی-علی سلامت-سامان سلامیان-محمدجواد محسنی-میلاد منصوری-سروش موثینی-چهاربخش نیکنام-امیر وفائی-سهند ولی زاده-فهیمة ولی زاده
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-عادل حسینی-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-مسعود درویشی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-رضا عباسی-اصل-احمدرضا فلاح-محمد کریمی-امیر وفائی
ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-عادل حسینی-مسعود درویشی-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-علی صادقی-محمد صحت کار-عزیزاله علی اصغری-احمدرضا فلاح-نیلوفر مهدوی-مجید نیکنام
فیزیک	شهرام احمدی-دارانی-خسرو ارغوانی-فرد-بابک اسلامی-مهدی آذرنسب-زهره آقامحمدی-مهدی براتی-بیتا خورشید-میثم دشتیان-محمدعلی راست پیمان-فرشید رسولی-سیوان سعیدی-امیررضا صدریکتا-سعید طاهری-پروچنی-یاسر علیلو-علی قائمی-مسعود قره خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-محمدصادق مام سیده-غلامرضا محبی-احسان محمدی-حسین مخدومی-محمود منصوری-سعید نصیری-شادمان ویسی
شیمی	بیژن باغبان زاده-علی بیرفتی-محمدرضا پورچاوید-حامد پویان نظر-بهزاد تقی زاده-کامران جعفری-امیر حاتمیان پیمان خواجوی مجد-موسی خیاط علی محمدی-صادق درتومیان-حمید ذبحی-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی-امیرحسین طیبی-رسول عابدینی زواره-محمدپارسا فراهانی-محمد فلاح نژاد-فاضل قهرمانی-فرد-علیرضا کیانی دوست

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی ارجمند علی سرآبادانی	علی محمدزاده شبستری	علی محمدزاده شبستری	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
	ویراستار استاد: فرشاد حسن زاده	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیززی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل ارجمندی	سمیه اسکندری

### گروه هنر و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات: صفحه‌های ۱۳ تا ۳۴ / ریاضی ۱: مثلثات: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶ / حسابان ۱: مثلثات: صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۹

۱- باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x) = x^3 - ax + b$  بر چندجمله‌ای  $x^2 - 1$  عدد حقیقی  $r$  است. مقدار  $a$  کدام است؟

(۱)  $-1$  (۲)  $r$

(۳)  $1$  (۴)  $-r$

۲- به ازای  $m \in [a, b]$  تابع  $f(x) = \begin{cases} 2 & ; x < 1 \\ (m-2)x - 2m & ; x \geq 1 \end{cases}$  روی دامنه‌اش یکنواست. بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

(۱)  $1$  (۲)  $2$

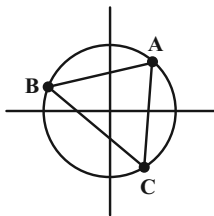
(۳)  $5$  (۴)  $6$

۳- اگر  $f(x) = 2 - \sqrt{x-1}$ ، مجموعه جواب‌های نامعادله  $(f \circ f)(x) > f(x+2)$  کدام است؟

(۱)  $(1, +\infty)$  (۲)  $[2, 3]$

(۳)  $[1, 2]$  (۴)  $[3, +\infty)$

۴- در دایره مثلثاتی زیر، طول نقطه  $A$  با عرض نقطه  $B$  برابر است. اگر  $BC = \sqrt{3}$  باشد، زاویه  $A$  چند درجه است؟



(۱)  $45^\circ$

(۲)  $75^\circ$

(۳)  $50^\circ$

(۴)  $60^\circ$

۵- زاویه  $\theta$  کدام می‌تواند باشد تا رابطه  $\frac{\cos \theta}{\sqrt{\theta \sin \theta}} < 0$  برقرار شود؟

(۱)  $-645^\circ$  (۲)  $485^\circ$

(۳)  $-545^\circ$  (۴)  $940^\circ$

۶- اگر رابطه  $2 = \sin \alpha \cos \alpha - \cos^2 \alpha - 3 \sin^2 \alpha$  برقرار باشد، حاصل  $\tan \alpha - 3 \cot \alpha$  کدام است؟

(۱)  $1$  (۲)  $\sqrt{13}$

(۳)  $-\sqrt{13}$  (۴)  $-1$

محل انجام محاسبات

۷- اگر  $\frac{\tan 20^\circ + \cos 25^\circ}{\cos 65^\circ - \sin 70^\circ} = A$  باشد، مقدار  $\tan 20^\circ$  بر حسب  $A$  کدام است؟

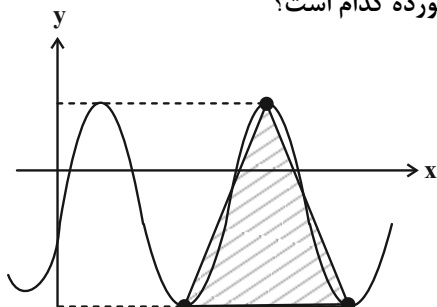
(۲)  $4\sqrt{A(A+1)}$

(۱)  $2\sqrt{A(A+1)}$

(۴)  $4A$

(۳)  $2A$

۸- نمودار تابع  $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) - 1$  در شکل زیر رسم شده است. مساحت مثلث هاشور خورده کدام است؟



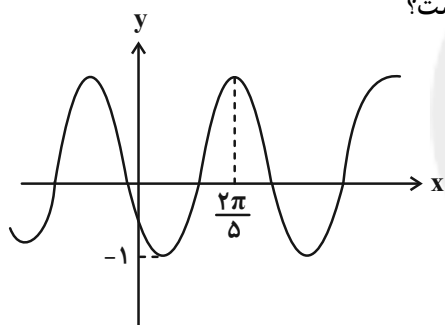
(۱) ۴۸

(۲) ۲۴

(۳) ۱۲

(۴) ۱۶

۹- نمودار تابع  $y = a - b \cos\left(bx - \frac{\pi}{5}\right)$  در شکل زیر رسم شده است. مقدار  $a$  کدام است؟



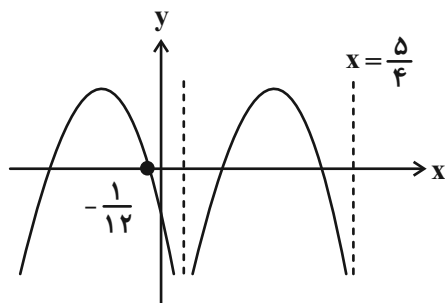
(۱)  $\frac{5}{2}$

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴)  $\frac{7}{5}$

۱۰- بخشی از نمودار تابع  $y = 1 - a \tan^2 \pi\left(bx + \frac{1}{4}\right)$  در شکل زیر رسم شده است. حاصل  $a + b$  کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۴

(۳) ۱

(۴) ۲

ریاضی ۱: مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۱ تا ۲۷ و ۴۷ تا ۶۷ / حسابان ۱: جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۶ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۱۱- اجتماع دو بازه  $A = (-a, 2a)$  و  $B = (-3, a-2)$ ، یک بازه است. حدود  $a$  کدام است؟

(۱)  $(1, +\infty)$  (۲)  $(0, 2)$

(۳)  $(2, +\infty)$  (۴)  $(0, 1)$

۱۲- از تساوی  $\frac{27^n \times (\frac{1}{6})^{\frac{5}{3}}}{12^m \times (\frac{2}{3})^{\frac{7}{6}}} = 2\sqrt{2}$  مقدار  $n$  کدام به دست می‌آید؟

(۱)  $-\frac{13}{6}$  (۲)  $-\frac{4}{3}$

(۳)  $-\frac{11}{18}$  (۴)  $-\frac{5}{9}$

۱۳- حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{8-2\sqrt{2}}}{\sqrt{4-\sqrt{14}}} - \sqrt{9-4\sqrt{2}}$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{7}$  (۲)  $\sqrt{7} - 4\sqrt{2}$

(۳)  $\sqrt{7} + 4\sqrt{2}$  (۴)  $2 + \sqrt{7}$

۱۴- در تجزیه کدام عبارت، عامل  $x^2 + 4x + 8$  وجود دارد؟

(۱)  $x^3 - 64$  (۲)  $x^4 + 64$

(۳)  $x^3 + 64$  (۴)  $x^4 - 64$

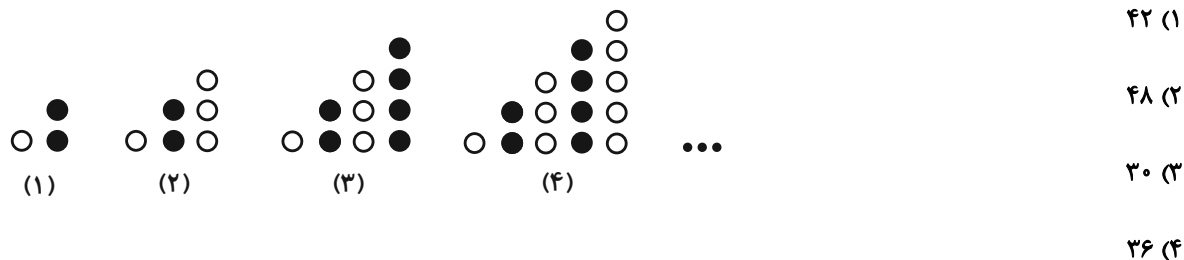
۱۵- اگر  $a - b = 1$  و  $a^3 - b^3 = 2$  باشد، حاصل  $a^4 - b^4$  چند برابر  $\sqrt{21}$  می‌تواند باشد؟

(۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{7}{3}$

(۳)  $\frac{5}{9}$  (۴)  $\frac{25}{9}$

محل انجام محاسبات

۱۶- با توجه به الگوی شکل‌های زیر، تعداد دایره‌های سفید شکل دهم کدام است؟



۱۷- دنباله هندسی ... ,  $\frac{1}{4\sqrt{2}}$  ,  $\frac{1}{8}$  چند جمله کمتر از ۴ دارد؟

- ۹ (۱)  
 ۱۰ (۲)  
 ۱۱ (۳)  
 ۱۲ (۴)

۱۸- در یک دنباله حسابی جمله‌های سوم و هشتم قرینه یکدیگر هستند. مجموع چند جمله اول این دنباله صفر است؟

- ۹ (۱)  
 ۱۰ (۲)  
 ۱۱ (۳)  
 ۱۲ (۴)

۱۹- حداقل چند جمله اول دنباله حسابی ... ,  $\frac{5}{6}$  ,  $\frac{1}{4}$  را با هم جمع کنیم تا حاصل از ۱۷۰۰ بیشتر شود؟

- ۹۹ (۱)  
 ۱۰۰ (۲)  
 ۱۰۱ (۳)  
 ۱۰۲ (۴)

۲۰- جمله‌های دوم و سوم و دو برابر جمله چهارم از یک دنباله حسابی غیر ثابت، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند.

مجموع مقادیر قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- ۴ (۱)  
 ۸ (۲)  
 ۳ (۴)  
 ۶ (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۱

۲۱- اگر دستگاه  $\begin{cases} 2mx + 2y = n + 1 \\ 2x + 2my = n + 1 \end{cases}$  جواب نداشته باشد، دستگاه  $\begin{cases} 3x + my = 0 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$  چند جواب دارد؟

(۲) ۱

(۱) هیچ

(۴) وابسته به  $n$  است.

(۳) بی‌شمار

۲۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & -2 \end{bmatrix}$  و  $I$  ماتریس همانی باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $(I + A)^{-1} A$  کدام است؟

(۲) ۱

(۱) -۱

(۴) -۲

(۳) ۲

۲۳- دستگاه معادلات  $\begin{cases} 2x - y = -4 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$  را به صورت  $AX = B$  نمایش می‌دهیم. کدام رابطه درست است؟

$$A^{-1} = \frac{6}{11}I - \frac{1}{11}A \quad (۲)$$

$$A^{-1} = \frac{2}{11}I - \frac{3}{11}A \quad (۱)$$

$$A^{-1} = -\frac{4}{11}I + \frac{5}{11}A \quad (۴)$$

$$A^{-1} = -\frac{4}{11}I - \frac{5}{11}A \quad (۳)$$

۲۴- معادله  $\begin{vmatrix} x & -1 & 1 \\ x^2 & 1 & -1 \\ x & x^2 & x \end{vmatrix} = 0$  چند جواب حقیقی متمایز دارد؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۲۵- اگر دستگاه معادلات  $\begin{cases} kx + (1 - 2k)y = a \\ -(k + 2)x + 3ky = b \end{cases}$  بی‌شمار جواب داشته باشد، بزرگ‌ترین مقدار  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

(۲)  $-\frac{1}{2}$ (۱)  $-\frac{1}{3}$ (۴)  $\frac{1}{3}$ (۳)  $\frac{1}{2}$ 

محل انجام محاسبات

۲۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$  باشد و ماتریس  $X$  در رابطه ماتریسی  $\begin{bmatrix} |A| & -|A| \\ 0 & |A| \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  صدق کند، مجموع درایه‌های ماتریس  $X$

کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{8}$

(۳)  $\frac{17}{8}$

۲۷- اگر  $2A^{-1} = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $|A| < 0$  باشد، آن‌گاه  $|A+I|$  کدام است؟

(۱) -۲۱

(۳) -۳

۲۸- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی مرتبه ۳ بوده و  $\frac{3}{4}A = 3I - 6A^{-1}$  باشد، دترمینان ماتریس  $A$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{8}$

(۳) ۸

۲۹- اگر  $A^2 = 5I$  باشد، حاصل  $A(A-2I)^{-1}$  کدام است؟

(۱)  $2A + 5I$

(۳)  $3A - 4I$

۳۰- از رابطه ماتریسی  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس  $A$  کدام است؟

(۱) ۲

(۳) ۴

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۲۵

۳۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟ ( $m, n \in \mathbb{N}, a, b \in \mathbb{Z}$ )

\* اگر  $a|b$  آنگاه  $a^m|b^n$

\* اگر  $a-b|a$  آنگاه  $(a-b)^2|a^2b^2$

\* به ازای ۶۰ مقدار طبیعی دو رقمی  $n$ ، حاصل  $\frac{n^2(n+1)^2}{9}$  زوج است.

۱ (۲)	صفر (۱)
-------	---------

۳ (۴)	۲ (۳)
-------	-------

۳۲- در یک تقسیم، مقسوم ۱۴۲ واحد بیشتر از مقسوم علیه است و باقی مانده ۱۲ می‌باشد. تفاضل حداکثر و حداقل خارج قسمت

کدام است؟

۹ (۲)	۸ (۱)
-------	-------

۱۲ (۴)	۱۰ (۳)
--------	--------

۳۳- اگر کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد  $5n+2$  و  $7n+3$  و  $n \in \mathbb{N}$  در تقسیم بر ۷ باقی مانده ۳ داشته باشد. چند مقدار دورقمی برای  $n$  وجود دارد؟

۱۱ (۲)	۱۰ (۱)
--------	--------

۱۳ (۴)	۱۲ (۳)
--------	--------

۳۴- دو عدد ۲۰۰ و ۹۸ به پیمانانه  $m$  هم‌نهشت هستند. اگر  $m$  عددی اول و دو رقمی باشد، آنگاه حاصل جمع ارقام کوچک‌ترین عدد سهرقمی که با عدد ۲۸ به پیمانانه  $m$  هم‌نهشت باشد، کدام است؟

۶ (۲)	۵ (۱)
-------	-------

۸ (۴)	۷ (۳)
-------	-------

۳۵- اگر بیستم مرداد یک سال شمسی پنج‌شنبه باشد. آنگاه سومین پنج‌شنبه خرداد چه تاریخی است؟

۲۰ خرداد (۲)	۱۹ خرداد (۱)
--------------	--------------

۲۱ خرداد (۴)	۱۸ خرداد (۳)
--------------	--------------

محل انجام محاسبات



۳۶- اگر عدد  $14 - 17x - 6x^2$  مضرب ۱۱ باشد. مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار دو رقمی  $x$  کدام است؟

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

۹ (۴)

۵ (۳)

۳۷- تعداد اعداد دو رقمی  $a$  به طوری که  $27^a \equiv 1 \pmod{19}$  کدام است؟

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

۳۰ (۴)

۲۸ (۳)

۳۸- اگر  $x = 14^{31} - 13^{31} - 12^{31}$  در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد  $x^2 - 1$  بر عدد ۱۸۲ کدام است؟

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۸۱ (۴)

۱۸۰ (۳)

۳۹- از رابطه هم‌نهستی  $20a \equiv 24b \pmod{12}$  کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

 $5a \equiv 6b \pmod{3}$  (۲)

 $a^2 \equiv 0 \pmod{3}$  (۱)

 $a \equiv 0 \pmod{6}$  (۴)

 $8a \equiv 0 \pmod{12}$  (۳)

۴۰- اگر  $A = 2! + 4! + 6! + \dots + 1402!$  و  $B = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 1401!$  باشد. رقم یکان  $(A^2 + AB + B^2)^{A-B}$  کدام است؟

۳ (۲)

۱ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: چند ضلعی‌ها: صفحه‌های ۵۳ تا ۷۳

۴۱- یک ضلعی محدب دارای دو زاویه  $120^\circ$  است و سایر زوایای آن همگی برابر  $150^\circ$  هستند. از هر رأس این  $n$  ضلعی محدب، چند قطر می‌گذرد؟

- ۷ (۱)      ۸ (۲)      ۹ (۳)      ۱۰ (۴)

۴۲- نقطه  $M$  نقطه‌ای دلخواه درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع به مساحت  $27\sqrt{3}$  است. اگر مجموع فاصله‌های نقطه  $M$  از دو ضلع این مثلث برابر ۳ واحد باشد، فاصله نقطه  $M$  از ضلع سوم این مثلث کدام است؟

- ۱ (۱)       $1/5$  (۲)      ۳ (۳)      ۶ (۴)

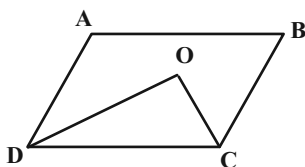
۴۳- در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، میانه‌ها یکدیگر را در نقطه  $G$  قطع کرده‌اند. اگر مساحت مثلث  $GAB$  برابر ۶ واحد مربع باشد، طول میانه  $AM$  در این مثلث کدام است؟

- ۳ (۱)       $3\sqrt{2}$  (۲)       $3\sqrt{3}$  (۳)      ۶ (۴)

۴۴- مساحت یک دوزنقه متساوی‌الساقین ۶۰ واحد مربع است. اگر طول قاعده کوچک و ارتفاع دوزنقه به ترتیب برابر ۱۰ و ۵ باشد، طول قطر دوزنقه کدام است؟

- ۱۲ (۱)      ۱۳ (۲)      ۱۵ (۳)      ۱۶ (۴)

۴۵- در شکل زیر  $AB = 12$ ،  $BC = 8$  و  $\hat{B} = 30^\circ$  است. اگر  $CO$  و  $DO$  نیمسازهای دو زاویه  $C$  و  $D$  باشند، مساحت مثلث  $COD$  کدام است؟



۱۸ (۱)

۲۴ (۲)

۳۶ (۳)

۴۸ (۴)

محل انجام محاسبات

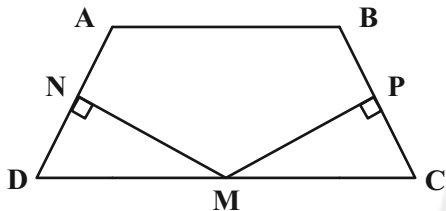
۴۶- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۵ است. اختلاف بین حداکثر و حداقل مقدار ممکن برای مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی این چندضلعی کدام است؟

- (۴) ۵                      (۳) ۴                      (۲) ۳                      (۱) ۲

۴۷- در مثلث  $ABC$ ، دو میانه  $AM$  و  $BN$  برهم عمود هستند. اگر  $AM = 9$  و  $S_{ABC} = 36$  باشد، طول ارتفاع وارد بر ضلع  $BC$  در این مثلث کدام است؟

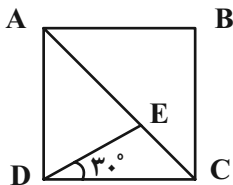
- (۴)  $7/2$                       (۳) ۶                      (۲)  $4/8$                       (۱)  $3/6$

۴۸- در شکل زیر از نقطه  $M$  وسط قاعده  $CD$  در دوزنقه متساوی الساقین  $ABCD$ ، دو عمود  $MN$  و  $MP$  بر دو ساق دوزنقه رسم کرده‌ایم. اگر طول قاعده‌های دوزنقه ۱۶ و ۲۴ و طول ساق آن برابر ۵ باشد، مجموع طول‌های دو پاره‌خط  $MN$  و  $MP$  کدام است؟



- (۱)  $12/8$   
(۲)  $14/4$   
(۳) ۱۵  
(۴) ۱۶

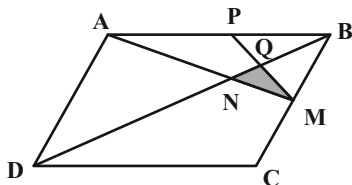
۴۹- در شکل زیر چهارضلعی  $ABCD$  مربع و  $\widehat{CDE} = 30^\circ$  است. طول پاره‌خط  $CE$  چه کسری از طول قطر مربع است؟



- (۲)  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$   
(۴)  $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

- (۱)  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$   
(۳)  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

۵۰- در شکل زیر، نقاط  $M$  و  $P$  به ترتیب وسط اضلاع  $BC$  و  $AB$  هستند. مساحت مثلث  $MNQ$  چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  است؟



- (۱)  $\frac{1}{36}$   
(۲)  $\frac{1}{40}$   
(۳)  $\frac{1}{48}$   
(۴)  $\frac{1}{54}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۳ تا ۵۶

پاسخگویی به سؤالات هندسه ۲ اختیاری است و در تراز کل بی‌تأثیر است.

۵۱- در بازتاب پاره‌خط  $AB$  نسبت به خط  $d$ ، در چه تعداد از حالت‌های زیر، شیب پاره‌خط الزاماً حفظ نمی‌شود؟(الف) پاره‌خط  $AB$  بر خط  $d$  عمود باشد.(ب) نقاط  $A$  و  $B$  روی خط  $d$  باشند.(پ) نقاط  $A$  و  $B$  از خط  $d$  به یک فاصله باشند.

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۵۲- کدام یک از توابع زیر در صفحه شامل محورهای مختصات، یک تبدیل نیست؟

(۱) تابعی که هر نقطه را بر روی قرینه آن نقطه نسبت به مبدأ مختصات تصویر می‌کند.

(۲) تابعی که هر نقطه را بر روی قرینه آن نسبت به محور  $x$  تصویر می‌کند.

(۳) تابعی که هر نقطه را ۲ واحد در راستای عمودی به طرف بالا منتقل می‌کند.

(۴) تابعی که هر نقطه را بر روی پای عمود رسم شده از آن نقطه بر محور  $y$  تصویر می‌کند.۵۳- کدام یک از چندضلعی‌های زیر با دوران  $90^\circ$  حول مرکز تقارن آن‌ها، بر خودش منطبق نمی‌شود؟

(۱) مربع (۲) شش ضلعی منتظم

(۳) هشت ضلعی منتظم (۴) دوازده ضلعی منتظم

۵۴- دایره  $C'(O', R')$  مجانس دایره  $C(O, R)$  به مرکز  $A$  و نسبت  $k = -\frac{1}{2}$  است. اگر  $OA = 10$  باشد، طول مماس مشترک داخلی دودایره  $C$  و  $C'$  کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰

(۳)  $6\sqrt{3}$  (۴) ۱۲۵۵- مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) را حول رأس  $A$  و به اندازه  $90^\circ$  در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. اگر $AB = 2\sqrt{2}$ ،  $AC = 2\sqrt{7}$  و  $M$  وسط  $BC$  باشد، فاصله نقطه  $M$  از تصویر آن تحت این دوران کدام است؟(۱) ۳ (۲)  $3\sqrt{3}$ (۳)  $3\sqrt{2}$  (۴) ۶

محل انجام محاسبات

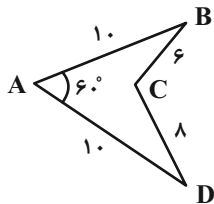
۵۶- اگر نقاط  $A'$  و  $A''$  مجانس مستقیم نقطه  $A$  به مرکز  $O$  و به ترتیب با نسبت‌های  $k_1$  و  $k_2$  باشند، نقطه  $A''$  مجانس نقطه  $A'$  به مرکز  $A$  و با کدام نسبت است؟ ( $k_1, k_2 > 1$ )

$$\begin{array}{ll} \frac{k_2}{k_1} \quad (2) & \frac{k_2 - 1}{k_1 - 1} \quad (1) \\ \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 \quad (4) & \frac{k_2 + 1}{k_1 + 1} \quad (3) \end{array}$$

۵۷- یک مثلث به مساحت ۵۴ را تحت برداری که ابتدای آن یک رأس مثلث و انتهای آن محل هم‌رسی میانه‌های مثلث است، انتقال می‌دهیم. مساحت ناحیه مشترک بین مثلث و تصویرش تحت این انتقال کدام است؟

$$\begin{array}{ll} 6 \quad (2) & 3 \quad (1) \\ 18 \quad (4) & 9 \quad (3) \end{array}$$

۵۸- می‌خواهیم بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع چهارضلعی  $ABCD$ ، مساحت آن را تا حد امکان افزایش دهیم. مساحت شکل جدید چقدر از مساحت شکل اولیه بیشتر است؟

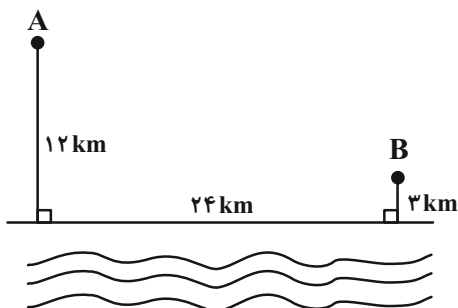


$$\begin{array}{ll} 16 \quad (1) & 24 \quad (2) \\ 32 \quad (3) & 48 \quad (4) \end{array}$$

۵۹- نقاط  $A(2,5)$  و  $B(3,1)$  در صفحهٔ محورهای مختصات مفروض‌اند. اگر  $M$  نقطهٔ دلخواهی روی محور  $y$ ها باشد، کم‌ترین مقدار  $MA + MB$  کدام است؟

$$\begin{array}{ll} \sqrt{31} \quad (2) & \sqrt{17} \quad (1) \\ \sqrt{51} \quad (4) & \sqrt{41} \quad (3) \end{array}$$

۶۰- در شکل زیر می‌خواهیم جاده‌ای از شهر  $A$  به شهر  $B$  بسازیم به طوری که ۴ کیلومتر از آن در کنار ساحل دریا باشد. طول کوتاه‌ترین جادهٔ ممکن چند کیلومتر است؟



$$\begin{array}{ll} 28 \quad (1) & 29 \quad (2) \\ 31 \quad (3) & 32 \quad (4) \end{array}$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۲۸

۶۱- بردار سرعت متحرکی که روی محور  $x$  در حرکت است، در لحظات  $t_1 = 4s$ ،  $t_2 = 10s$  و  $t_3 = 14s$  به ترتیب برابر با  $\vec{v}_1 = -8\vec{i} (m/s)$ ،  $\vec{v}_2 = 12\vec{i} (m/s)$  و  $\vec{v}_3 = 8\vec{i} (m/s)$  می‌باشد. بردار شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_3$  در SI کدام

است؟

(۲)  $1/6\vec{i}$

(۱) صفر

(۴)  $-1/6\vec{i}$

(۳)  $1/2\vec{i}$ 

۶۲- بر روی دو ریل موازی و مستقیم، دو قطار با طول‌های  $L_A = 210m$  و  $L_B = 240m$  و تندی‌های ثابت  $v_A = 14m/s$  و  $v_B = 16m/s$  در حال حرکت به سمت هم هستند. زمانی که دو قطار به یکدیگر می‌رسند، لوکوموتیوران قطار  $A$ ، چند ثانیه

قطار  $B$  را در کنار خود می‌بیند؟

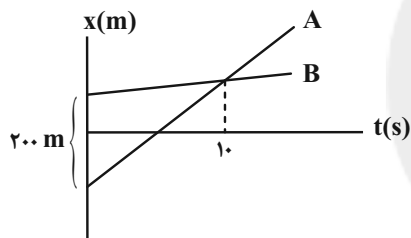
(۲) ۱۴

(۱) ۱۵

(۴) ۷

(۳) ۸

۶۳- شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  را که روی خطی راست حرکت می‌کنند، نشان می‌دهد. در حرکت این دو

متحرک، چند ثانیه فاصله آن‌ها از هم کمتر و یا مساوی با  $40m$  است؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۸

(۴) ۲

۶۴- معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، در SI به صورت  $x = 2t^2 - 4t + 2$  می‌باشد. اگر متحرک در لحظه

$t_1$  دوباره در مکان اولیه‌اش و در لحظه  $t_2$  در مبدأ مکان باشد، حاصل  $\frac{t_2}{t_1}$  کدام است؟

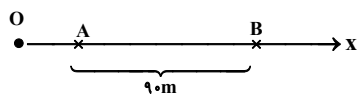
(۲)  $\frac{1}{2}$

(۱) ۲

(۴)  $\frac{1}{3}$

(۳) ۳

۶۵- مطابق شکل زیر، متحرکی که از نقطه  $O$  و از حال سکون با شتاب ثابت  $3 \frac{m}{s^2}$  روی محور  $x$  شروع به حرکت کرده است، فاصله



بین دو نقطه  $A$  و  $B$  را در مدت  $6s$  طی می‌کند. فاصله  $OA$  چند متر است؟

(۲) ۸

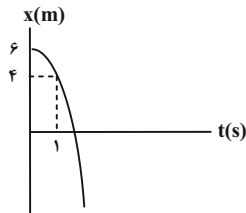
(۱) ۶

(۴) ۱۶

(۳) ۱۲

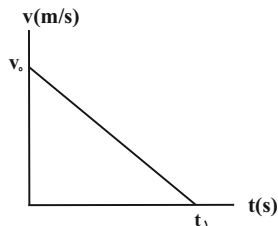
محل انجام محاسبات

۶۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می کند، به صورت سهمی شکل زیر است. تندی متحرک در لحظه عبور از مبدأ مکان چند برابر تندی آن در لحظه  $t = 1s$  است؟



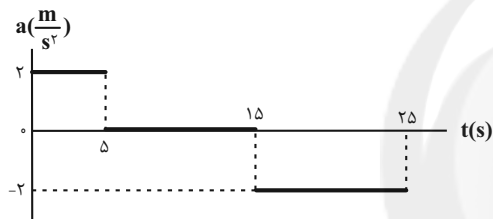
- (۱) ۲  
 (۲)  $\sqrt{3}$   
 (۳) ۱  
 (۴)  $2\sqrt{2}$

۶۷- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر اندازه جابه جایی این متحرک در دو ثانیه اول و دو ثانیه آخر حرکت به ترتیب برابر با  $54m$  و  $6m$  باشد،  $t_1$  چند ثانیه است؟



- (۱) ۶  
 (۲) ۸  
 (۳) ۱۰  
 (۴) ۱۲

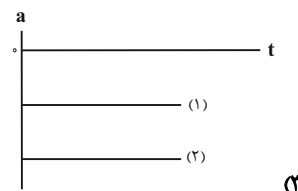
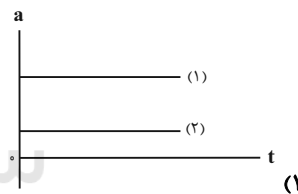
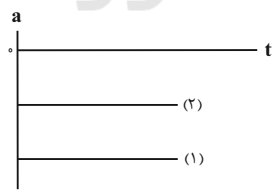
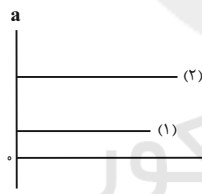
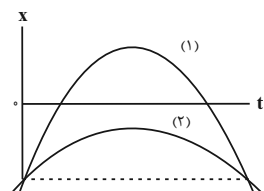
۶۸- نمودار شتاب - زمان متحرکی که با تندی اولیه  $72 \frac{km}{h}$  در جهت منفی محور  $x$  حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در مدت



۲۵ ثانیه اول حرکت، چند ثانیه نوع حرکت تندشونده است؟

- (۱) صفر  
 (۲) ۵  
 (۳) ۱۵  
 (۴) ۱۰

۶۹- نمودار مکان - زمان دو متحرک که با شتابهایی ثابت در مسیری مستقیم حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. نمودار شتاب - زمان این دو متحرک مطابق با کدام گزینه است؟



۷۰- در شرایط خلأ، گلوله ای از ارتفاع  $h$  از سطح زمین رها شده و با تندی  $v$  به سطح زمین می رسد. اگر سرعت متوسط گلوله در

بازه زمانی که تندی آن از صفر به  $\frac{2}{3}v$  می رسد، برابر با  $20 \frac{m}{s}$  باشد،  $h$  چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۸۰

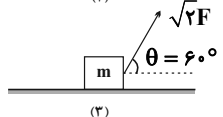
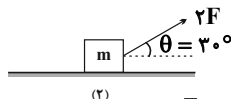
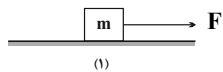
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۲ تا ۸۲

۷۱- تندی متحرکی که در حال حرکت روی خط راست است، از  $v$  به  $(v+5)$  می‌رسد. اگر انرژی جنبشی متحرک طی این مدت ۴۴ درصد افزایش یابد، تندی نهایی متحرک چند متر بر ثانیه است؟ (تمام اندازه‌ها در SI است.)

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۳۵

۷۲- در کدام گزینه کار انجام شده توسط نیروی وارد بر جسم‌های شکل زیر، طی یک جابه‌جایی معین و یکسان، به درستی مقایسه شده است؟



$$W_1 = W_2 = W_3 \quad (1)$$

$$W_3 > W_2 > W_1 \quad (2)$$

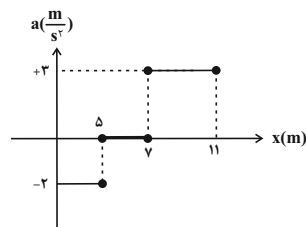
$$W_1 > W_2 > W_3 \quad (3)$$

$$W_2 > W_1 > W_3 \quad (4)$$

۷۳- جسمی به جرم  $2\text{kg}$  از ارتفاع ۵ متری سطح زمین با تندی اولیه در راستای قائم به پایین پرتاب می‌شود. اگر تا رسیدن به زمین،  $20\text{J}$  از انرژی اولیه جسم در اثر مقاومت هوا تلف شود، تغییرات انرژی جنبشی جسم چند ژول خواهد شد. ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)

- (۱) -۸۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۰۰ (۴) -۱۰۰

۷۴- نمودار شتاب - مکان جسمی به جرم  $2\text{kg}$  که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کار کل نیروهای وارد بر این جسم در جابه‌جایی از مکان  $x_1 = 7\text{m}$  تا  $x_2 = 11\text{m}$  چند ژول است؟



$$12 \quad (1)$$

$$18 \quad (2)$$

$$24 \quad (3)$$

$$36 \quad (4)$$

۷۵- در شکل زیر، انرژی پتانسیل گرانشی جسمی در سطح افقی A برابر با  $50\text{J}$  است. وقتی این جسم به سطح افقی B می‌رود، کار نیروی وزن برابر با  $45\text{J}$  و در سطح افقی C، انرژی پتانسیل گرانشی نسبت به سطح B به اندازه  $55\text{J}$  تغییر می‌کند. اگر جسم را از سطح C رها کنیم، انرژی جنبشی جسم در سطح A برابر با  $70\text{J}$  می‌شود. کار نیروی مقاومت طی جابه‌جایی جسم از سطح C تا سطح A چند ژول است؟

\_\_\_\_\_ C

$$-25 \quad (1)$$

$\vec{g} \downarrow$  \_\_\_\_\_ B

$$-35 \quad (2)$$

\_\_\_\_\_ A

$$-45 \quad (3)$$

$$-75 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۷۶- در شرایط خلأ، جسمی به جرم  $2/5 \text{ kg}$  از بالای ساختمانی به ارتفاع  $h$  رها می‌شود. اگر پس از طی ۲۰ درصد از مسیر، اندازه

اختلاف انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی جسم برابر با  $60 \text{ J}$  شود، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ) و سطح

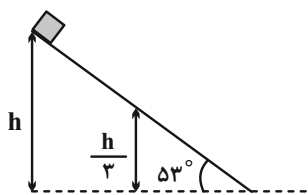
زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳)  $4/5$  (۴) ۶

۷۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $4 \text{ kg}$  را از بالای سطح شیب‌دار بدون اصطکاکی که با سطح افقی زاویه  $53^\circ$  می‌سازد، از ارتفاع

$h$  رها می‌کنیم. اگر تندی جسم در ارتفاع  $\frac{h}{3}$  از سطح افقی برابر با  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، انرژی پتانسیل گرانشی آن در بالای سطح

شیب‌دار چند ژول است؟ (سطح افقی به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود).



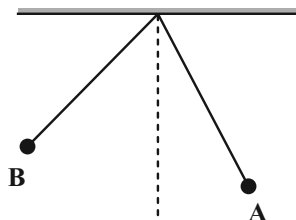
- (۱) ۴۰۰  
(۲) ۶۰۰  
(۳) ۳۰۰  
(۴) ۲۰۰

۷۸- تویی را با تندی  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم و توپ تا ارتفاع ۱۶ متری از سطح زمین بالا می‌رود. اگر

بزرگی نیروی مقاومت هوا در طول مسیر ثابت فرض شود، تندی توپ هنگام برخورد به زمین چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

- (۱)  $4\sqrt{15}$  (۲) ۲۰ (۳) ۱۶ (۴)  $8\sqrt{5}$

۷۹- شکل زیر، آونگی به طول  $L$  را در دو نقطه  $A$  و  $B$  نشان می‌دهد. چه تعداد از گزاره‌های زیر الزاماً صحیح است؟



(الف) در حرکت از نقطه  $A$  به نقطه  $B$ ، از اتلاف انرژی صرف‌نظر شده است.

(ب) در حرکت از نقطه  $A$  به نقطه  $B$ ، کاری که طناب انجام می‌دهد، صفر است.

(پ) در حرکت از نقطه  $A$  به نقطه  $B$ ، تندی گلوله در نقطه  $A$  حتماً مخالف صفر است.

(ت) تندی گلوله در نقطه  $B$  قطعاً صفر است.

(ث) امکان ندارد گلوله از نقطه  $A$  به نقطه  $B$  برود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۰- آسانسوری به جرم  $800 \text{ kg}$  می‌تواند با تندی ثابت،  $400 \text{ kg}$  بار را در مدت  $6 \text{ s}$  به اندازه  $10 \text{ m}$  بالا ببرد. اگر توان مصرفی این

آسانسور  $50 \text{ kW}$  باشد، بازده آن چند درصد است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

- (۱) ۲۰ (۲) ۸۰ (۳) ۶۰ (۴) ۴۰

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۵ تا ۶۶

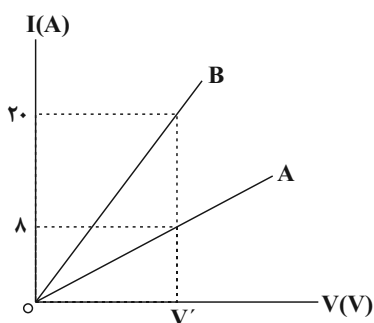
توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- بیشینه بار الکتریکی ذخیره شده در باتری یک گوشی همراه برابر با  $4000 \text{mAh}$  است. اگر این باتری جریان متوسط  $5 \times 10^4 \mu\text{A}$  را تولید کند، به ترتیب از راست به چپ چند دقیقه طول می کشد تا این باتری خالی شود و طی این مدت چند میکروکولن بار الکتریکی در مدار شارژ پیدا کرده است؟

- (۱)  $80, 14/4 \times 10^3$  (۲)  $4800, 14/4 \times 10^3$  (۳)  $80, 14/4 \times 10^9$  (۴)  $4800, 14/4 \times 10^9$

۸۲- نمودار جریان عبوری از دو مقاومت A و B بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آن ها مطابق شکل زیر است. مقاومت A چند برابر



مقاومت B است؟ (دما ثابت و یکسان است.)

(۱)  $\frac{2}{5}$

(۲)  $\frac{4}{5}$

(۳)  $\frac{5}{2}$

(۴)  $\frac{5}{4}$

۸۳- سیم رسانایی به اختلاف پتانسیل V وصل است و از آن جریان الکتریکی می گذرد. اگر اختلاف پتانسیل دو سر سیم ۴ ولت تغییر کند و جریان عبوری از سیم نصف شود V چند ولت است؟ (دما ثابت است.)

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۱۰

۸۴- دو سیم هم طول A و B در دماهای یکسانی در اختیار داریم، طوری که جرم و چگالی و مقاومت ویژه سیم A به ترتیب ۶،  $\frac{3}{4}$  و

۲ برابر جرم، چگالی و مقاومت ویژه سیم B است. اگر هر دو سیم را به اختلاف پتانسیل متصل کنیم، جریان عبوری از سیم A چند برابر جریان عبوری از سیم B خواهد بود؟

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

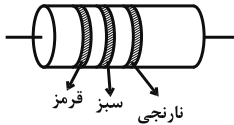
۸۵- دو سر یک رسانای فرضی به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل است. دمای رسانا را تقریباً چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا

مقاومت آن  $\frac{1}{9}$  برابر شود؟ (ضریب دمایی مقاومت ویژه این رسانا  $\text{K}^{-1} \frac{1}{300}$  است.)

- (۱) ۱۰ (۲)  $33/3$  (۳) ۲۰ (۴) ۱۱

محل انجام محاسبات

۸۶- با توجه به مقدار خطای اندازه‌گیری، مقدار مقاومت ترکیبی شکل زیر بر حسب کیلو اهم کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟



(قرمز  $\equiv ۲$ ، نارنجی  $\equiv ۳$ ، سبز  $\equiv ۵$ )

۳۱ (۲)

۱۹ (۱)

۲۵ (۴)

۲۸ (۳)

۸۷- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

الف) برای یک دیود جریان عبوری از آن همواره با اختلاف پتانسیل اعمال شده به دو سر آن رابطه خطی دارد.

ب) قانون اهم برای تمامی رساناهای غیرفلزی برقرار است.

پ) مقاومت یک رسانای اهمی در دمای ثابت با افزایش اختلاف پتانسیل اعمال شده به دو سر آن تغییر نمی‌کند.

ت) نمودار جریان عبوری بر حسب ولتاژ دو سر اغلب فلزات در دمای ثابت به صورت خطی است.

۳ (۴)

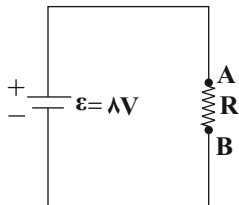
۴ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

۸۸- در مدار شکل زیر،  $۰/۵C$  بار الکتریکی در مقاومت  $R$ ، از نقطه ..... شارش می‌یابد و اندازه کاری که باتری بر روی بار

انجام می‌دهد ..... ژول است.



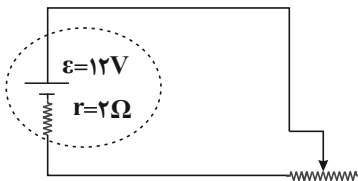
(۲) B به نقطه A، ۸

(۱) A به نقطه B، ۸

(۴) B به نقطه A، ۴

(۳) A به نقطه B، ۴

۸۹- در مدار شکل زیر، مقدار مقاومت رئوستا که در مدار قرار دارد، برابر با ۴ اهم است. اختلاف پتانسیل دو سر باتری چند ولت است؟



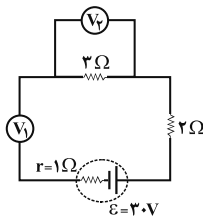
۱۲ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

۱۰ (۴)

۹۰- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج‌های آرمانی  $V_1$  و  $V_2$  به ترتیب از راست به چپ چه اعدادی را بر حسب ولت نشان می‌دهند؟



۱۸ و ۱۲ (۱)

۳۰ و صفر (۲)

۳۰ و ۳۰ (۳)

۱۵ و ۱۵ (۴)

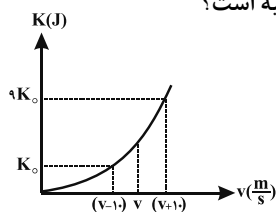
محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۲ تا ۸۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

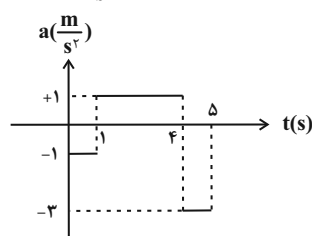
۹۱- نمودار انرژی جنبشی بر حسب تندی جسمی به جرم  $m$  مطابق شکل زیر است.  $v$  چند متر بر ثانیه است؟

۲/۵ (۱)

۱۲ (۲)

۵ (۳)

۲۰ (۴)

۹۲- نمودار شتاب - زمان متحرکی به جرم ۲ کیلوگرم که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر  $v_0 = 3 \frac{m}{s}$  باشد، کار برایند نیروهای وارد بر جسم در بازه زمانی ۳s تا ۵s چند ژول است؟

۵ (۱)

۱۲ (۲)

-۵ (۳)

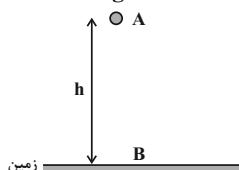
-۱۲ (۴)

۹۳- اگر معادله سرعت حرکت متحرکی که روی خطی راست در حال حرکت است، بر حسب زمان در SI به صورت  $v = 6t - 6$  باشد،

در کدام بازه زمانی زیر، کار نیروی خالص وارد بر متحرک بیشتر از بازه‌های زمانی دیگر است؟

(۱) ثانیه اول (۲) ثانیه دوم (۳) ثانیه سوم (۴) در هر سه بازه زمانی یکسان است.

۹۴- در شکل زیر، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در ابتدا روی سطح زمین در نظر گرفته شده است. اگر در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم

 $m$  را از ارتفاع  $h$  (نقطه A) رها کنیم، گلوله با تندی  $10 \frac{m}{s}$  به سطح زمین (نقطه B) می‌رسد. مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی راچند متر و به کدام سمت جابه‌جا کنیم تا اندازه انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در نقاط A و B یکسان باشد؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

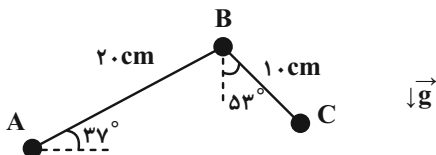
(۲) ۲/۵ متر به سمت بالا

(۱) ۲ متر به سمت بالا

(۴) ۲/۵ متر به سمت پایین

(۳) ۲ متر به سمت پایین

(مبدأ پتانسیل گرانشی)

۹۵- گلوله‌ای به جرم ۱kg روی مسیر ABC حرکت می‌کند. کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و $\sin 37^\circ = 0.6$ )

۰/۶ (۱)

-۱/۲ (۲)

-۰/۶ (۳)

۱/۸ (۴)

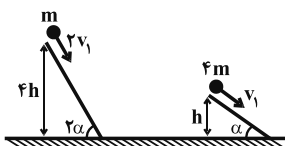
محل انجام محاسبات

۹۶- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از سطح زمین با تندی  $v$  در راستای قائم به بالا پرتاب می‌شود. در لحظه‌ای که تندی آن  $\frac{1}{4}v$  می‌شود، انرژی جنبشی آن چند برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن است؟ (سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود).

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

۹۷- مطابق شکل زیر، دو گلوله روی سطح بدون اصطکاک به سمت پایین پرتاب می‌شوند. تندی گلوله سنگین تر هنگام رسیدن به سطح زمین، چند برابر تندی گلوله سبک تر هنگام رسیدن به سطح زمین است؟



$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (4)$$

۹۸- در شرایط خلأ، جسمی به جرم  $m$  را از ارتفاع  $h$  رها می‌کنیم تا به زمین برسد. کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

(۱) تندی جسم هنگام برخورد با زمین با  $h$  متناسب است.

(۲) انرژی جنبشی جسم هنگام برخورد با زمین با  $h$  متناسب است.

(۳) انرژی جنبشی جسم هنگام برخورد با زمین از  $m$  مستقل است.

(۴) تندی جسم هنگام برخورد با زمین با  $m$  متناسب است.

۹۹- اگر جسمی به جرم  $2\text{kg}$  از ارتفاع دو متری از سطح زمین رها شود و با تندی  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به زمین برخورد کند، اندازه متوسط نیروی

مقاومت هوای وارد بر آن چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

$$12 \quad (2)$$

$$16 \quad (4)$$

۱۰۰- پمپ آبی در هر ساعت  $300$  متر مکعب آب را با تندی ثابت از انتهای چاهی به عمق  $18$  متر تا سطح زمین بالا می‌آورد. اگر بازده آن

$60\%$  درصد باشد، توان ورودی پمپ چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,  $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ )

$$18 \quad (2)$$

$$30 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۳۶

۱۰۱- رسانایی الکتریکی کدام محلول کمتر است؟ ( $H = 1, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$ )

(۱) محلول ۰/۰۵ مولار هیدروفلوئوریک اسید با درصد یونش ۲/۴

(۲) محلول  $6 \times 10^{-4}$  مولار HA با درجه یونش ۰/۵

(۳) محلولی به حجم ۱۰۰ میلی‌لیتر دارای ۱/۲۶ گرم نیتریک اسید

(۴) محلول  $2 \times 10^{-4}$  مولار هیدروکلریک اسید۱۰۲- ۵۰۰ میلی‌لیتر از محلول کلسیم هیدروکسید با  $pH = 10/3$  را با ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول نیتریک اسید با  $pH = 1/5$  در دمای $25^{\circ}C$  مخلوط کرده و سپس حجم مخلوط را با افزودن آب به یک لیتر رسانده‌ایم. برای خنثی کردن مخلوط حاصل به چند لیترمحلول باریم هیدروکسید با غلظت  $5 \times 10^{-4}$  مولار نیاز است؟ ( $\log 3 = 0/5, \log 2 = 0/3$ )

(۱) ۲/۹ (۲) ۵/۸ (۳) ۱۱/۶ (۴) ۱۴/۵

۱۰۳- به ۲ لیتر محلول ۰/۶ مولار باریم هیدروکسید، ۰/۵ لیتر محلول ۰/۲۱ جرمی نیتریک اسید با چگالی ۱/۵ گرم بر میلی‌لیتر، اضافه

می‌کنیم. pH محلول نهایی کدام است؟ ( $Ba = 137, O = 16, N = 14, H = 1 : g.mol^{-1}$ ) ( $\log 2 = 0/3$ )

(۱) ۱/۴ (۲) ۱/۷ (۳) ۱۲/۶ (۴) ۱۲/۳

۱۰۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• مخلوط «آب - وازلین» یک مخلوط ناهمگن و مخلوط «آب - وازلین - صابون» یک مخلوط همگن است.

• طبق نظریه آرنیوس، باز ماده‌ای است که در ساختار خود OH دارد و هنگام حل شدن در آب  $OH^{-}$  آزاد می‌کند.• رسانایی الکتریکی محلول پتاسیم هیدروکسید با  $pH = 11/3$  برابر رسانایی الکتریکی محلول هیدروکلریک اسید با  $pH = 2/7$  است. (در دمای اتاق)• خاصیت اسیدی و رسانایی الکتریکی محلول‌های حاصل از انحلال یک مول  $N_2O_5$  و یک مول  $NO_2$  درون یک لیتر آب، با هم برابر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۵- اگر درصد یونش باز ضعیف AOH برابر ۲۵٪ و درصد یونش باز ضعیف BOH برابر ۲۰٪ باشد، نسبت ثابت یونش به غلظت

اولیه در باز AOH، به تقریب چند برابر این نسبت در باز BOH می‌باشد؟

(۱) ۱/۵۶ (۲) ۰/۶۴ (۳) ۱/۶۷ (۴) ۰/۷۸

۱۰۶- ۳۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با  $pH = 2/7$  را با ۲۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با  $pH = 2/3$  مخلوط

می‌کنیم. pH محلول نهایی کدام است و اگر ۱۰ میلی‌لیتر از محلول نهایی را به مقدار کافی نقره نیترات اضافه کنیم، جرم رسوب

تولید شده چند میلی‌گرم خواهد بود؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید)

( $\log 2 = 0/3$ ) ( $N = 14, O = 16, Ag = 108, Cl = 35/5 : g.mol^{-1}$ )

(۱) ۴/۵۹۲ - ۲/۵ (۲) ۲/۲۹۶ - ۲/۴ (۳) ۴/۵۹۲ - ۲/۴ (۴) ۲/۲۹۶ - ۲/۵

محل انجام محاسبات

اسید	$K_a$ (mol.L <sup>-1</sup> )
HA	$2/5 \times 10^{-4}$
HB	$5/5 \times 10^{-3}$
HC	$9/5 \times 10^{-4}$

۱۰۷- با توجه به جدول داده شده کدام مطلب درست است؟

(۱) در شرایط یکسان قدرت اسیدی HC از دو اسید دیگر بیشتر است.

(۲) با افزایش غلظت در دمای معین، قدرت اسیدی HB افزایش می‌یابد.

(۳) اگر دو محلول HA و HB در دمای معین pH یکسانی داشته باشند، می‌توان نتیجه گرفت که اسید HA غلظت بیشتری دارد.

(۴) در محلول HA غلظت یون‌های H<sup>+</sup> و A<sup>-</sup> بیشتر از غلظت مولکول‌های اسید یونیده نشده است.

۱۰۸- اگر در یک محلول با غلظت ۳۶ppm از اسید آلی (RCOOH ( $K_a = 3 \times 10^{-5}$  mol.L<sup>-1</sup>))، مجموع شمار ذرات یونیده نشده، ۲ برابر مجموع شمار ذرات حاصل از یونش باشد؛ در ساختار این اسید آلی چند جفت الکترون پیوندی یافت می‌شود؟ (گروه R را

یک زنجیر هیدروکربنی سیرشده و چگالی محلول اسید را ۱g.mL<sup>-1</sup> در نظر بگیرید؛ (O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱: g.mol<sup>-1</sup>)

(۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۱ (۴) ۱۴

۱۰۹- یک شربت ضد اسید دارای ۲/۱ درصد جرمی سدیم هیدروژن کربنات و ۱/۳ درصد جرمی آلومینیم هیدروکسید است؛ ۴ گرم از این شربت ضد اسید، چند میلی‌لیتر شیرۀ معده با pH = ۱/۷ را به طور کامل خنثی می‌کند؟ (log ۲ = ۰/۳)

(Al = ۲۷, Na = ۲۳, O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱: g.mol<sup>-1</sup>)

NaHCO<sub>۳</sub>(aq) + HCl(aq) → NaCl(aq) + CO<sub>۲</sub>(g) + H<sub>۲</sub>O(l) (معادله واکنش‌ها موازنه شود.)

Al(OH)<sub>۳</sub>(aq) + HCl(aq) → AlCl<sub>۳</sub>(aq) + H<sub>۲</sub>O(l)

(۱) ۳۷/۵ (۲) ۷۵ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۵۰

۱۱۰- مقدار m گرم فلز منیزیم را به هریک از محلول‌های یک مولار HX و محلول یک مولار HA می‌افزاییم. چه تعداد از

عبارت‌های زیر درباره واکنش فلز منیزیم با این دو اسید درست است؟ (HX: اسید قوی HA: اسید ضعیف) (در انتهای واکنش در هر دو ظرف مقداری منیزیم به صورت مصرف نشده باقی می‌ماند.)

- سرعت واکنش منیزیم با محلول HX بیشتر از محلول HA است.

- حجم گاز هیدروژن تولید شده در هر دو واکنش برابر است.

- مول منیزیم مصرف شده در واحد زمان در هر دو واکنش برابر است.

- با انجام واکنش در محلول HX، با پیشرفت واکنش رسانایی الکتریکی محلول افزایش می‌یابد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: ردیای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۳ تا ۸۴

- ۱۱۱- چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ( $Ag = 108, S = 32 : g.mol^{-1}$ )
- \* رنگ شعله حاصل از سوختن گوگرد با رنگ شعله حاصل از سوختن نایس گاز شهری، مشابه است.
  - \* آهک برخلاف گازی که عامل رنگ قهوه‌ای هوای آلوده کلان‌شهرهاست؛ با حل شدن در آب، pH آن را بالا می‌برد.
  - \* مجموع ضرایب مواد فراورده پس از موازنه واکنش زیر با عدد اتمی سبک‌ترین فلز دوره چهارم برابر است.
- $$H_2SO_4 + KMnO_4 + C_2H_2O_4 \rightarrow H_2O + CO_2 + K_2SO_4 + MnSO_4$$
- \* نماد  $\xrightarrow{P=25atm, Pb(s)}$  نشان‌دهنده این است که واکنش در فشار ۲۵ اتمسفر و در حضور فلز پالادیم به عنوان کاتالیزگر انجام می‌شود.
- \* در واکنش فلز نقره با گوگرد، با مصرف هر مول فلز نقره، ۲۴۸ گرم فراورده تولید می‌شود.
- (۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک
- ۱۱۲- کدام مطلب، درست است؟ ( $O = 16, He = 4 : g.mol^{-1}$ )
- (۱) حضور گاز اوزون در لایه استراتوسفر، مانع ورود همه پرتوهای فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شود.
  - (۲) هنگام سرد کردن مخلوط گازی اکسیژن و اوزون، اکسیژن زودتر مایع می‌شود.
  - (۳) چگالی گاز اوزون از چگالی گاز اکسیژن (در شرایط یکسان) بیشتر است.
  - (۴) جرم ۱۱/۲ لیتر گاز اوزون در شرایط STP، ۳ برابر جرم ۲۲/۴ لیتر گاز هلیوم است.
- ۱۱۳- یک نمونه ۲۵۰ گرمی از کلسیم کربنات بر اساس معادله:  $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$  تجزیه می‌شود. پس از کامل شدن واکنش، چند مولکول تولید می‌شود؟ ( $Ca = 40, O = 16, C = 12 : g.mol^{-1}$ )
- (۱)  $3/01 \times 10^{24}$  (۲)  $30/1 \times 10^{24}$  (۳)  $1/505 \times 10^{24}$  (۴)  $15/05 \times 10^{24}$
- ۱۱۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر، جمله داده شده را به درستی کامل می‌کند؟
- «شمار الکترون‌های پیوندی .....، .....، شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی ..... است.»
- (I)  $SO_2$ ، برابر، NOCl (II)  $SO_2Cl_2$ ، نصف،  $SO_2Cl_2$
- (III) CO، کمتر از،  $COF_2$  (IV)  $POCl_3$ ،  $\frac{2}{3}$  برابر،  $O_3$
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۱۱۵- جدول زیر داده‌هایی را درباره خودروهای یک کشور توسعه یافته نشان می‌دهد؛ اگر یک خودرو هر ماه به طور میانگین ۱۵۰۰ کیلومتر مسافت طی کند و این خودرو در مدت یکسال ۵۴ کیلومول گاز  $CO_2$  تولید کرده باشد، این خودرو کدام برجسب را دریافت می‌کند و برای از بین بردن ردیای کربن دی‌اکسید تولید شده توسط این خودرو طی یک سال، حداقل به چند تنومند نیاز است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید، هر درخت تنومند سالانه حدود ۵۰ کیلوگرم  $CO_2$  را مصرف می‌کند؛  $C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$ )
- | برجسب آلاینده‌ی خودرو | گستره انتشار گاز کربن‌دی‌اکسید (گرم) به ازای طی یک کیلومتر |
|-----------------------|--|
| A                     | کمتر از ۱۲۰  |
| B                     | ۱۲۰ - ۱۴۰  |
| C                     | ۱۴۰ - ۱۵۵  |
| D                     | ۱۵۵ - ۱۷۰  |
| E                     | ۱۷۰ - ۱۹۰  |
| F                     | ۱۹۰ - ۲۲۵  |
| G                     | بیشتر از ۲۲۵   |
- (۱) B, ۴۶ (۲) B, ۴۸ (۳) C, ۴۶ (۴) C, ۴۸

محل انجام محاسبات



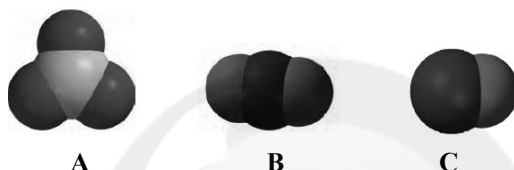
۱۱۶- آرایش الکترونی یونهای  $X^{3+}$  و  $Y^+$  به ترتیب به  $2p^6$  و  $3d^{10}$  ختم می‌شود. کدام گزینه نادرست است؟  
 (۱) عنصر X در طبیعت به شکل بوکسیت ( $X_2O_3$  به همراه ناخالصی) یافت می‌شود.

- (۲) عنصری که در جدول تناوبی پایین عنصر X قرار گرفته است، در ترکیبات خود تنها یک نوع یون پایدار تشکیل می‌دهد.  
 (۳) اگر اختلاف عدد اتمی عناصر X و Y برابر عدد اتمی عنصر Z باشد؛ دو اکسید  $ZO_2$  و  $ZO_3$  از این عنصر یافت می‌شود.  
 (۴) حداکثر نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در هر واحد فرمولی از سولفید و نیتريد عنصر Y به ترتیب ۲ و ۱/۵ است.

۱۱۷- نسبت حجمی اجزای یک مخلوط گازی بصورت  $\frac{1}{4}$  نیتروژن،  $\frac{1}{4}$  اکسیژن،  $\frac{1}{5}$  آرگون و  $\frac{1}{8}$   $CO_2$  است. اگر بقیه آن گاز کربن مونوکسید باشد، درصد حجمی کربن مونوکسید در این مخلوط گازی کدام است و چنانچه در شرایط مناسب گاز کربن مونوکسید بطور کامل با گاز اکسیژن موجود در مخلوط واکنش دهد، درصد حجمی کربن دی‌اکسید در مخلوط گازی حاصل به تقریب به چند درصد می‌رسد؟

- (۱)  $32/8, 17/5$  (۲)  $20, 12/5$  (۳)  $20, 17/5$  (۴)  $32/8, 12/5$

۱۱۸- با توجه به مدل فضا پر کن مولکول‌های A، B و C کدام عبارت‌ها صحیح است؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید.)



(آ) A را می‌توان به گوگردتری‌اکسید نسبت داد که در این مولکول چهار پیوند کووالانسی وجود دارد.

(ب) B را می‌توان به مولکولی نسبت داد که شماره گروه اتم مرکزی در آن ۲ واحد کمتر از شماره گروه اتم‌های کناری است.

(پ) C را می‌توان به سدیم کلرید نسبت داد که در آن سدیم به آرایش گاز نجیب پیش از خود رسیده است.

(ت) B می‌تواند مربوط به مولکول  $N_2O$  باشد که در مجموع دارای ۴ جفت الکترون ناپیوندی است.

- (۱) آ، ب (۲) پ، ت (۳) آ، ب، پ (۴) ب، ت

۱۱۹- یک واحد صنعتی برای تأمین برق مورد نیاز خود از چهار منبع استفاده می‌کند. اگر ۵۰ درصد انرژی الکتریکی مورد نیاز از طریق نفت خام، ۱۰ درصد از طریق زغال‌سنگ، ۱۰ درصد از طریق گاز طبیعی و بقیه از طریق انرژی خورشید تأمین شود و این واحد صنعتی ماهیانه به  $400 \text{ kWh}$  برق نیاز داشته باشد، برای پاک‌سازی  $CO_2$  حاصل از مصرف این منابع در یک سال حداقل به چند تنومند نیاز است؟ (فرض کنید هر درخت تنومند سالانه  $50 \text{ kg}$  کربن دی‌اکسید جذب می‌کند و  $y$  برق مصرفی در ماه بر حسب  $\text{kWh}$  است.)

منبع تولید برق	$CO_2$ تولید شده در ماه (kg)
زغال‌سنگ	$0.9 \times y$
گاز طبیعی	$0.36 \times y$
نفت خام	$0.7 \times y$
انرژی خورشید	$0.05 \times y$

- (۱) ۴۸ (۲) ۶۳ (۳) ۸۶ (۴) ۹۸

۱۲۰-  $8/4$  گرم گاز نیتروژن با مقدار کافی گاز هیدروژن به طور کامل واکنش داده و آمونیاک تولید می‌کند. اگر فرآورده حاصل را بسوزانیم، حجم فرآورده‌های گازی موجود در ظرف در شرایط STP به چند لیتر می‌رسد؟ ( $N = 14 \text{ g.mol}^{-1}$ )

(معادله موازنه شود،)  $(NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + H_2O(l))$

- (۱)  $11/2$  (۲)  $13/44$  (۳)  $8/96$  (۴)  $44/8$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: «در پی غذای سالم»: صفحه‌های ۴۹ تا ۶۳

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) و شیمی ۱ (۱۳۱ تا ۱۴۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست بیان شده است؟

- الف) پس از افطار کمی احساس سرما می‌کنیم، زیرا هضم مواد غذایی به انرژی نیاز دارد.  
 ب) تنها راه آزاد شدن انرژی موادی مانند الکل و بنزین، سوزاندن آن‌هاست و مقدار انرژی آزاد شده به مقدار ماده مصرفی بستگی دارد.  
 پ) میزان انرژی هر ماده غذایی به جرم آن بستگی دارد که با سوختن آن بخشی از این انرژی آزاد می‌شود.  
 ت) هنگامی که قند خون پایین باشد می‌توان با خوردن عدسی و اسفناج بدن را به حالت طبیعی بازگرداند.

۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
-------	-------	-------	-------

۱۲۲- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف) اگر دمای جسمی بیشتر از جسم دیگر باشد، مجموع انرژی جنبشی ذرات آن هم بیشتر از جسم دیگر است.  
 ب) در مورد یک ماده، دمای بیشتر به معنی میانگین سرعت بیشتر حرکت ذرات سازنده آن است.  
 پ) در مورد یک ماده، انرژی گرمایی فقط تابع دمای آن ماده است.  
 ت) انرژی گرمایی یک لیوان چای داغ بیشتر از یک استخر پر از آب با دمای اتاق است.

۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴) صفر
-------	-------	-------	-----------

۱۲۳- با توجه به واکنش  $2H_2O(g) + 484kJ \rightarrow 2H_2(g) + O_2(g)$  می‌توان گفت:

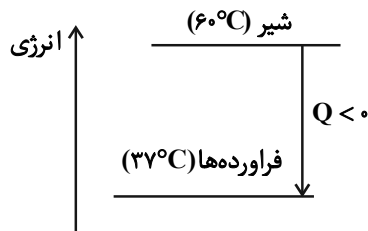
- ۱) با انجام این واکنش در دمای ثابت، انرژی از سامانه به محیط منتقل می‌شود.  
 ۲) واکنش گرماگیر بوده و با انجام آن دمای ظرف واکنش افزایش خواهد یافت.  
 ۳) سطح انرژی فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها پایین‌تر است.  
 ۴) برای تولید هر مول گاز هیدروژن ۲۴۲ کیلوژول گرما مصرف می‌شود.

۱۲۴- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ۱) بخش عمده انرژی موجود در شیر داغ هنگام فرایند هم‌دما شدن شیر با دمای بدن جذب می‌شود.  
 ۲) مواد غذایی پس از گوارش، انرژی لازم برای سوخت و ساز یاخته‌ها را در بدن تأمین می‌کنند.  
 ۳) در واکنش‌هایی که در دمای ثابت انجام می‌شوند مقدار گرمای آزاد شده ناشی از تفاوت انرژی گرمایی در مواد واکنش‌دهنده و فرآورده است.  
 ۴) در برخی واکنش‌های شیمیایی هیچ گرمایی با محیط پیرامون مبادله نمی‌شود.

۱۲۵- چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

- بخش عمده انرژی موجود در شیر داغ، هنگام هم‌دما شدن با بدن، آزاد می‌شود.  
 - در فرایند هم‌دما شدن شیر داغ با بدن، همانند سایر فرایندهای گرماده، دمای سامانه (شیر) کاهش می‌یابد.  
 - الگوی نوشتاری هم‌دما شدن بستنی با بدن به صورت (بستنی  $37^{\circ}C \rightarrow$  گرما+ بستنی  $0^{\circ}C$ ) است.  
 - سوخت و ساز شیر در بدن از دیدگاه انرژی به صورت مقابل است.



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

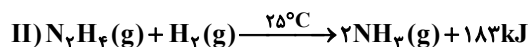
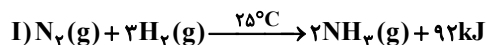
محل انجام محاسبات

۱۲۶ -  $5 \text{ g}$  بنزوئیک اسید در یک گرماسنج که حاوی  $1 \text{ kg}$  آب است، سوزانده می‌شود. اگر دمای آب در این فرایند  $3^\circ\text{C}$  افزایش یابد، ظرفیت گرمایی گرماسنج برحسب  $^\circ\text{C}^{-1} \cdot \text{J}$ ، به تقریب کدام است؟ ( $1^\circ\text{C}^{-1} \cdot \text{J} = 4/184 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$ ، ویژه آب  $c$ ،  $\text{H} = 1$ ،  $\text{O} = 16$ ،  $\text{C} = 12$ )

( $1^\circ\text{C}^{-1} \cdot \text{J} = 4/184 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$ ، ویژه آب  $c$ ،  $\text{H} = 1$ ،  $\text{O} = 16$ ،  $\text{C} = 12$ )

(۴)  $2305$  (۳)  $4025$  (۲)  $214/67$  (۱)  $450$

۱۲۷ - کدام موارد از مطالب زیر درباره واکنش‌های داده شده درست‌اند؟



آ) واکنش دهنده‌های واکنش (I) پایدارتر از واکنش دهنده‌های واکنش (II) هستند.

ب) تفاوت در گرمای دو واکنش به دلیل تفاوت در ماهیت شیمیایی یکی از واکنش دهنده‌ها و همچنین مول مصرفی هیدروژن در دو واکنش است.

پ) گرمای آزاد شده به ازای حجم برابری از آمونیاک تولیدی، در واکنش (II)،  $91 \text{ kg}$  بیشتر از گرمای تولیدی در واکنش (I) است.

ت) در هر دو واکنش انرژی از سامانه به محیط منتقل می‌شود و دمای سامانه کاهش می‌یابد.

(۱) پ و ت (۲) ب و ت (۳) فقط آ (۴) آ و پ

۱۲۸ - اگر در واکنش (موازنه نشده):  $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) + \text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$  به ازای مصرف  $3/01 \times 10^{23}$  مولکول گاز هیدروژن،

$275/5 \text{ kJ}$  انرژی گرمایی آزاد شود، چند مورد از مطالب زیر درباره آن درست است؟

\* به ازای مصرف  $22/4$  لیتر  $\text{N}_2\text{O}_4$  در شرایط STP،  $1653$  کیلوژول گرما مصرف می‌شود.

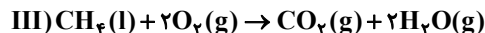
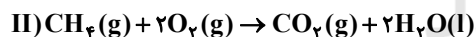
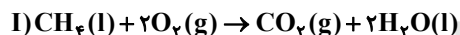
\* مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها برابر مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌هاست.

\* به ازای تولید هر مول گاز نیتروژن،  $826/5$  کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

\* اگر این واکنش در دمای  $120^\circ\text{C}$  و فشار  $1 \text{ atm}$  انجام شود، گرمای آزاد شده واکنش کمتر می‌شود.

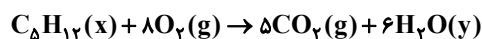
(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۲۹ - در کدام یک از گزینه‌های زیر مقایسه مقدار گرمای آزاد شده از واکنش‌های (I)، (II) و (III) به درستی انجام شده است؟



(۱)  $\text{III} > \text{I} > \text{II}$  (۲)  $\text{II} > \text{III} > \text{I}$  (۳)  $\text{I} > \text{II} > \text{III}$  (۴)  $\text{II} > \text{I} > \text{III}$

۱۳۰ - در کدامیک از حالت‌های فیزیکی نوشته شده، با انجام واکنش زیر گرمای کمتری آزاد خواهد شد؟



(۲)  $\text{C}_5\text{H}_{12}$ : مایع،  $\text{H}_2\text{O}$ : گاز

(۱)  $\text{C}_5\text{H}_{12}$ : گاز،  $\text{H}_2\text{O}$ : گاز

(۴)  $\text{C}_5\text{H}_{12}$ : گاز،  $\text{H}_2\text{O}$ : مایع

(۳)  $\text{C}_5\text{H}_{12}$ : مایع،  $\text{H}_2\text{O}$ : مایع

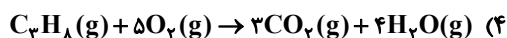
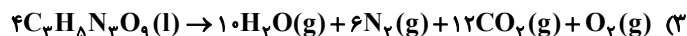
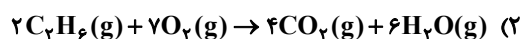
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: ردیای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۳ تا ۸۴

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) و شیمی ۱ (۱۳۱ تا ۱۴۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۳۱- در کدام یک از معادله‌های شیمیایی زیر قانون پایستگی جرم رعایت نشده است؟



۱۳۲- عبارت کدام گزینه به درستی بیان نشده است؟

(۱) در معادله نمادی، حالت فیزیکی مواد مشخص است.

(۲) همه واکنش‌های شیمیایی از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کنند.

(۳) نماد « $\xrightarrow{۱۲۰۰^\circ\text{C}}$ » نشان می‌دهد که واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.

(۴) در واکنش سوختن کامل اتانول، مجموع ضرایب مواد برابر ۹ است.

۱۳۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

(الف) از اسکلت مرجان‌ها می‌توان برای کنترل میزان اسیدی بودن آب دریاچه‌ها استفاده کرد.

(ب) در روند تولید باران اسیدی،  $\text{SO}_2$  ابتدا به  $\text{SO}_3$  و سپس به  $\text{H}_2\text{SO}_4$  تبدیل می‌گردد.(پ) برای تولید برق مصرفی در جرم برابر، سوختن زغال سنگ،  $\text{CO}_2$  بیش‌تری نسبت به سوختن گاز طبیعی تولید می‌کند.

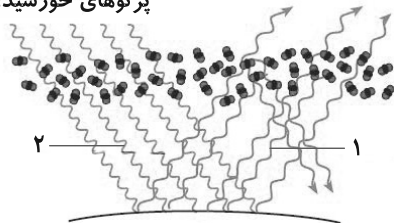
(ت) هیدروژن فراوان‌ترین عنصر در جهان است که به صورت ترکیب‌های گوناگون یافت می‌شود.

۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
-------	-------	-------	-------

۱۳۴- شکل زیر عملکرد مولکول‌های ... در برابر تابش خورشیدی را نشان می‌دهد. در این شکل شماره‌های (۱) و (۲) به ترتیب مربوط

به بازتابش پرتوهای فروسرخ گسیل شده از زمین با ... و پرتوهای خورشیدی با ... هستند.

پرتوهای خورشیدی



(۱) کربن دی‌اکسید- طول موج کم‌تر- انرژی بیش‌تر

(۲) آب- انرژی بیش‌تر- طول موج کم‌تر

(۳) کربن دی‌اکسید- انرژی کم‌تر- انرژی بیش‌تر

(۴) آب- طول موج بیش‌تر- طول موج کم‌تر

محل انجام محاسبات

۱۳۵- چه تعداد از موارد زیر از ویژگی‌های سوخت‌های سبز است؟

الف) در ساختار آن‌ها علاوه بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز وجود دارد.

ب) از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آیند.

پ) اتانول نمونه‌ای از این سوخت‌ها است.

ت) این سوخت‌ها، زیست تخریب‌پذیر هستند.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۳۶- به کمک ۱۰ گرم از اکسید کدام فلز می‌توان  $\text{CO}_2$  بیش‌تری را از خروجی نیروگاه‌ها حذف کرد؟ ( $\text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۱) کلسیم ( $40 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) ۲) منیزیم ( $24 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۳) سدیم ( $23 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) ۴) آلومینیم ( $27 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۱۳۷- چند مورد از ویژگی‌های زیر در گاز اکسیژن کم‌تر از اوزون است؟

الف) نقطه جوش

ب) درصد حجمی در تروپوسفر

پ) واکنش‌پذیری

ت) تعداد پیوندها در هر مولکول

ث) جرم مولی

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۸- چگالی کدام گزینه در شرایط STP بیش‌تر است؟ ( $\text{N} = 14, \text{C} = 12, \text{F} = 19, \text{O} = 16, \text{S} = 32, \text{H} = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۱) مخلوط یک مول بوتان ( $\text{C}_4\text{H}_{10}$ ) و یک مول پروپان ( $\text{C}_3\text{H}_8$ )

۲) سه مول گاز اکسیژن

۳) مخلوط ۵۶ گرم گاز نیتروژن و دو مول گاز فلورین

۴) دو مول گاز گوگرد تری‌اکسید

۱۳۹- چه تعداد از موارد زیر در سوختن کامل یک مول اتانول ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ ) نسبت به سوختن ناقص یک مول متان ( $\text{CH}_4$ ) در

شرایط STP بیش‌تر است؟ (در سوختن ناقص تنها گاز CO آزاد می‌شود.)

«تعداد مول‌های فراورده- میزان تولید آلاینده- حجم اکسیژن مصرفی- جرم آب تولید شده»

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴۰- مخلوطی از گازهای هیدروژن و متان را در یک سیلندر با پیستون روان و در شرایطی غیر STP که حجم مولی گازها ۲۲/۴ لیتر بر

مول است، به طور کامل می‌سوزانیم. چنانچه ۳۵۸/۴ لیتر بخار آب و ۱۳۲ گرم گاز کربن دی‌اکسید تولید شود، در این واکنش‌ها

به ترتیب از راست به چپ چند لیتر گاز هیدروژن و چند مول متان مصرف شده است؟ ( $\text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۳ - ۲۲۴ (۱) ۶ - ۱۱۲ (۲) ۳ - ۳۳۶ (۳) ۳ - ۱۶۸ (۴)



## آزمون «۲۰ آبان ۱۴۰۱» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه غیر مشترک)

### دفترچه سؤال

مباحث نیم سال دوم دوازدهم  
پاسخ گویی به سؤالات این دفترچه اختیاری است.  
برای درس های نیم سال دوم دوازدهم تراز جداگانه در کارنامه داده می شود.  
تراز درس های نیم سال دوم دوازدهم در تراز کل بی تأثیر است.

مدت پاسخ گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
حسابان دوازدهم	۱۰	۱۴۱-۱۵۰	۱۰'
هندسه دوازدهم	۱۰	۱۵۱-۱۶۰	۱۵'
ریاضیات گسسته دوازدهم	۱۰	۱۶۱-۱۷۰	۱۵'
فیزیک دوازدهم	۱۰	۱۷۱-۱۸۰	۱۰'
شیمی دوازدهم	۱۰	۱۸۱-۱۹۰	۱۰'
جمع کل	۵۰	۱۴۱-۱۹۰	۶۰'

#### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارضائی علی ارجمند علی سرآبادانی	علی محمدزاده شبستری	علی محمدزاده شبستری	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
	ویراستار استاد: فرشاد حسن زاده	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل ارجمندی	سمیه اسکندری

#### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

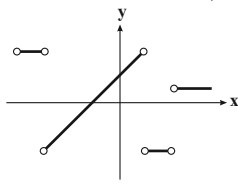
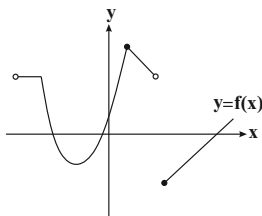
#### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

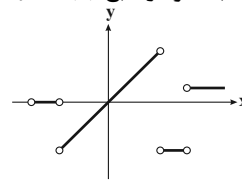
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

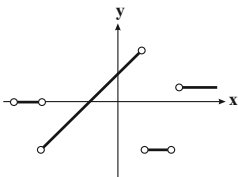
حسابان ۲ (اختیاری): مشتق: صفحه‌های ۸۴ تا ۱۰۱

۱۴۱- با توجه به نمودار تابع  $y = f(x)$ ، کدام نمودار می‌تواند نمودار تابع  $f'$  باشد؟

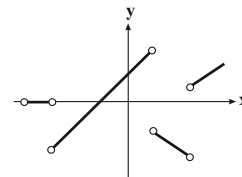
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۴۲- در تابع  $f(x) = \sqrt{x^4 + 2x^2 + x^2}$ ، حاصل  $f'_+(0) - f'_-(-1)$  کدام است؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

۱۴۳- تابع  $f(x) = \begin{cases} ax+b & ; x \geq 1 \\ \sqrt{x} & ; x < 1 \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر است.  $a-b$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۴۴- اگر خط به معادله  $2y = 3x + 5k$  در نقطه  $A(\alpha, \beta)$  واقع در ناحیه اول، بر نمودار تابع  $y = \sqrt{x^2 + x} - 1$  مماس باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

 $-\frac{1}{5}$  (۴)

۵ (۳)

-۱ (۲)

 $\frac{1}{2}$  (۱)

۱۴۵- تابع  $f(x) = \cos 2x - \sin x$  بر محور افقی مماس است و اگر به اندازه  $k$  واحد انتقال عمودی هم داشته باشد، باز هم بر محور افقی مماس می‌گردد.  $k$  کدام می‌تواند باشد؟

 $k = -2$  (۴) $k = \frac{1}{8}$  (۳) $k = -\frac{9}{8}$  (۲) $k = \frac{7}{8}$  (۱)

۱۴۶- اگر  $f(x) = (x^2 + 1)(x^2 + 1)$  و  $g(x) = x^4 - 1$ ، حاصل  $g'(1)f(1) - f'(1)g(1)$  کدام است؟

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

۱۴۷- مشتق تابع  $y = \left(\sqrt{\frac{x+3}{2x+1}}\right)^3$  در نقطه  $x=1$  کدام است؟

 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$  (۴) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$  (۳) $\frac{-3\sqrt{3}}{5}$  (۲) $\frac{-5\sqrt{3}}{9}$  (۱)

۱۴۸- اگر مشتق تابع  $y = f(\sqrt[3]{x-1})$  در  $x=2$  برابر ۱- باشد، مقدار مشتق تابع  $y = f\left(\frac{2x+1}{x+2}\right)$  در  $x=2$  کدام است؟

-۰/۶ (۴)

-۰/۳ (۳)

-۶ (۲)

-۳ (۱)

۱۴۹- اگر  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{2x - 8} = 12$  باشد، مقدار مشتق تابع  $y = f\left(\sqrt[3]{x} + \sqrt{\frac{x}{2}}\right)$  در  $x=8$  کدام است؟

۴ (۴)

۸ (۳)

۵ (۲)

 $\frac{5}{2}$  (۱)

۱۵۰- به ازای کدام مقدار  $a$  برای تابع  $f(x) = x^3 + ax - a$ ، نمودار توابع  $f'$  و  $f''$  بر هم مماس می‌شوند؟

۳ (۴)

-۱ (۳)

-۳ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳ (اختیاری): آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۹

۱۵۱- کدام یک از معادلات زیر به یک سهمی تعلق دارد که دهانه آن رو به چپ است؟

$$y^2 - 2x + 2y - 1 = 0 \quad (1) \quad y^2 + 4x - 2y - 3 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - 2y + 2x + 1 = 0 \quad (3) \quad x^2 + 2y - 2x + 4 = 0 \quad (4)$$

۱۵۲- اگر نقطه  $F(0, 3)$  کانون و خط  $x = -4$  خط هادی یک سهمی باشد، این سهمی محور  $x$  ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$\frac{7}{8} \quad (1) \quad \frac{1}{4} \quad (2) \quad -\frac{1}{4} \quad (3) \quad -\frac{7}{8} \quad (4)$$

۱۵۳- در کانون یک سهمی خطی عمود بر محور تقارن سهمی رسم می‌نماییم تا سهمی را در دو نقطه قطع کند. فاصله این دو نقطه از یکدیگر چند برابر فاصله کانونی سهمی است؟

$$2 \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

۱۵۴- معادله خط هادی سهمی  $3y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$  کدام است؟

$$x = -\frac{1}{2} \quad (1) \quad x = \frac{1}{6} \quad (2) \quad x = \frac{5}{6} \quad (3) \quad x = \frac{3}{2} \quad (4)$$

۱۵۵- عمق یک دیش مخابراتی در مرکز آن ۱۲ واحد و قطر قاعده آن ۴۸ واحد است. فاصله کانونی این دیش مخابراتی کدام است؟

$$8 \quad (1) \quad 12 \quad (2) \quad 16 \quad (3) \quad 24 \quad (4)$$

۱۵۶- یک سهمی محور  $y$  ها را در دو نقطه به عرض‌های  $-5$  و  $3$  قطع می‌کند. اگر خط  $x = -4$ ، خط هادی این سهمی باشد، آنگاه فاصله کانونی این سهمی کدام است؟

$$2 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad 8 \quad (4)$$

۱۵۷- کانون یک سهمی نقطه‌ای به عرض ۴ روی محور  $y$  ها است و این سهمی محور  $x$  ها را تنها در نقطه‌ای به طول  $(-3)$  قطع می‌کند. بیشترین مقدار ممکن برای فاصله کانونی این سهمی کدام است؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 8 \quad (4)$$

۱۵۸- به ازای کدام مقدار مثبت  $m$ ، کانون سهمی  $x^2 - mx - 3y - \frac{m^2}{4} = 0$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم دستگاه مختصات قرار دارد؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۱۵۹- هر پرتویی که از نقطه  $(1, \frac{1}{4})$  بر یک سهمی با خط هادی به معادله  $x = -\frac{1}{4}$  می‌تابد، در امتداد محور  $x$  ها باز می‌تابد. این سهمی محور  $x$  ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$\frac{1}{6} \quad (1) \quad \frac{1}{4} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (4)$$

۱۶۰- بازتاب دو اشعه نورانی که به موازات محور  $y$  ها بر سهمی به معادله  $x^2 - 2x - 4y + m = 0$  تابیده‌اند، در نقطه  $(1, 3)$  همدیگر را قطع می‌کنند. مقدار  $m$  کدام است؟

$$17 \quad (1) \quad -17 \quad (2) \quad 9 \quad (3) \quad -9 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



ریاضیات گسسته (اختیاری): ترکیبیات (شمارش): صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱ / ریاضی ۱: شمارش، بدون شمارش: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۱۶۱- در یک دوره مسابقات کشتی از بین ۴ داور ایرانی، ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی قرار است کمیته‌ای ۴ نفره از داوران تشکیل

شود. به چند روش می‌توان این کار را انجام داد به گونه‌ای که از هر کشور حداقل یک داور در این کمیته حضور داشته باشد؟

۴۸ (۱) ۷۲ (۲) ۹۶ (۳) ۱۴۴ (۴)

۱۶۲- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶، چند عدد پنج رقمی مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

۵۴۰ (۱) ۶۰۰ (۲) ۶۶۰ (۳) ۷۲۰ (۴)

۱۶۳- مجموعه  $A = \{1, 2, 3, \dots, 11\}$ ، چند زیر مجموعه ۴ عضوی دارد که مجموع اعضای هر یک از این زیرمجموعه‌ها، عددی زوج باشد؟

۱۵۰ (۱) ۱۵۵ (۲) ۱۶۵ (۳) ۱۷۰ (۴)

۱۶۴- ۴ دانش آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می‌توانند در یک صف بایستند به گونه‌ای که هیچ دو

دانش آموزی از پایه دوازدهم کنار هم نباشند؟

۶!×۷! (۱) ۵!×۶! (۲) ۵!×۷! (۳) ۴!×۶! (۴)

۱۶۵- با ارقام عدد ۵۴۳۵۳۵۵۳، چند عدد هشت رقمی زوج می‌توان نوشت؟

۳۵ (۱) ۵۶ (۲) ۷۲ (۳) ۸۴ (۴)

۱۶۶- چند عدد هشت رقمی می‌توان نوشت که فقط شامل ارقام ۱ و ۲ بوده و بر عدد ۳ بخش پذیر باشد؟

۱۶ (۱) ۴۲ (۲) ۷۰ (۳) ۸۶ (۴)

۱۶۷- به چند طریق می‌توان ۷ شاخه گل از میان ۴ نوع گل مختلف انتخاب کرد به گونه‌ای که از هر نوع گل، حداقل یک شاخه انتخاب

شده باشد؟

۲۰ (۱) ۳۵ (۲) ۸۴ (۳) ۱۲۰ (۴)

۱۶۸- معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آنکه  $x_1 > 1$  و  $x_2 > 3$  باشد؟

۵۶ (۱) ۸۴ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۶۵ (۴)

۱۶۹- تعداد جواب‌های طبیعی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$  کدام است؟

۶۷ (۱) ۸۴ (۲) ۱۲۲ (۳) ۱۳۳ (۴)

۱۷۰- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + \frac{8}{x_2} + x_3 = 13$  کدام است؟

۳۶ (۱) ۳۹ (۲) ۴۱ (۳) ۴۸ (۴)

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

فیزیک ۳ (اختیاری): نوسان و موج- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۱۰۲

۱۷۱- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(ا) بسامد امواج فراصوتی‌ای که وال عنبر تولید می‌کند، حدود  $100\text{MHz}$  است.

(ب) برای تشخیص یک جسم با استفاده از پژواک امواج فراصوتی، اندازه آن جسم باید در حدود طول موج به‌کار رفته یا کوچک‌تر از آن باشد.

(پ) در رادار دوپلری از امواج الکترومغناطیسی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود.

(ت) اگر نور مرئی با طول موج  $5\ \mu\text{m}$  به سطحی بتابد که از دید میکروسکوپی از اجزای متمایز و کوچکی در حدود  $10\ \mu\text{m}$  تشکیل شده

باشد، به‌صورت آینه‌ای (منظم) از این سطح بازتاب می‌کند.

(۱) ۱                      (۲) ۲                      (۳) ۳                      (۴) ۴

۱۷۲- شخصی با چکش به انتهای یک میله ضربه‌ای می‌زند. شخص دیگری که گوش خود را نزدیک به انتهای دیگر میله گذاشته

است، دو صدا را که یکی از میله می‌آید و دیگری از هوای اطراف میله، با اختلاف زمانی  $0/12$  ثانیه می‌شنود. اگر تندیصوت در هوا  $340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، طول میله چند متر است؟ (تندی صوت در میله  $10$  برابر تندی صوت در هوا فرض شود.)

(۱)  $3/6$                       (۲) ۴۲                      (۳) ۴۸                      (۴)  $4/8$

۱۷۳- شخصی در یک نقطه ایستاده و در فاصله  $500$  متری از او بلندگوی B قرار دارد. تراز شدت صوت بلندگوی A در هماننقطه،  $14\text{dB}$  بیش‌تر از بلندگوی B و تراز شدت صوت بلندگوی C،  $12\text{dB}$  کم‌تر از بلندگوی A است. حداقل فاصله‌ی دوبلندگوی A و C چند متر است؟ ( $\log 2 = 0/3$ ) و شخص و بلندگوها در یک راستا قرار دارند و آهنگ متوسط انتقال

انرژی برای هر سه بلندگو یکسان است.)

(۱) ۱۰۰                      (۲) ۲۰۰                      (۳) ۳۰۰                      (۴) ۴۰۰

۱۷۴- اگر چند دیافازون با بسامدهای مختلف به‌طور یکسان نواخته شوند، ... صوت تولیدی توسط آنها که به‌وسیله گوش درک

می‌شود متفاوت خواهد بود و اگر یک دیافازون با بسامد مشخص را با ضربه‌هایی متفاوت به ارتعاش واداریم، صداهایی با ...

متفاوت را حس می‌کنیم.

(۱) بلندی، ارتفاع                      (۲) بلندی، شدت                      (۳) شدت، ارتفاع                      (۴) ارتفاع، بلندی

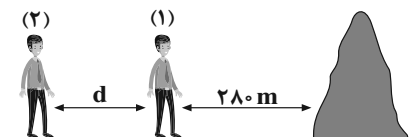
۱۷۵- در حالتی که یک چشمه نقطه‌ای صوت ساکن است، طول موج صوت حاصل از چشمه در جلوی چشمه نسبت به عقب آن چشمه، ...

است و در حالتی که چشمه صوت در حال حرکت است، طول موج صوت حاصل از چشمه در جلوی چشمه نسبت به عقب آن، ... است.

(۱) یکسان، کوتاه‌تر                      (۲) یکسان، بلندتر                      (۳) کوتاه‌تر، کوتاه‌تر                      (۴) کوتاه‌تر، بلندتر

محل انجام محاسبات

۱۷۶- مطابق شکل دانش آموز (۱) در فاصله ۲۸۰ متر از صخره قائمی ایستاده است و در فاصله  $d$  از او دانش آموز (۲) قرار دارد. دانش آموز (۱) فریاد می‌زند و دانش آموز (۲) دو صدا به فاصله  $1/75s$  می‌شنود. اگر دانش آموز (۱)، ۸۰ متر به صخره نزدیک شود و سپس فریاد بزند، دانش آموز (۲) دو صدا را به فاصله چند ثانیه می‌شنود؟



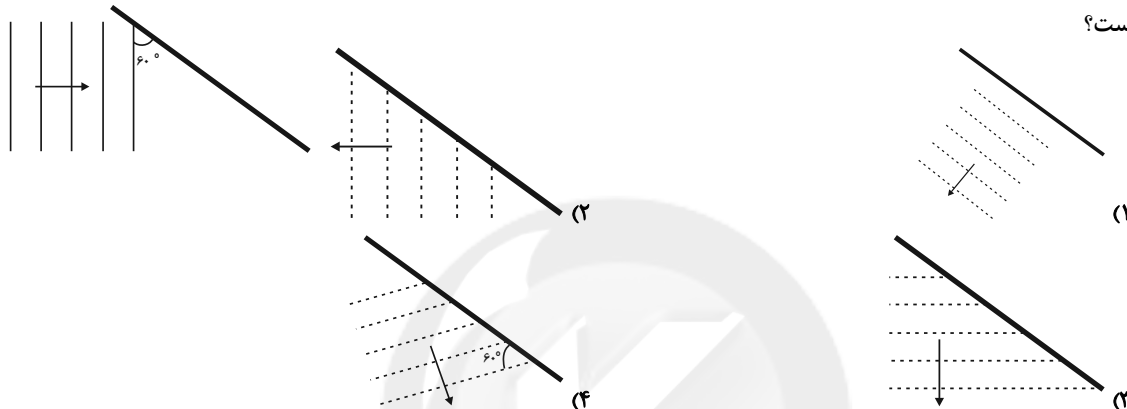
(۱)  $1/5$

(۲)  $1/25$

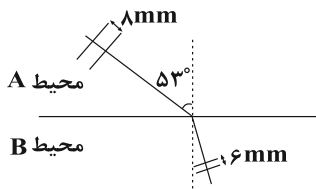
(۳) ۱

(۴) فاصله  $d$  باید مشخص باشد.

۱۷۷- مطابق شکل زیر، موج تختی به مانع تختی برخورد می‌کند. در کدام گزینه جبهه امواج بازتابیده از مانع به درستی رسم شده است؟



۱۷۸- مطابق شکل پرتو نوری از محیط A وارد محیط B می‌شود. اگر فاصله دو جبهه موج مجاور در محیط A،  $8\text{mm}$  و فاصله دو جبهه موج مجاور در محیط B،  $6\text{mm}$  باشد این پرتو در محیط B چند درجه نسبت به امتداد آن در محیط A منحرف می‌شود؟ ( $\sin 53^\circ = 0.8$ )



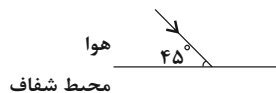
(۱) ۱۵

(۲) ۱۶

(۳) ۲۰

(۴) ۲۳

۱۷۹- مطابق شکل زیر پرتو نوری از هوا به سطح محیط شفاف می‌تابد، قسمتی از آن وارد محیط شفاف به ضریب شکست  $\sqrt{2}$  شده و قسمتی از آن بازتاب می‌شود. زاویه بین جبهه‌های موج وارد شده به محیط شفاف و جبهه‌های موج بازتاب شده چند درجه است؟



(۲) ۳۰

(۱) ۴۵

(۴) ۷۵

(۳) ۹۰

۱۸۰- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) ضریب شکست هر محیطی به جزء خلأ، به طول موج نور در آن محیط بستگی دارد.
- (۲) ضریب شکست شیشه معمولی برای طیف مرئی با کاهش طول موج، افزایش می‌یابد.
- (۳) به پخش‌شدگی نور سفید در یک منشور به مؤلفه‌های رنگی خود، پاشندگی نور می‌گویند.
- (۴) با افزایش دمای هوای محیط، ضریب شکست آن افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

شیمی ۳: اختیاری: شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری + شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۷۵ تا ۱۰۰ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۱۸۱- با توجه به جدول زیر که نقطه ذوب و جوش چند ماده خالص را بر حسب درجه سلسیوس نشان می‌دهد، می‌توان دریافت . . .

ماده	نقطه ذوب ( $^{\circ}\text{C}$ )	نقطه جوش ( $^{\circ}\text{C}$ )
$\text{N}_2$	-۲۱۰	-۱۹۶
$\text{HF}$	-۸۳	۱۹
$\text{NaCl}$	۸۰۱	۱۴۱۳

(۱) در ساختار لوویس ماده‌ای که در گستره دمایی کمتری به حالت مایع است، دو جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

(۲) حالت فیزیکی دو ماده در دمای  $-۱۰۰$  درجه سلسیوس جامد است.

(۳) ماده‌ای که در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است، شامل دو عنصر نافلز است.

(۴) گشتاور دو قطبی ماده‌ای که در دمای اتاق به حالت گازی است، قطعاً برابر صفر است.

۱۸۲- کدام مورد (موارد) از مطالب زیر، درباره ترکیب‌های یونی درست است؟

(آ) به شمار یون‌های هم‌نام موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور عدد کوئوردیناسیون می‌گویند.

(ب) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور، مقدار انرژی آزاد شده از تشکیل یک مول ترکیب یونی از یون‌های گازی سازنده خود است.

(پ) چگالی بار هر یون، با نسبت بار یون به شعاع آن رابطه عکس دارد.

(ت) تشکیل ترکیب یونی  $\text{NaCl}$  از عناصر سازنده‌اش، یک واکنش اکسایش-کاهش محسوب می‌شود.

(۱) (آ)، (ب)، (پ) (۲) (پ)، (ت) (۳) (ت) (۴) (آ)، (ب)

۱۸۳- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟ (وانادیم در دوره ۴ و گروه ۵ جدول تناوبی قرار دارد.)

(آ)  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  و  $\text{TiO}_2$  دوده از جمله رنگ‌دانه‌های معدنی هستند که به ترتیب رنگ‌های سفید، قرمز و سیاه ایجاد می‌کنند. (ب) محلولی از نمک وانادیم (III) به رنگ زرد است.

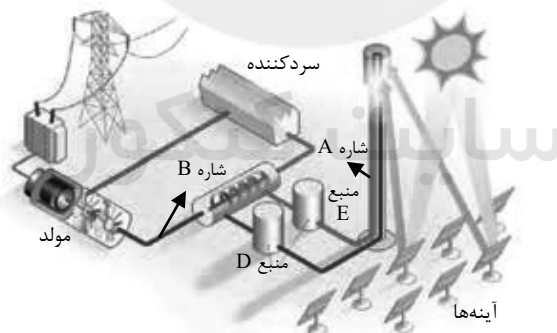
(پ) مهم‌ترین دلیل استفاده از تیتانیوم در ساخت موتور جت، مقاومت بالاتر آن در برابر خوردگی نسبت به فولاد است.

(ت) در آرایش الکترونی یونی از وانادیم که محلول آن سبز رنگ است، ۲ الکترون با  $l = 1$  وجود دارد.

(ث) در تهیه آلیاژ نیتینول از عنصرهای واسطه دوره چهارم استفاده می‌شود که اکسید یکی از آن‌ها به عنوان رنگ‌دانه سفید استفاده می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۴- شکل زیر نمایی از فناوری پیشرفته برای تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟



- شاره B، حتی در روزهای ابری و شب هنگام، انرژی گرمایی را در خود ذخیره می‌کند.

- در هر دو منبع E و D شاره A وجود دارد که در گستره دمایی مورد استفاده، رسانایی الکتریکی دارد.

- شاره A می‌تواند نمک خوراکی باشد که اختلاف دمای آن در منبع E با منبع D، حدود  $50^{\circ}\text{C}$  است.

- شاره B نسبت به شاره A در گستره دمایی کمتری به حالت مایع قرار دارد و در دستگاه سردکننده تا نقطه ذوب سرد می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۵- مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه ترکیب‌های یونی در کدام گزینه درست است؟



۱۸۶- چند مورد از مقایسه‌های انجام شده درست است؟

الف) انرژی پیوند کربن-کربن: الماس > اتن > اتین

ب) نقطه ذوب:  $MgO > MgF_2 > CaO$

پ) شعاع گونه:  $F^- > Na^+ > Mg^{2+} > Ne$

ت) طول موج نور بازتاب شده از محلول حاوی یون‌های وانادیم:



۱۸۷- کدام موارد از مطالب بیان شده زیر درست‌اند؟

الف) فلز تیتانیوم جزو عنصرهای دسته d در دوره چهارم است.

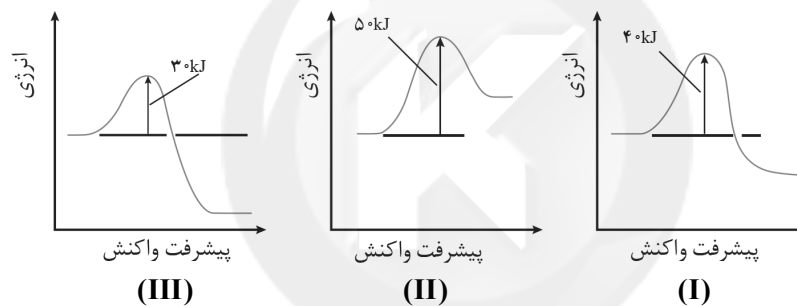
ب) چگالی و نقطه ذوب تیتانیوم از چگالی و نقطه ذوب فولاد بیشتر است.

پ) در ساخت پروانه کشتی اقیانوس پیما از تیتانیوم استفاده می‌شود.

ت) نیتینول آلیاژی از تیتانیوم و نیکل است که در ساخت فرآورده‌های صنعتی و پزشکی کاربرد دارد.

(۱) الف، ب (۲) الف، ت (۳) ب، پ، ت (۴) الف، پ، ت

۱۸۸- منحنی‌های زیر به سه واکنش در شرایط یکسان مربوط هستند. این واکنش‌ها در چند مورد از موارد زیر تفاوت دارند؟ (مقیاس نمودارها یکسان است.)



- سرعت واکنش

- پایداری واکنش‌دهنده‌ها

- پایداری فرآورده‌ها

- اندازه آنتالپی واکنش

- گرماده یا گرماگیر بودن واکنش

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۸۹- اگر انرژی فعال‌سازی برگشت در یک واکنش در غیاب کاتالیزگر برابر با  $20 \text{ kJ}$  و سطح انرژی فرآورده‌ها به اندازه  $80 \text{ kJ}$  از سطح

انرژی واکنش‌دهنده‌ها بالاتر باشد، انرژی فعال‌سازی رفت در حضور کاتالیزگر چند کیلوژول می‌تواند باشد؟

(۱) ۱۰۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۷۰ (۴) ۸۵

۱۹۰- کدام مطلب درباره مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی درست است؟

(۱) برای افزایش کارایی مبدل کاتالیستی گاهی فلزهای رودیم، پالادیم و پلاتین را به شکل مش (دانه) های ریز در می‌آورند.

(۲) درون مبدل کاتالیستی توده‌های فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ میلی‌متر وجود دارند.

(۳) عملکرد مبدل کاتالیستی علاوه بر نوع کاتالیزگرهای موجود در آن، به دمای محیط نیز بستگی دارد.

(۴) واکنش حذف آلکین‌های  $C_xH_y$ ،  $CO$  و  $NO$  توسط این مبدل کاتالیستی، گرماده و فرآورده‌ها همگی ترکیب‌هایی اکسیژن‌دار هستند.



## آزمون ۲۰ آبان ۱۴۰۱

### اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)

# دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلاالی-وحید امیرکیایی- مهدی بیرانوند-شاهین پروازی- عادل حسینی-افشین خاصه-خان-بابک سادات میلاد سجادی-لاریجانی-علی سرآبادانی-علی سلامت-سامان سلامیان-محمدجواد محسنی-میلاد منصوری-سروش موثینی جهانپخش نیکنام-امیر وفائی-سهند ولیزاده-فهیمه ولیزاده	حسابان ۲	
امیر حسین ابومحبوب-عادل حسینی-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-مسعود درویشی-سوگند روشنی محمد صحت کار-رضا عباسی-اصل-احمدرضا فلاح-محمد کریمی-امیر وفائی	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-عادل حسینی-مسعود درویشی-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-علی صادقی محمد صحت کار-عزیزاله علی اصغری-احمدرضا فلاح-نیلوفر مهدوی-مجید نیکنام	ریاضیات گسسته	
شهرام احمدی دارانی-خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-مهدی آذرنسب-زهره آقامحمدی-مهدی براتی-بیتا خورشید-میثم دشتیان محمدعلی راست پیمان-فرشید رسولی-سیوان سعیدی-امیررضا صدریکتا-سعید طاهری-بروجنی-یاسر علیلو-علی قائمی مسعود قره خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-محمدصادق مام سیده-غلامرضا محبی-احسان محمدی حسین مخدومی-محمود منصوری-سعید نصیری-شادمان ویسی	فیزیک	
بیژن باغبانزاده-علی بیرفتی-محمدرضا پورجاوید-حامد پویان نظر-بهزاد تقی زاده-کامران جعفری-امیر حاتمیان پیمان خواجوی مجد-موسی خیاط علمحمدی-صادق درتومیان-حمید ذبحی-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی-امیر حسین طیبی رسول عابدینی زواره-محمدپارسا فراهانی-محمد فلاح نژاد-فاضل قهرمانی فرد-علیرضا کیانی دوست	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلاالی	امیر حسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی ارجمند علی سرآبادانی	علی محمدزاده شبستری	علی محمدزاده شبستری	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
	ویراستار استاد: فرشاد حسنزاده	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیر حسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل ارجمندی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



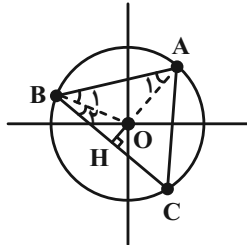
اشتراک مجموعه‌های بالا بازه [۱, ۲] است.

(حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(میانپیش نیکنام)

۴- گزینه «۴»

عرض نقطه B با طول نقطه A برابر است، پس با توجه به شکل، نقطه B دوران یافته نقطه A با زاویه دوران ۹۰° است، این یعنی در شکل زیر  $\widehat{AOB} = 90^\circ$ .



پس مثلث AOB قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است و  $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = 45^\circ$ .  
از طرفی زاویه C، محاطی رو به کمان AB است و داریم:

$$\widehat{C} = \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

روش اول: از قضیه سینوس‌ها استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\sin \widehat{A}}{BC} = \frac{\sin \widehat{C}}{AB} \quad \frac{AB=\sqrt{2}}{BC=\sqrt{3}} \rightarrow \frac{\sin \widehat{A}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sin \widehat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{A} = 60^\circ$$

روش دوم: در مثلث BOC، ارتفاع OH را رسم می‌کنیم و می‌دانیم این ارتفاع عمودمنصف BC است، پس داریم:

$$\Delta OBH : OB = 1, \quad BH = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{B} = \frac{BH}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 30^\circ$$

پس زاویه B برابر  $\widehat{B} = \widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 75^\circ$  است. در نهایت زاویه A به دست می‌آید:

$$\widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$$

(ریاضی ۱: مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳)

(عادل حسینی)

۵- گزینه «۲»

عبارت مخرج در صورت تعریف‌پذیری همواره مثبت است. پس برای این که کل عبارت منفی شود، صورت یعنی  $\cos \theta$  نیز باید منفی باشد، یعنی  $\theta$  باید در ربع‌های دوم و سوم قرار بگیرد. حال برای این که عبارت مخرج تعریف‌پذیر باشد، لازم است  $\theta \sin \theta > 0$  باشد، پس داریم:

$$\begin{cases} \theta < 0, \sin \theta < 0 \Rightarrow \text{در ربع‌های سوم و چهارم است.} \\ \theta > 0, \sin \theta > 0 \Rightarrow \text{در ربع‌های اول و دوم است.} \end{cases}$$

حسابان ۲

۱- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

قضیه تقسیم را می‌نویسیم:

$$x^3 - ax + b = (x-1)(x+1)q(x) + r$$

$x = 1$  و  $x = -1$  را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} -1 + a + b = 0 + r \Rightarrow b + a = r + 1 \\ 1 - a + b = 0 + r \Rightarrow b - a = r - 1 \end{cases}$$

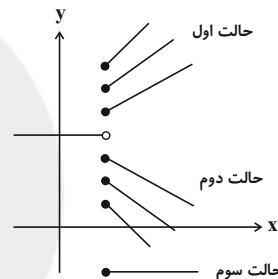
$$\Rightarrow b = r, a = 1$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(علی سلامت)

۲- گزینه «۴»

برای این که این تابع روی دامنه‌اش یکنوا باشد، باید یکی از حالت‌های زیر رخ دهد:



حالت اول: تابع روی بازه  $[1, +\infty)$  اکیداً صعودی باشد:

$$\begin{cases} m - 2 > 0 \Rightarrow m > 2 \\ f(1) \geq 2 \Rightarrow m - 2 - 2m \geq 2 \Rightarrow m \leq -4 \end{cases} \Rightarrow m \in \emptyset$$

این حالت برای تابع غیرممکن است.

حالت دوم: تابع روی بازه  $[1, +\infty)$  اکیداً نزولی باشد:

$$\begin{cases} m - 2 < 0 \Rightarrow m < 2 \\ f(1) \leq 2 \Rightarrow m - 2 - 2m \leq 2 \Rightarrow m \geq -4 \end{cases} \Rightarrow m \in [-4, 2)$$

حالت سوم: تابع روی بازه  $[1, +\infty)$  ثابت باشد:

$$m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow f(1) = -4 \Rightarrow f(x) = -4$$

بنابراین با توجه به حالت‌های فوق  $m \in [-4, 2)$  و بیشترین مقدار  $b - a$  برابر ۶ است.

(حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(شاهین پروازی)

۳- گزینه «۳»

تابع  $f$  با دامنه  $[1, +\infty)$  اکیداً نزولی است، پس داریم:

$$f(f(x)) > f(x+2) \xrightarrow{f \text{ اکیداً نزولی}} f(x) < x+2$$

با در نظر گرفتن شرط دامنه باید نامعادله‌های زیر را حل کنیم:

$$x+2 > 2 - \sqrt{x-1} \geq 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2 > 2 - \sqrt{x-1} \Rightarrow x > -\sqrt{x-1} \Rightarrow x \geq 1 \\ 2 - \sqrt{x-1} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} \leq 1 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$



$$T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8$$

قاعده مثلث

ارتفاع مثلث نیز برابر اختلاف ماکزیمم و مینیمم تابع است که دو برابر قدر مطلق ضربیب sin خواهد شد:

$$y_{\max} - y_{\min} = 2 \times 3 = 6$$

پس مساحت برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} (8)(6) = 24$$

(حسابان ۲: مثلثات، صفحه ۲۷)

۹- گزینه «۳» (میلار سیاری لاریبانی)

نقاط اکسترمم (مینیمم یا ماکزیمم) این تابع در جاهایی رخ می‌دهند که  $\cos(x) = \pm 1$  باشد. برای رسم تابع داده شده ابتدا باید نمودار

$y = \cos x$  را  $\frac{\pi}{5}$  واحد به راست انتقال دهیم، در نتیجه اولین اکسترمم

جایی رخ می‌دهد که  $bx - \frac{\pi}{5}$  برابر صفر شود و دومین نقطه (که طول آن

برابر  $\frac{2\pi}{5}$  است) هنگامی که  $bx - \frac{\pi}{5}$  برابر  $\pi$  شود.

$$\Rightarrow b\left(\frac{2\pi}{5}\right) - \frac{\pi}{5} = \pi \Rightarrow 2b - 1 = 5 \Rightarrow b = 3$$

مقدار مینیمم تابع برابر ۱- شده است و داریم:

$$y_{\min} = a - 3 = -1 \Rightarrow a = 2$$

(حسابان ۲: مثلثات، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

۱۰- گزینه «۲» (وصیر امیرکیایی)

مجانبات‌های نمودار تانژانت، جایی رخ می‌دهد که ورودی تابع تانژانت، مضرب

فرد  $\frac{\pi}{4}$  شود، پس به ازای  $x = \frac{\delta}{4}$  (که دومین مجانب مثبت است) ورودی

تابع تانژانت باید برابر  $\frac{3\pi}{4}$  (دومین مضرب مثبت فرد  $\frac{\pi}{4}$ ) شود:

$$\Rightarrow \pi\left(b\left(\frac{\delta}{4}\right) + \frac{1}{4}\right) = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \frac{\delta b + 1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \delta b + 1 = 3 \Rightarrow \delta b = 2 \Rightarrow b = 1$$

پس تا اینجا ضابطه تابع  $y = 1 - a \tan^2 \pi\left(x + \frac{1}{4}\right)$  است. از طرفی مقدار

تابع در  $x = -\frac{1}{12}$  برابر صفر شده است.

$$\Rightarrow 0 = 1 - a \tan^2 \pi\left(-\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right) = 1 - a \tan^2 \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{a}{3}$$

$$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow a + b = 4$$

(حسابان ۲: مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

با در نظر گرفتن شرط  $\cos \theta < 0$  نیز نتیجه می‌گیریم، اگر  $\theta > 0$  باشد، انتهای کمان آن باید در ربع دوم و اگر  $\theta < 0$  باشد، انتهای کمان آن باید در ربع سوم باشد. در بین گزینه‌های داده شده فقط  $\theta = 485^\circ$  است که در شرایط گفته شده صدق می‌کند؛ زیرا مثبت است و انتهای آن نیز در ربع دوم قرار می‌گیرد.

(ریاضی ۱: مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۶- گزینه «۱» (کلاطم ایلائی)

$$3 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha - 2 = 0$$

طرفین تساوی بالا را بر  $\cos^2 \alpha \neq 0$  تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{3 \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{2}{\cos^2 \alpha} = 0$$

$$\Rightarrow 3 \tan^2 \alpha - 1 - \tan \alpha - 2(1 + \tan^2 \alpha) = 0$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha - \tan \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \tan^2 \alpha - 3 = \tan \alpha \quad (*)$$

در نتیجه خواسته مسئله برابر است با:

$$\Rightarrow \tan \alpha - 3 \cot \alpha = \tan \alpha - \frac{3}{\tan \alpha}$$

$$= \frac{\tan^2 \alpha - 3}{\tan \alpha} \stackrel{(*)}{=} \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha} = 1$$

(ریاضی ۱: مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۷- گزینه «۱» (میلار منصوری)

$$\tan 20^\circ = \tan(18^\circ + 2^\circ) = \tan 2^\circ$$

$$\cos 25^\circ = \cos(27^\circ - 2^\circ) = -\sin 2^\circ$$

$$\cos 65^\circ = \cos(63^\circ + 2^\circ) = \sin 2^\circ$$

$$\sin 70^\circ = \sin(72^\circ - 2^\circ) = -\sin 2^\circ$$

$$\Rightarrow A = \frac{\tan 2^\circ - \sin 2^\circ}{2 \sin 2^\circ} = \frac{1}{2 \cos 2^\circ} - \frac{1}{2}$$

باید از اتحاد  $\frac{1}{\cos^2 2^\circ} - 1 = \frac{1}{\cos^2 2^\circ} - 1 = \tan^2 2^\circ$  استفاده کنیم. در نتیجه از

رابطه بالا داریم:

$$\frac{1}{\cos 2^\circ} = 2A + 1 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 2^\circ} = 4A^2 + 4A + 1$$

$$\Rightarrow \tan^2 2^\circ = 4A^2 + 4A = 4A(A + 1)$$

$$\xrightarrow{\tan 2^\circ > 0} \tan 2^\circ = \sqrt{4A(A + 1)} = 2\sqrt{A(A + 1)}$$

(حسابان ۱: مثلثات، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۸- گزینه «۲» (علی سرآبارانی)

قاعده مثلث هاشورخورده برابر فاصله دو مینیمم متوالی است که برابر دوره تناوب تابع است:





## ریاضیات پایه

گزینه «۱» -۱۱

(عادل مسینی)

در ابتدا باید مجموعه‌های A و B بازه باشند، یعنی  $a > -a$  و  $a - 2 > -3$  باشد:

$$\begin{cases} 2a > -a \Rightarrow a > 0 \\ a - 2 > -3 \Rightarrow a > -1 \end{cases} \Rightarrow a > 0 \quad (I)$$

برای این که اجتماع دو بازه، یک بازه شود، لازم است که جدا از هم نباشند. پس ابتدا فرض می‌کنیم دو بازه جدا از هم‌اند، سپس جواب‌های به دست آمده را از (I) کم می‌کنیم. دو حالت داریم که A و B جدا از هم باشند:

$$\begin{cases} 2a \leq -3 \Rightarrow a \leq -\frac{3}{2} \\ a \leq 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اجتماع}} a \leq 1$$

این یعنی به ازای  $a \leq 1$ ، بازه‌های A و B جدا هستند، در نتیجه با توجه به (I) به ازای  $a > 1$ ، اجتماع بازه‌های A و B یک بازه می‌شود.

(ریاضی: مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۳ تا ۵)

گزینه «۴» -۱۲

(میلاذر منصوری)

عبارت را باید برحسب توان ۲ و ۳ بنویسیم:

$$\frac{27^n \times \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{5}{3}}}{12^m \times \left(\frac{2}{3}\right)^6} = \frac{3^{3n} \times 2^{-\frac{5}{3}} \times 3^{-\frac{5}{3}}}{2^{2m} \times 3^m \times 2^6 \times 3^6} = \frac{3^{3n - \frac{5}{3} - m + \frac{7}{6}} \times 2^{-\frac{5}{3} - 2m - \frac{7}{6}}}{3^3 \times 2^6} = 2^2$$

توان عدد ۲ باید برابر  $\frac{3}{2}$  و توان عدد ۳ باید برابر صفر شود:

$$\begin{aligned} -\frac{5}{3} - 2m - \frac{7}{6} &= \frac{3}{2} \Rightarrow m = -\frac{13}{6} \\ 3n - \frac{5}{3} - m + \frac{7}{6} &= 0 \Rightarrow 3n = \frac{5}{3} - \frac{13}{6} - \frac{7}{6} \\ \Rightarrow n &= -\frac{5}{9} \end{aligned}$$

(ریاضی: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

گزینه «۱» -۱۳

(سامان سلامیان)

از اتحاد زیر استفاده می‌کنیم:

$$\sqrt{x \pm \sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x + \sqrt{x^2 - y}}{2}} \pm \sqrt{\frac{x - \sqrt{x^2 - y}}{2}}$$

پس داریم:

$$\begin{aligned} \sqrt{8 - 2\sqrt{2}} &= \sqrt{8 - \sqrt{8}} = \sqrt{\frac{8 + \sqrt{56}}{2}} - \sqrt{\frac{8 - \sqrt{56}}{2}} \\ \Rightarrow \sqrt{8 - 2\sqrt{2}} &= \sqrt{4 + \sqrt{14}} - \sqrt{4 - \sqrt{14}} \end{aligned}$$

از طرفی عبارت  $\sqrt{9 - 4\sqrt{2}}$  نیز برابر  $2\sqrt{2} - 1$  است. زیرا داریم:

$$(2\sqrt{2} - 1)^2 = 8 + 1 - 4\sqrt{2} = 9 - 4\sqrt{2}$$

پس عبارت صورت سؤال را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} &\frac{-\sqrt{4 - \sqrt{14}} + \sqrt{4 + \sqrt{14}}}{\sqrt{4 - \sqrt{14}}} - 2\sqrt{2} + 1 \\ &= -1 + \frac{\sqrt{4 + \sqrt{14}}}{\sqrt{4 - \sqrt{14}}} - 2\sqrt{2} + 1 \\ &= -2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{4 + \sqrt{14}} \times \sqrt{4 + \sqrt{14}}}{\sqrt{4 - \sqrt{14}} \times \sqrt{4 + \sqrt{14}}} \\ &= -2\sqrt{2} + \frac{4 + \sqrt{14}}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + \sqrt{7} = \sqrt{7} \end{aligned}$$

(ریاضی: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

گزینه «۲» -۱۴

(وحید امیرکلیایی)

هر کدام از عبارت‌ها را تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} x^3 - 64 &= x^3 - 4^3 = (x - 4)(x^2 + 4x + 16) \\ x^6 + 64 &= x^6 + 16x^2 + 64 - 16x^2 = (x^2 + 8)^2 - (4x)^2 \\ &= (x^2 + 4x + 8)(x^2 - 4x + 8) \\ x^3 + 64 &= x^3 + 4^3 = (x + 4)(x^2 - 4x + 16) \\ x^6 - 64 &= (x^2)^3 - 4^3 = (x^2 + 8)(x^2 - 8) \\ &= (x^2 + 8)(x + 2\sqrt{2})(x - 2\sqrt{2}) \end{aligned}$$

(ریاضی: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

گزینه «۳» -۱۵

(غشبین فاضله‌فان)

ابتدا  $a^f - b^f$  را باز می‌کنیم:

$$\begin{aligned} a^f - b^f &= (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a + b)(a - b)(a^2 + b^2) \\ \text{پس برای محاسبه } a^f - b^f &\text{ به } a^2 + b^2 \text{ و } a + b \text{ نیاز داریم.} \\ a^3 - b^3 &= (a - b)^2 + 3ab(a - b) \text{ می‌دانیم اتحاد مقابل برقرار است.} \end{aligned}$$

پس داریم:

$$2 = (a - b)^2 + 3ab(a - b) \Rightarrow ab = \frac{1}{3}$$

اتحاد بالا را به صورت زیر نیز می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) = 2 \\ \xrightarrow{a-b=1} a^2 + ab + b^2 &= 2 \\ \xrightarrow{ab=\frac{1}{3}} a^2 + b^2 &= 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

هم‌چنین داریم:

$$\begin{aligned} a^2 + ab + b^2 + ab &= (a + b)^2 = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \\ \Rightarrow a + b &= \pm \sqrt{\frac{7}{3}} = \pm \frac{\sqrt{21}}{3} \end{aligned}$$

در نتیجه حاصل  $a^f - b^f$  برابر می‌شود با:

$$a^f - b^f = \pm \frac{\sqrt{21}}{3} \times \frac{5}{3} = \pm \frac{5\sqrt{21}}{9}$$

(ریاضی: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)



$$\Rightarrow S_n = \frac{1}{6}n^2 + \frac{1}{3}n$$

باید  $S_n > 1700$  باشد، پس داریم:

$$\frac{1}{6}n^2 + \frac{1}{3}n > 1700 \Rightarrow n^2 + 2n - 10200 > 0$$

حل این نامعادله ساده نیست، راه ساده‌تر این است که از مقدار  $n$  در گزینه‌ها استفاده کنیم.

$S_{100}$  برابر است با:

$$S_{100} = \frac{n(n+2)}{6} \Big|_{n=100} = \frac{100 \times 102}{6} = 50 \times 34 = 1700$$

چون  $d > 0$ ،  $S_{101} > 1700$  است و ما باید حداقل ۱۰۱ جمله از این دنباله را با هم جمع کنیم.

(مسئله: فیبر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۴)

(عادل حسینی)

۲۰- گزینه «۱»

جمله‌های دوم، سوم و دو برابر چهارم دنباله حسابی به ترتیب  $a_2 = a_1 + d$ ،  $a_3 = a_1 + 2d$  و  $2a_4 = 2(a_1 + 3d)$  هستند. برای این حالت، جملات متوالی دنباله هندسی نیز شوند، باید رابطه  $2a_2 a_4 = a_3^2$  برقرار شود:

$$2(a_1 + d)(a_1 + 3d) = (a_1 + 2d)^2$$

$$\Rightarrow 2a_1^2 + 8a_1d + 6d^2 = a_1^2 + 4a_1d + 4d^2$$

$$\Rightarrow 2d^2 + 4a_1d + a_1^2 = 0$$

در معادله بالا، دو جواب برای  $d$  به دست می‌آید که داریم:

$$S = d_1 + d_2 = -2a_1$$

حال قدرنسبت دنباله هندسی  $r = \frac{a_1 + 2d}{a_1 + d}$  است.

$$r = 2 - \frac{a_1}{a_1 + d}$$

پس بر حسب مقادیر متفاوت  $d_1$  و  $d_2$ ، مقادیر متفاوت  $r_1$  و  $r_2$  به دست می‌آید.

$$r_1 = 2 - \frac{a_1}{a_1 + d_1}, \quad r_2 = 2 - \frac{a_1}{a_1 + d_2}$$

پس داریم:

$$r_1 + r_2 = 4 - a_1 \left( \frac{1}{a_1 + d_1} + \frac{1}{a_1 + d_2} \right)$$

$$= 4 - a_1 \left( \frac{2a_1 + (d_1 + d_2)}{a_1^2 + (d_1 + d_2)a_1 + d_1d_2} \right)$$

چون  $d_1 + d_2 = -2a_1$  است، داریم:

$$r_1 + r_2 = 4$$

(ریاضی: مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(عادل حسینی)

۱۶- گزینه «۴»

شکل  $n$  از  $n+1$  ستون دایره تشکیل شده است که ستون‌های فرد را دایره‌های سفید و ستون‌های زوج را دایره‌های سیاه می‌سازند.

با توجه به رابطه  $k^2 = 1 + 3 + 5 + \dots + 2k - 1$  می‌توانیم دنباله دایره‌های سفید را به صورت زیر بنویسیم:

$$w_n = \begin{cases} \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 & ; \text{ فرد } n \\ \left(\frac{n+2}{2}\right)^2 & ; \text{ زوج } n \end{cases}$$

$$w_{10} = \left(\frac{10+2}{2}\right)^2 = 36$$

پس داریم:

(ریاضی: مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰)

(سامان سلامیان)

۱۷- گزینه «۲»

قدرنسبت دنباله برابر است با:

$$r = \frac{\frac{1}{4\sqrt{2}}}{\frac{1}{8}} = \frac{2}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

پس جمله عمومی دنباله به صورت زیر است:

$$t_n = \frac{1}{8}(\sqrt{2})^{n-1} = \frac{1}{2^3} \left( 2^{\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}} \right) = 2^{\frac{1}{2}n - \frac{7}{2}}$$

حال باید  $t_n < 4$  باشد:

$$\Rightarrow 2^{\frac{n-7}{2}} < 4 = 2^2 \Rightarrow \frac{n-7}{2} < 2 \Rightarrow n < 11$$

۱۰ جمله این دنباله کمتر از ۴ است.

(ریاضی: مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

(جوآنیش نیکنام)

۱۸- گزینه «۲»

جمله عمومی دنباله حسابی  $t_n = t_1 + (n-1)d$  است:

$$t_3 = -t_8 \Rightarrow t_3 + t_8 = 0$$

$$\Rightarrow t_1 + 2d + t_1 + 7d = 0 \Rightarrow 2t_1 + 9d = 0 \Rightarrow d = -\frac{2}{9}t_1$$

از طرفی رابطه مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی به صورت

$$S_n = \frac{n}{2}[2t_1 + (n-1)d]$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2t_1 + (n-1)\left(-\frac{2}{9}t_1\right)]$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2} \left( -\frac{2}{9}t_1n + \frac{2}{9}t_1 \right) = -\frac{t_1}{9}n(n-10)$$

پس مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله صفر است.

(مسئله: فیبر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۴)

(میلاد منضوری)

۱۹- گزینه «۳»

جمله اول این دنباله حسابی  $a_1 = \frac{1}{2}$  و قدرنسبت آن  $d = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

است. رابطه مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی نیز به صورت

$$S_n = \frac{d}{2}n^2 + \left(a_1 - \frac{d}{2}\right)n$$

طبق رابطه کیلی - همیلتون برای ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  داریم:

$$A^2 - (a+d)A + (ad-c)I = \bar{O}$$

بنابراین برای ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  می توان نوشت:

$$A^2 - 6A + 11I = \bar{O} \xrightarrow{\times A^{-1}} A - 6I + 11A^{-1} = \bar{O}$$

$$\Rightarrow 11A^{-1} = 6I - A \Rightarrow A^{-1} = \frac{6}{11}I - \frac{1}{11}A$$

(هنر سه ۳، ماتریس و کاربردها، صفحه های ۲۲ تا ۲۶)

(فرزانه فاکلش)

۲۴ - گزینه «۲»

با توجه به دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس های  $3 \times 3$  داریم:

$$\begin{vmatrix} x & -1 & 1 \\ x^2 & 1 & -1 \\ x & x^2 & x \end{vmatrix} = (x^2 + x + x^4) - (x - x^3 - x^3) = 0$$

$$\Rightarrow x^4 + 2x^3 + x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2(x+1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

(هنر سه ۳، ماتریس و کاربردها، صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

(انجین فاصه فان)

۲۵ - گزینه «۱»

شرط وجود بی شمار جواب برای دستگاه معادلات

$$\begin{cases} kx + (1-2k)y = a \\ -(k+2)x + 3ky = b \end{cases} \text{ آن است که:}$$

$$\frac{k}{-k-2} = \frac{1-2k}{3k} = \frac{a}{b}$$

با حل معادله شامل دو کسر سمت چپ داریم:

$$\frac{k}{-k-2} = \frac{1-2k}{3k} \Rightarrow 3k^2 = -k + 2k^2 - 2 + 4k$$

$$\Rightarrow k^2 - 3k + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = 2 \end{cases}$$

$$k = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1-2k}{3k} = -\frac{1}{3}$$

$$k = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1-2k}{3k} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

بنابراین بیشترین مقدار  $\frac{a}{b}$  برابر  $-\frac{1}{3}$  است.

(هنر سه ۳، ماتریس و کاربردها، صفحه ۲۶)

هندسه ۳

۲۱ - گزینه «۲»

(سوگند روشنی)

$$\begin{cases} 2mx + 2y = n+1 \\ 2x + 2my = n+1 \end{cases} \xrightarrow{\text{فاقد جواب}} \frac{2m}{2} = \frac{2}{2m} \neq \frac{n+1}{n+1}$$

از تساوی سمت چپ داریم:

$$\frac{2m}{2} = \frac{2}{2m} \Rightarrow 4m^2 = 4$$

$$\Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

مقدار  $m = 1$  غیر قابل قبول است، چون حاصل هر سه کسر در این صورت

برابر یک خواهد بود و در شرط فاقد جواب صدق نمی کند، پس تنها جواب

$m = -1$  است. در این صورت برای دستگاه دوم داریم:

$$\begin{cases} 3x + my = 0 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \xrightarrow{m=-1} \begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$

با توجه به اینکه  $\frac{3}{3} \neq \frac{-1}{1}$ ، پس دستگاه یک جواب منحصر به فرد دارد.

(هنر سه ۳، ماتریس و کاربردها، صفحه ۲۶)

(امیرمسین ابومصوب)

۲۲ - گزینه «۳»

$$I + A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & -1 \end{bmatrix}$$

$$|I + A| = -1 + \cos^2 \alpha = -(1 - \cos^2 \alpha) = -\sin^2 \alpha$$

$$(I + A)^{-1} A = \frac{1}{-\sin^2 \alpha} \begin{bmatrix} -1 & -\cos \alpha \\ \cos \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-\sin^2 \alpha} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \cos^2 \alpha - 2 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های این ماتریس برابر است با:

$$\frac{1}{-\sin^2 \alpha} (\cos^2 \alpha + \cos \alpha - \cos \alpha + \cos^2 \alpha - 2) = \frac{2\cos^2 \alpha - 2}{-\sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{-2(1 - \cos^2 \alpha)}{-\sin^2 \alpha} = \frac{-2\sin^2 \alpha}{-\sin^2 \alpha} = 2$$

(هنر سه ۳، ماتریس و کاربردها، صفحه های ۲۲ و ۲۳)

(سوگند روشنی)

۲۳ - گزینه «۲»

با توجه به دستگاه معادلات داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$



-۲۶ گزینه «۳»

(مهمبرگرمی)

$$|A| = 3 \times 2 - (-1) \times 2 = 8$$

بنابراین رابطه ماتریسی به صورت زیر در می آید:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} 8 & -8 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

کافی است وارون ماتریس  $\begin{bmatrix} 8 & -8 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  را از سمت راست در طرفین رابطه

ضرب کنیم.

$$\begin{bmatrix} 8 & -8 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} = X \Rightarrow X = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 0 & 24 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه های X برابر است با:

$$\frac{1}{16} (2 + 8 + 24) = \frac{34}{16} = \frac{17}{8}$$

(هنر سه، ۳، ماتریس و کاربردها، صفحه های ۲۲ تا ۲۵)

-۲۷ گزینه «۴»

(مهمبرگرمی)

از طرفین رابطه داده شده دترمینان می گیریم:

$$2A^{-1} = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A^{-1}| = \begin{vmatrix} |A| & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 2^2 \times |A^{-1}| = |A| + 3 \xrightarrow{|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}} |A|^2 + 3|A| - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| + 4)(|A| - 1) = 0$$

$$\xrightarrow{|A| < 0} |A| = -4$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + I = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -2 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ -2 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A + I| = -9 + 12 = 3$$

(هنر سه، ۳، ماتریس و کاربردها، صفحه های ۲۲ تا ۳۱)

-۲۸ گزینه «۴»

(امیر و خانی)

$$\frac{3}{2}A = 2I - 6A^{-1} \xrightarrow{\times \frac{2}{3}} A = 2I - 4A^{-1}$$

$$\xrightarrow{\times A} A^2 = 2A - 4I = 2(2I - 4A^{-1}) - 4I$$

$$= 4I - 8A^{-1} - 4I$$

$$\Rightarrow A^2 = -8A^{-1} \xrightarrow{\times A} A^3 = -8I \Rightarrow |A^3| = |-8I|$$

$$\Rightarrow |A|^3 = (-8)^3 |I| = (-8)^3 \times 1 = (-8)^3 \Rightarrow |A| = -8$$

(هنر سه، ۳، ماتریس و کاربردها، صفحه های ۲۲ و ۲۷ تا ۳۱)

-۲۹ گزینه «۱»

(امیررضا فلاح)

$$A^2 = 5I \Rightarrow A^2 - 4I = I \Rightarrow A^2 - (2I)^2 = I$$

$$\Rightarrow (A - 2I)(A + 2I) = I \Rightarrow (A - 2I)^{-1} = A + 2I$$

$$A(A - 2I)^{-1} = A(A + 2I) = A^2 + 2A = 5I + 2A$$

(هنر سه، ۳، ماتریس و کاربردها، صفحه های ۱۷ تا ۲۳)

-۳۰ گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

فرض کنیم  $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  و

،  $BAC = D$  باشد. برای حل معادله ماتریسی  $D = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$

کافی است طرفین رابطه را از سمت چپ در وارون ماتریس B و از سمت راست در وارون ماتریس C ضرب کنیم. در این صورت داریم:

$$B^{-1}(BAC)C^{-1} = B^{-1}DC^{-1} \Rightarrow \underbrace{(BB^{-1})}_I A \underbrace{(CC^{-1})}_I$$

$$= B^{-1}DC^{-1} \Rightarrow A = B^{-1}DC^{-1}$$

پس ابتدا وارون ماتریس های B و C را به دست می آوریم:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow C^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = B^{-1}DC^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 35 & 15 \\ -15 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه های ماتریس A، برابر ۲ است.

(هنر سه، ۳، ماتریس و کاربردها، صفحه های ۱۷ تا ۲۵)



## ریاضیات گسسته

## گزینه ۳

(سوگند روشنی)

به بررسی گزاره‌ها می‌پردازیم:

\* گزاره اول نادرست است. زیرا در صورتی می‌توان از  $a | b$  نتیجه گرفت $a^m | b^n$  که  $m \leq n$  باشد.

گزاره دوم درست است زیرا:

$$\begin{cases} a-b | a \\ a-b | a-b \end{cases} \Rightarrow a-b | b \Rightarrow a-b | b^2 \quad (1)$$

$$a-b | a \Rightarrow a-b | a^2 \quad (2)$$

با ضرب طرفین در رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$(a-b)^2 | a^2 b^2$$

\* گزاره سوم درست است زیرا:

$$\text{اگر } \frac{n^2(n+1)^2}{9} \text{ زوج باشد یعنی } \left(\frac{n(n+1)}{3}\right)^2 \text{ زوج است و در نتیجه}$$

$$\frac{n(n+1)}{3} \text{ زوج است. } n(n+1) \text{ حاصلضرب دو عدد متوالی و زوج است،}$$

بنابراین کافی است  $n$  یا  $n+1$  مضرب ۳ باشد.

$$\begin{cases} n = 3k \\ n+1 = 3k \Rightarrow n = 3k-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 10 \leq 3k \leq 99 \Rightarrow 4 \leq k \leq 33 \Rightarrow \text{عدد } 30$$

$$10 \leq 3k-1 \leq 99 \Rightarrow 11 \leq 3k \leq 100 \Rightarrow 4 \leq k \leq 33 \Rightarrow \text{عدد } 30$$

بنابراین ۶۰ مقدار طبیعی برای  $n$  است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۵ و ۹ تا ۱۲)

## گزینه ۲

(امد رضا فلاح)

طبق قضیه تقسیم  $a = bq + r$  و  $0 \leq r < b$  و فرض  $a - b = 142$ 

خواهیم داشت:

$$a = b + 142, r = 12$$

$$b + 142 = bq + 12 \Rightarrow 130 = bq - b = b(q-1)$$

$$130 = 1 \times 130 = 2 \times 65 = 5 \times 26 = 10 \times 13 = b(q-1)$$

چون  $b$  باید بزرگ‌تر از ۱۲ باشد، پس:

$$q-1 = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 5 \text{ یا } 10$$

در نتیجه:

$$\left. \begin{aligned} q_{\min} - 1 = 1 &\Rightarrow q_{\min} = 2 \\ q_{\max} - 1 = 10 &\Rightarrow q_{\max} = 11 \end{aligned} \right\} \Rightarrow q_{\max} - q_{\min} = 9$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

## گزینه ۴

(امد رضا فلاح)

ابتدا ب.م.م دو عدد  $5n+2$  و  $7n+3$  را می‌یابیم.

$$d | 5n+2 \xrightarrow{\times 7} d | 35n+14 \Rightarrow d = 1$$

$$d | 7n+3 \xrightarrow{\times 5} d | 35n+15$$

بنابراین دو عدد نسبت به هم اولند پس کم آن‌ها با حاصلضرب آن‌ها برابر است:

$$[5n+2, 7n+3] = (5n+2)(7n+3) = 35n^2 + 29n + 6$$

مطابق فرض سؤال، باقی‌مانده این عدد در تقسیم بر ۷ برابر ۳ می‌باشد، پس:

$$35n^2 + 29n + 6 \equiv 3 \pmod{7} \Rightarrow 0 + n - 1 \equiv 3 \pmod{7} \Rightarrow n \equiv 4 \pmod{7} \Rightarrow n = 7k + 4$$

$$10 \leq 7k + 4 \leq 99 \Rightarrow 6 \leq 7k \leq 95 \Rightarrow 1 \leq k \leq 13$$

بنابراین تعداد ۱۳ عدد دو رقمی برای  $n$  وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

## گزینه ۱

(ممد صمد کار)

$$m \equiv 98 \pmod{200} \Rightarrow m | 200 - 98 \Rightarrow m | 102$$

$$102 = 2 \times 3 \times 17 \Rightarrow m = 17$$

طبق فرض:

$$17 \cdot 17 \cdot x \equiv 28 \pmod{11} \Rightarrow x = 17q + 11$$

$$\text{کوچک‌ترین عدد سه رقمی} \rightarrow x = 17 \times 6 + 11 = 113$$

$$q=6$$

$$\text{مجموع ارقام} : 1 + 1 + 3 = 5$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

## گزینه ۳۵

(ممد صمد کار)

ابتدا مشخص می‌کنیم که ۲۰ مرداد چندمین روز سال است و سپس باقی‌مانده

تقسیم این عدد بر ۷ را به دست می‌آوریم:

$$(4 \times 31) + 20 \equiv (4 \times 3) + 6 \equiv 18 \equiv 4 \pmod{7}$$

بنابراین پنج‌شنبه مترادف با باقیمانده ۴ به پیمانه ۷ است.

سپس معلوم می‌کنیم که اول خرداد چه روزی از هفته است:

$$(2 \times 31) + 1 \equiv (2 \times 3) + 1 \equiv 7 \equiv 0 \pmod{7}$$

یکشنبه  $\rightarrow$  شنبه  $\rightarrow$  جمعه  $\rightarrow$  پنج‌شنبه

بنابراین اول خرداد، یکشنبه است. بنابراین اولین پنجشنبه خرداد را می‌یابیم.

پنجم خرداد	چهارم خرداد	سوم خرداد	دوم خرداد	اول خرداد
پنج‌شنبه	چهارشنبه	سه‌شنبه	دوشنبه	یکشنبه



(علی صادقی)

۳۸- گزینه «۴»

می‌دانیم اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $a, b \in \mathbb{Z}$  در این صورت  $(a+b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{ab}$ .  
حال با فرض  $a = 13$ ،  $b = 14$  و  $n = 31$  خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} (13+14)^{31} &\equiv 13^{31} + 14^{31} \pmod{13 \times 14} \\ 27^{31} &\equiv 13^{31} + 14^{31} \pmod{182} \\ 27^{31} - 13^{31} - 14^{31} &\equiv 0 \pmod{182} \\ \Rightarrow x &\equiv 0 \Rightarrow x^2 &\equiv 0 \Rightarrow x^2 - 1 &\equiv -1 \equiv 181 \end{aligned}$$

در نتیجه باقی‌مانده مورد نظر ۱۸۱ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

(علی ایمانی)

۳۹- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} (1) : 20a &\equiv 24b \pmod{6} \\ \Rightarrow 2a &\equiv 4b \pmod{3} \\ \Rightarrow a &\equiv 2b \pmod{3} \end{aligned}$$

$$(2) : 20a \equiv 24b \pmod{4} \Rightarrow 5a \equiv 6b \pmod{4}$$

$$(3) : 20a \equiv 24b \pmod{2} \Rightarrow 2a \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow a \equiv 0 \pmod{2}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۲۲)

(سوکندر روشنی)

۴۰- گزینه «۴»

برای محاسبه رقم یکان عدد تواندار، کافی است عدد پایه را به پیمانه ۱۰ و توان را به پیمانه ۴ ببریم.

$$\begin{cases} A \equiv 2 + 24 + 0 \equiv 6 \pmod{10} \Rightarrow A^2 \equiv 36 \equiv 6 \pmod{10} \\ B \equiv 1 + 2 + 6 + 24 + 0 \equiv 3 \pmod{10} \Rightarrow B^2 \equiv 9 \pmod{10} \\ AB \equiv 6 \times 3 \equiv 18 \pmod{10} \end{cases}$$

$$A - B \equiv 2! - (1! + 2! + 3!) \pmod{4}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$(A^2 + AB + B^2)^{A-B} \equiv (6 + 18 + 9)^1 \equiv 33 \equiv 3 \pmod{10}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

هم‌اکنون می‌توانیم تاریخ سومین پنج‌شنبه خرداد ماه را مشخص کنیم:

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{+7} \text{۱۲ خرداد} \xrightarrow{+7} \text{۱۹ خرداد} \\ \text{اولین پنج‌شنبه} \quad \text{دومین پنج‌شنبه} \quad \text{سومین پنج‌شنبه} \end{array}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۲۴)

۳۶- گزینه «۲» (امد رضا فلاح)

$$6x^2 - 17x - 14 = (3x+2)(2x-7)$$

$$6x^2 - 17x - 14 \equiv 0 \Rightarrow (3x+2)(2x-7) \equiv 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1) 3x+2 \equiv 0 \Rightarrow 3x \equiv -2 \equiv 9 \pmod{11} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{11} \Rightarrow x = 11k + 3 \\ \quad \begin{cases} k = 8 \\ x_{\max} = 91 \end{cases} \\ 2) 2x-7 \equiv 0 \Rightarrow 2x \equiv 7 \pmod{11} \Rightarrow 2x \equiv -4 \pmod{11} \Rightarrow x \equiv -2 \pmod{11} \Rightarrow x = 11k - 2 \\ \quad \begin{cases} k = 9 \\ x_{\max} = 97 \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین بزرگ‌ترین عدد دو رقمی  $x$ ، عدد ۹۷ و جمع ارقام آن ۱۶ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۷- گزینه «۲» (میدر نیکنام)

می‌دانیم در معادلات هم‌نهشتی به صورت  $m^x \equiv 1 \pmod{t}$ ، جواب‌های طبیعی  $x$  همگی مضارب کوچک‌ترین عدد طبیعی مانند  $n$  هستند که در همین معادله صدق

می‌کند، یعنی کوچک‌ترین  $n$  طبیعی که  $m^n \equiv 1 \pmod{t}$ ؛ همچنین اگر در معادله  $m^x \equiv 1 \pmod{t}$ ،  $t$  یک عدد اول باشد، کوچک‌ترین عدد طبیعی مانند  $n$  که در این معادله صدق می‌کند، حتماً یک مقسوم علیه  $(t-1)$  است، یعنی:

$$n \mid t-1$$

در اینجا با امتحان، کوچک‌ترین  $n$  طبیعی را می‌یابیم:

$$\begin{cases} 27^1 \equiv 8 \pmod{19} \\ 27^2 \equiv 8^2 \equiv 7 \pmod{19} \\ 27^3 \equiv 8^3 \equiv 8 \times 7 \equiv 56 \equiv -1 \pmod{19} \Rightarrow (27^3)^2 \equiv (-1)^2 \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow 27^6 \equiv 1 \pmod{19} \end{cases}$$

$$n \text{ کوچک‌ترین} = 6 \Rightarrow a = 6k$$

$$\xrightarrow{\text{دورقمی است}} 10 \leq 6k \leq 99 \Rightarrow 2 \leq k \leq 16$$

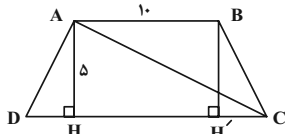
$$\text{تعداد: } 16 - 2 + 1 = 15$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)



(مهمتر شمران)

۴۴- گزینه «۲»



مطابق شکل فرض کنید  $AB = 10$  و  $AH = 5$  باشد. در این صورت داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH(AB + CD)$$

$$\Rightarrow 60 = \frac{1}{2} \times 5(10 + CD)$$

$$\Rightarrow 10 + CD = 24 \Rightarrow CD = 14$$

دو مثلث  $AHD$  و  $BH'C$  هم‌نهشت هستند، بنابراین داریم:

$$DH = CH' = \frac{CD - AB}{2} = \frac{14 - 10}{2} = 2$$

$$\Rightarrow CH = CH' + HH' = 2 + 10 = 12$$

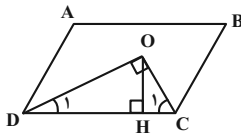
$$\triangle AHC : AC^2 = AH^2 + CH^2 = 25 + 144 = 169 \Rightarrow AC = 13$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

(امیرحسین ابومصوب)

۴۵- گزینه «۱»

در متوازی‌الاضلاع هر دو زاویه مجاور مکمل یکدیگرند، بنابراین داریم:



$$\hat{C} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{O} = 90^\circ$$

همچنین در هر متوازی‌الاضلاع، زوایای مقابل با هم برابرند، پس داریم:

$$\hat{D}_1 = \frac{\hat{D}}{2} = \frac{\hat{B}}{2} = 15^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $COD$ ، یکی از زوایای حاده برابر  $15^\circ$  است، پس

طول ارتفاع وارد بر وتر،  $\frac{1}{4}$  طول وتر است و در نتیجه داریم:

$$S_{COD} = \frac{1}{2} OH \times CD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} CD \times CD = \frac{1}{2} \times 3 \times 12 = 18$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ و ۶۴)

(غرزانه فاکپاش)

۴۶- گزینه «۳»

طبق فرمول پیک برای مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = 5 \Rightarrow \frac{b}{2} + i = 6$$

مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی در صورتی حداکثر خواهد بود که  $b$  بیش‌ترین و  $i$  کم‌ترین مقدار ممکن را دارا باشند. با توجه به اینکه کم‌ترین

مقدار  $i$  برابر صفر است، داریم:

هندسه ۱

۴۱- گزینه «۱»

(غرزانه فاکپاش)

مجموع زوایای هر  $n$  ضلعی محدب برابر  $(n-2) \times 180^\circ$  است، بنابراین داریم:

$$2 \times 120^\circ + (n-2) \times 150^\circ = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2 \times 120^\circ = (n-2) \times (180^\circ - 150^\circ)$$

$$\Rightarrow (n-2) \times 30^\circ = 240^\circ \Rightarrow n-2 = 8 \Rightarrow n = 10$$

از هر رأس یک  $n$  ضلعی محدب،  $n-3$  قطر می‌گذرد، پس از هر رأس یک

دهضلعی محدب ۷ قطر عبور می‌کند.

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۵۵)

۴۲- گزینه «۴»

(غرزانه فاکپاش)

اگر طول ضلع مثلث را با  $a$  و مساحت آن را با  $S$  نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 27\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 4 \times 27 = 108 \Rightarrow a = 6\sqrt{3}$$

$$\text{مجموع فواصل هر نقطه دلخواه درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع مثلث} : h_a = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} = 9$$

آن، برابر طول ارتفاع مثلث است، بنابراین در صورتی که فاصله نقطه  $M$  از

ضلع سوم مثلث را با  $x$  نمایش دهیم، داریم:

$$3 + x = 9 \Rightarrow x = 6$$

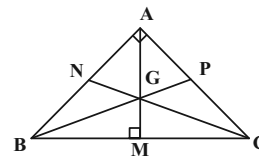
(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۸)

۴۳- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

می‌دانیم از وصل کردن نقطه هم‌رسی میانه‌های یک مثلث به سه رأس آن

مثلث، سه مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود، بنابراین داریم:



$$S_{ABC} = 3S_{GAB} = 3 \times 6 = 18 \Rightarrow \frac{1}{2} AB \times AC = 18$$

$$\xrightarrow{AB=AC} \frac{1}{2} AB^2 = 18 \Rightarrow AB^2 = 36$$

$$\triangle ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2 = 2AB^2 = 2 \times 36 = 72$$

$$\Rightarrow BC = 6\sqrt{2}$$

طول میانه وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است، پس داریم:

$$AM = \frac{1}{2} BC = 3\sqrt{2}$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۷)



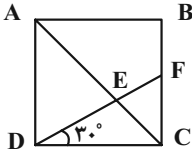


توجه: طول ارتفاع OM از نوشتن رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه OCM بدست می‌آید.

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۸)

۴۹- گزینه «۳» (اخشین فاصه‌شان)

پاره خط DE را امتداد می‌دهیم تا ضلع BC را در نقطه F قطع کند.



در مثلث قائم‌الزاویه DCF، ضلع FC روبرو به زاویه  $30^\circ$  و در نتیجه نصف ضلع DF است. اگر طول ضلع مربع را برابر a فرض کنیم، آن‌گاه داریم:

$$\begin{aligned} DF^2 &= FC^2 + DC^2 \Rightarrow (2FC)^2 = FC^2 + a^2 \Rightarrow 3FC^2 = a^2 \\ \Rightarrow FC^2 &= \frac{a^2}{3} \Rightarrow FC = \frac{a}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

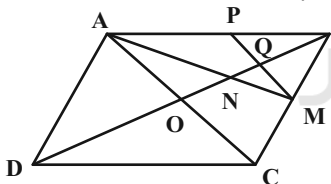
دو مثلث ADE و CFE به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

$$\begin{aligned} \frac{FC}{AD} = \frac{CE}{AE} &\Rightarrow \frac{\frac{a}{\sqrt{3}}}{a} = \frac{CE}{AE} \Rightarrow \frac{CE}{AE} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \text{ترکیب نسبت در مخرج} &\rightarrow \frac{CE}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \end{aligned}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۴)

۵۰- گزینه «۳» (اخشین فاصه‌شان)

در مثلث ABC، نقاط M و P به ترتیب وسط اضلاع BC و AB قرار دارند، پس طبق عکس قضیه تالس،  $MP \parallel AC$  است و در نتیجه دو مثلث MNQ و AON با هم متشابه‌اند.



از طرفی AM و BO میان‌های مثلث ABC هستند که یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، پس نسبت تشابه دو مثلث MNQ و AON برابر است با:

$$\begin{aligned} k = \frac{MN}{AN} = \frac{1}{2} &\Rightarrow \frac{S_{MNQ}}{S_{AON}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \\ \Rightarrow S_{MNQ} &= \frac{1}{4} S_{AON} \quad (1) \end{aligned}$$

همچنین می‌دانیم از برخورد میان‌های هر مثلث، ۶ مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود، پس داریم:

$$S_{AON} = \frac{1}{6} S_{ABC} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2} S_{ABCD}\right) = \frac{1}{12} S_{ABCD} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow S_{MNQ} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{12} S_{ABCD} = \frac{1}{48} S_{ABCD}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

$$i = 0 \Rightarrow \frac{b}{2} = 6 \Rightarrow b = 12 \Rightarrow \max(b+i) = 12$$

از طرفی در صورتی مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی حداقل خواهد بود که b کمترین و i بیش‌ترین مقدار ممکن را دارا باشند. کم‌ترین مقدار b برابر ۳ است، ولی چون i همواره عددی حسابی است، پس b باید زوج باشد و در نتیجه داریم:

$$b = 4 \Rightarrow \frac{4}{2} + i = 6 \Rightarrow i = 4 \Rightarrow \min(b+i) = 8$$

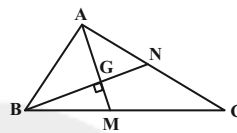
$$\max(b+i) - \min(b+i) = 12 - 8 = 4$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۴۷- گزینه «۴» (امیرسین ابومصوب)

می‌دانیم میان‌های هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، پس

$$GM = \frac{1}{3} AM = 3$$



از طرفی از برخورد میان‌های یک مثلث، ۶ مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود، بنابراین داریم:

$$S_{BMG} = \frac{1}{6} S_{ABC} = \frac{1}{6} \times 36 = 6$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} GM \times BG = 6 \xrightarrow{GM=3} BG = 4$$

$$\Delta BMG : BM^2 = BG^2 + GM^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow BM = 5$$

$$\Rightarrow BC = 2BM = 10$$

اگر ارتفاع AH وارد بر ضلع BC باشد، آن‌گاه داریم:

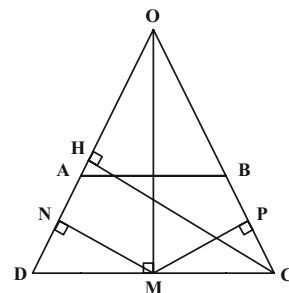
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC \Rightarrow 36 = \frac{1}{2} AH \times 10 \Rightarrow AH = 7/2$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۴۸- گزینه «۲» (مهمر فخران)

دو ساق AD و BC را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه O قطع کنند.

چون  $\hat{C} = \hat{D}$ ، پس مثلث OCD متساوی‌الساقین است.



طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث OCD داریم:

$$\Delta OCD : AB \parallel CD \Rightarrow \frac{OA}{OD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{OD-5}{OD} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3OD - 15 = 2OD \Rightarrow OD = 15$$

می‌دانیم مجموع طول عمودهای رسم شده از یک نقطه واقع بر قاعده یک مثلث

متساوی‌الساقین بر دو ساق آن، برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است، پس داریم:

$$\Delta OCD : CH \times OD = OM \times CD$$

$$\Rightarrow CH \times 15 = 9 \times 24 \Rightarrow CH = 14/4$$

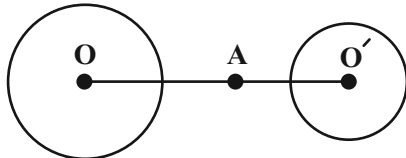




(غرضانه ناکاپاش)

۵۴- گزینه «۱»

با توجه به نسبت تجانس منفی، دو دایره مجانس معکوس یکدیگرند و داریم:



$$\frac{R'}{R} = |k| \Rightarrow \frac{R'}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow R' = 4$$

$$\frac{O'A}{OA} = |k| \Rightarrow \frac{O'A}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow O'A = 5$$

$$OO' = OA + O'A = 10 + 5 = 15$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

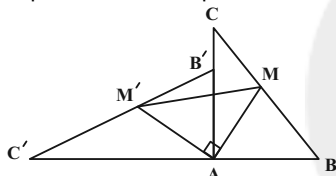
$$= \sqrt{15^2 - (8 + 4)^2} = \sqrt{225 - 144} = \sqrt{81} = 9$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۵۱)

(امیرحسین ابومصوب)

۵۵- گزینه «۳»

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{7})^2$$

$$= 8 + 28 = 36 \Rightarrow BC = 6$$

AM میانه وارد بر وتر در مثلث ABC است و اندازه آن برابر نصف

اندازه وتر یعنی برابر ۳ می‌باشد که با توجه به طولها بودن دوران، اندازه

AM' نیز برابر ۳ است.

زاویه بین AM و AM' برابر زاویه دوران یعنی ۹۰° است، پس در

مثلث قائم‌الزاویه AMM' داریم:

$$MM'^2 = AM^2 + AM'^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \Rightarrow MM' = 3\sqrt{2}$$

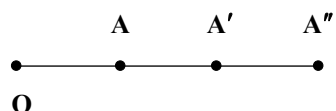
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

(امیرحسین ابومصوب)

۵۶- گزینه «۱»

فرض کنید نقاط O, A, A', A'' مطابق شکل قرار داشته باشند. در این

صورت داریم:



$$\frac{OA'}{OA} = k_1 \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در صورت}} \frac{OA' - OA}{OA} = \frac{k_1 - 1}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{AA'}{OA} = k_1 - 1 \quad (1)$$

$$\frac{OA''}{OA} = k_2 \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در صورت}} \frac{OA'' - OA}{OA} = \frac{k_2 - 1}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{AA''}{OA} = k_2 - 1 \quad (2)$$

هندسه ۲

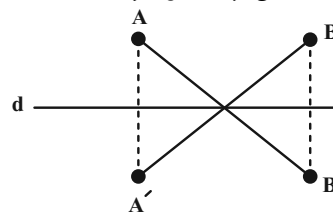
۵۱- گزینه «۲»

(افشین فاضله‌فان)

در حالت‌های «الف» و «ب» شیب پاره خط AB الزاماً حفظ می‌شود.

در حالت «پ» اگر نقاط A و B در طرفین خط d قرار داشته باشند، شیب

پاره خط AB الزاماً حفظ نمی‌شود. (شکل زیر)



(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

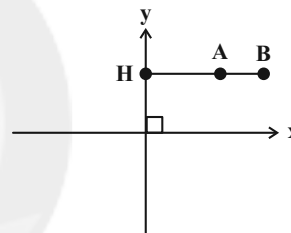
(سوکندر روشنی)

۵۲- گزینه «۴»

تبدیل T در صفحه P، تابعی است که به هر نقطه A از صفحه P، دقیقاً یک

نقطه مانند A' را از همان صفحه نظیر می‌کند و برعکس، هر نقطه A' از

صفحه P، تصویر دقیقاً یک نقطه A از همان صفحه است.



در گزینه «۴» نقاط واقع بر محور yها تصویر منحصر به فرد یک نقطه از

صفحه نیستند. به عنوان مثال در شکل، تصویر نقاط A و B تحت این تابع بر

نقطه H منطبق می‌گردد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۳۶)

(امیرحسین ابومصوب)

۵۳- گزینه «۲»

فرض کنید از مرکز تقارن هر کدام از این چندضلعی‌ها به تمام رئوس آن

چندضلعی وصل کنیم.

زاویه بین هر دو پاره خط متوالی در هر کدام از این چندضلعی‌ها به صورت زیر

است:

$$\theta = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

گزینه «۱»:

$$\theta = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

گزینه «۲»:

$$\theta = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

گزینه «۳»:

$$\theta = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

گزینه «۴»:

همان‌طور که مشاهده می‌شود در شش ضلعی منتظم، ۹۰° مضربی از زاویه

بین هر دو پاره خط متوالی که از مرکز تقارن به رأس‌ها وصل می‌شود، نیست

و در نتیجه تحت دوران ۹۰° حول مرکز تقارن شش ضلعی منتظم، این

چندضلعی بر خودش منطبق نمی‌شود.

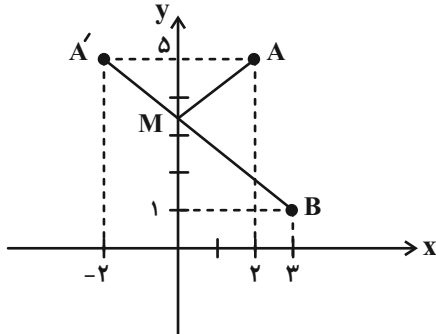
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)



(سوکندر روشنی)

۵۹- گزینه «۳»

طبق روش هرون کافی است قرینه نقطه A نسبت به محور y یا یعنی نقطه  $A'(-2, 5)$  را مشخص کرده و A' را به B وصل کنیم.



محل برخورد  $A'B$  با محور y ها همان نقطه M است و مطابق شکل داریم:

$$MA + MB = MA' + MB = A'B$$

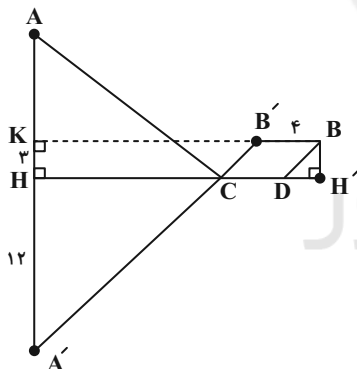
$$= \sqrt{(3+2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{41}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۴)

(مهمر سمت‌کار)

۶۰- گزینه «۲»

با توجه به اینکه ۴ کیلومتر از جاده در کنار ساحل دریا ساخته می‌شود، ابتدا نقطه B را مطابق شکل ۴ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نقطه B' حاصل شود.



همچنین بازتاب نقطه A نسبت به ساحل دریا را A' می‌نامیم. از B' عمود B'K را بر امتداد AA' رسم می‌کنیم. داریم:

$$B'K = BK - BB' = 24 - 4 = 20$$

$$A'K = A'H + HK = 12 + 3 = 15$$

$$\triangle A'B'K : A'B'^2 = A'K^2 + B'K^2 = 225 + 400 = 625$$

$$\Rightarrow A'B' = 25$$

مسیر ACDB در شکل، کوتاه‌ترین مسیر ممکن تحت شرایط مسئله است. طول این مسیر برابر است با:

$$AC + CD + DB = A'C + BB' + CB'$$

$$= (A'C + CB') + BB'$$

$$= A'B' + BB' = 25 + 4 = 29$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۵)

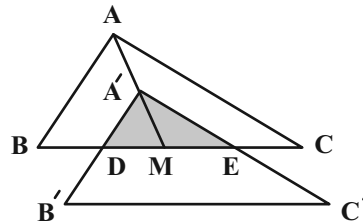
$$\frac{AA''}{OA} = \frac{AA'}{OA'} = \frac{k_2 - 1}{k_1 - 1} \Rightarrow \frac{AA''}{AA'} = \frac{k_2 - 1}{k_1 - 1} \quad (1), (2)$$

بنابراین A'' مجانس A' به مرکز A و نسبت  $\frac{k_2 - 1}{k_1 - 1}$  است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۵۱)

۵۷- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)



مطابق شکل تصویر مثلث ABC در انتقال با بردار  $\overrightarrow{AA'}$  (محل همرسی میانه‌های مثلث ABC است)، مثلث  $A'B'C'$  است. ناحیه مشترک بین این دو مثلث، مثلث A'DE است. تصویر یک پاره‌خط در یک انتقال با آن پاره‌خط موازی است، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} A'B' \parallel AB \Rightarrow A'D \parallel AB \\ A'C' \parallel AC \Rightarrow A'E \parallel AC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle A'DE \sim \triangle ABC$$

نسبت میانه‌ها در دو مثلث متشابه، برابر نسبت تشابه است. از طرفی میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، پس داریم:

$$\frac{S_{A'DE}}{S_{ABC}} = \left( \frac{A'M}{AM} \right)^2 = \left( \frac{1}{2} \right)^2 \Rightarrow \frac{S_{A'DE}}{54} = \frac{1}{9}$$

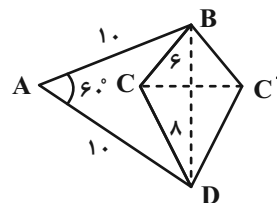
$$\Rightarrow S_{A'DE} = 6$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۰ و ۴۱)

۵۸- گزینه «۴»

(فرزانه شاکباش)

مثلث ABD با داشتن دو ضلع برابر و زاویه رأس  $60^\circ$ ، قطعاً متساوی‌الاضلاع است، پس  $BD = 10$  بوده و که از آنجا اضلاع مثلث BCD در قضیه فیثاغورس صدق می‌کنند.



بنابراین  $\widehat{BCD} = 90^\circ$  و مثلث BCD قائم‌الزاویه است. برای افزایش مساحت چهارضلعی ABCD بدون تغییر در تعداد اضلاع و محیط آن کافی است بازتاب نقطه C را نسبت به BD به دست آوریم. میزان این افزایش مساحت برابر است با:

$$S_{BCDC'} = 2S_{BCD} = 2 \times \frac{1}{2} BC \times CD = 6 \times 8 = 48$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)



## فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۲»

(مفرد علی راست پیمان)

برای محاسبه بردار شتاب متوسط بین دو لحظه  $t_1 = 4s$  تا  $t_2 = 14s$ ، بردار سرعت متحرک در لحظه  $t_2 = 10s$  در محاسبات لحاظ نمی‌شود. با توجه به تعریف شتاب متوسط داریم:

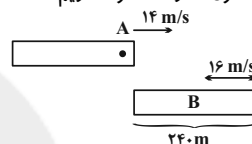
$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{a}_{av} = \frac{14\vec{i} - (-1\vec{i})}{14 - 4} = \frac{15\vec{i}}{10} = 1.5\vec{i}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۶۲- گزینه «۳»

(امسان ممری)

از لحظه‌ای که ابتدای دو قطار در کنار هم قرار می‌گیرد تا لحظه‌ای که انتهای قطار B به ابتدای قطار A می‌رسد، لوکوموتیوران قطار A، قطار B را در کنار خود می‌بیند بنابراین مجموع اندازه جابه‌جایی‌های قطارهای A و B باید برابر با طول قطار B شود. داریم:



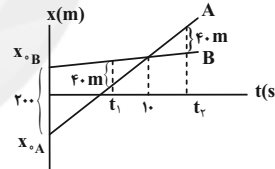
$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| = 240 \Rightarrow 14t + 16t = 240 \Rightarrow t = 8s$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۳- گزینه «۱»

(زهره آقامهری)

با توجه به نمودار، دو متحرک در لحظه  $10s$  به هم می‌رسند. پس داریم:



$$t = 10s \rightarrow x_A = x_B$$

با توجه به اینکه حرکت دو متحرک با سرعت ثابت صورت گرفته است، داریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{t=10s, x_A=x_B} 10v_A + x_{0A} = 10v_B + x_{0B}$$

$$\Rightarrow 10(v_A - v_B) = x_{0B} - x_{0A}$$

$$\xrightarrow{x_{0B} - x_{0A} = 200m} v_A - v_B = 20 \frac{m}{s} \quad (1)$$

در لحظه  $t_1$  داریم:

$$x_B - x_A = 40m \Rightarrow (v_B - v_A)t_1 + (x_{0B} - x_{0A}) = 40$$

$$\xrightarrow{(1)} -20t_1 + 200 = 40 \Rightarrow 20t_1 = 160 \Rightarrow t_1 = 8s$$

با توجه به تشابه مثلث‌ها،  $t_2 = 12s$  خواهد شد. پس در بازه زمانی  $t_2 - t_1$ ، فاصله دو متحرک از هم کمتر و یا مساوی با ۴۰ متر است و داریم:

$$t_2 - t_1 = 12 - 8 = 4s$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۴- گزینه «۲»

(فسرو ارغوانی فرر)

مکان اولیه، فاصله متحرک در  $t = 0$  از مبدأ مکان می‌باشد (یا مکان متحرک در لحظه  $t = 0$ ). برای محاسبه مکان اولیه داریم:

$$x = 2t^2 - 4t + 2 \xrightarrow{t=0} x = 2m$$

حال می‌بینیم که در چه لحظه‌ای متحرک از این مکان عبور می‌کند:

$$x = 2t^2 - 4t + 2 \xrightarrow{x=2m} 2 = 2t_1^2 - 4t_1 + 2 \Rightarrow t_1 = 2s$$

در لحظه  $t_1$  متحرک از مبدأ مکان ( $x = 0$ ) عبور می‌کند. پس:

$$x = 2t^2 - 4t + 2 \xrightarrow{x=0} 0 = 2t_2^2 - 4t_2 + 2 \Rightarrow t_2 = 1s$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{2}$$

بنابراین داریم:

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۵- گزینه «۱»

(فسرو ارغوانی فرر)

زمانی که متحرک پس از شروع حرکت به نقاط A و B می‌رسد را محاسبه و به ترتیب t و (t+6)s در نظر می‌گیریم. داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{v_0=0, x_0=0} x = \frac{3}{2}t^2$$

$$x_B - x_A = \frac{3}{2}(t+6)^2 - \frac{3}{2}t^2$$

$$\xrightarrow{x_B - x_A = 90m} 90 = \frac{3}{2} \times 12 \times (t+3) \Rightarrow t = 2s$$

بنابراین فاصله OA برابر است با:

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{t=2s} x_A = \frac{1}{2} \times 3 \times 2^2 = 6m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۶- گزینه «۲»

(فسرو ارغوانی فرر)

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است. در لحظه  $t = 0$ ، چون خط مماس بر نمودار افقی است، سرعت برابر با صفر می‌باشد. طبق نمودار، مکان اولیه متحرک برابر با  $x_0 = 6m$  و در لحظه  $t = 1s$  برابر با  $x = 3m$  می‌باشد. داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x_0=6m, v_0=0} x = \frac{1}{2}at^2 + 6$$

$$\xrightarrow{t=1s, x=3m} 3 = \frac{1}{2}a \times 1^2 + 6 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

تندی متحرک در لحظه عبور از مبدأ مکان برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

$$\Rightarrow v^2 - 0 = 2(-4)(0 - 6) \Rightarrow v = 4\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

تندی متحرک در لحظه  $t = 1s$  برابر است با:

$$v' = at + v_0 = (-4) \times 1 + 0 \Rightarrow v' = -4m/s \Rightarrow |v'| = 4m/s$$

$$\frac{v}{|v'|} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

بنابراین:

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۷- گزینه «۳»

(فسرو ارغوانی فرر)

با توجه به اینکه مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک می‌باشد، ابتدا مساحت زیر نمودار در دو ثانیه اول و دو ثانیه آخر را به دست می‌آوریم. برای این کار با استفاده از تشابه مثلث‌ها در شکل زیر، سرعت را در  $t = 2s$  و  $t' = (t_1 - 2)s$  محاسبه می‌کنیم.

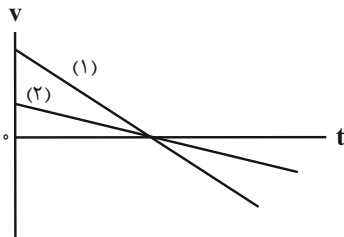
داریم:



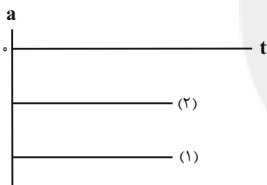
(بابک اسلامی)

گزینه «۴» - ۶۹

با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده و تقارن آن‌ها، سرعت دو متحرک در لحظه یکسانی برابر با صفر می‌شود (خط مماس بر نمودار مکان - زمان افقی خواهد شد). از طرف دیگر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه  $t = 0$  برای نمودار (۱) بزرگ‌تر از نمودار (۲) است و در نتیجه سرعت اولیه آن بزرگ‌تر است. بنابراین نمودار سرعت - زمان این دو متحرک مطابق شکل زیر خواهد بود:



در نتیجه چون شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر با شتاب متحرک است، با توجه به نمودار سرعت - زمان داده شده، مشخص است که اندازه شتاب متحرک (۱) بیش‌تر از اندازه شتاب متحرک (۲) است و شتاب حرکت هر دو متحرک منفی است. بنابراین نمودار گزینه (۴) بیانگر نمودار شتاب - زمان این دو متحرک خواهد بود.



(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

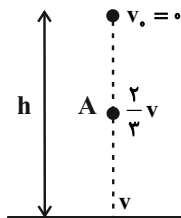
(بابک اسلامی)

گزینه «۴» - ۷۰

برای سرعت متوسط گلوله بین دو لحظه شروع حرکت تا رسیدن گلوله به نقطه A که تندی آن برابر با  $\frac{2}{3}v$  است، می‌توان نوشت:

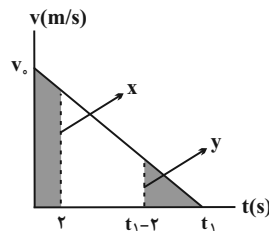
$$v'_{av} = \frac{v_A + v_0}{2} \Rightarrow 20 = \frac{\frac{2}{3}v + 0}{2} \Rightarrow v = 60 \frac{m}{s}$$

تندی گلوله‌ای که در شرایط خلأ از حال سکون رها می‌شود، پس از طی مسافت  $h'$  از رابطه  $v^2 = 2gh'$  به دست می‌آید. بنابراین داریم:



$$v^2 = 2gh \Rightarrow 60^2 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 180m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)



$$\frac{v_0}{t_1} = \frac{y}{2} \Rightarrow y = \frac{2}{t_1} v_0 \quad (1)$$

$$\frac{v_0}{t_1} = \frac{x}{t_1 - 2} \Rightarrow x = \frac{(t_1 - 2)}{t_1} v_0 \quad (2)$$

حال مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان را در دو ثانیه اول و دو ثانیه آخر محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{y \times 2}{2} = 6 \xrightarrow{(1)} \frac{2}{t_1} v_0 = 6 \Rightarrow v_0 = 3t_1 \quad (3)$$

$$\Delta x' = \frac{(v_0 + x) \times 2}{2} = 54 \xrightarrow{(2)} v_0 + \frac{(t_1 - 2)}{t_1} v_0 = 54$$

$$\xrightarrow{(3)} 6t_1 = 60 \Rightarrow t_1 = 10s$$

روش دوم، متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند تا بایستد، در بازه‌های زمانی یکسان (مثلاً دو ثانیه در این سوال) از لحظه توقف به قبل، مسافت‌هایی به نسبت‌های  $x$ ،  $3x$ ،  $5x$ ،  $7x$ ،  $9x$  و ... را طی می‌کند. بنابراین  $x = 6m$ ،  $3x = 18m$ ،  $5x = 30m$ ،  $7x = 42m$ ،  $9x = 54m$  پس زمان کل حرکت برابر با  $10 \times 2 = 20s$  بوده است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه «۴» - ۶۸

(مهمعلی راست‌پیمان)

ابتدا تندی اولیه را بر حسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$72 \frac{km}{h} = 72 \frac{km}{h} \times \frac{1000m}{1km} \times \frac{1h}{3600s} = 20 \frac{m}{s}$$

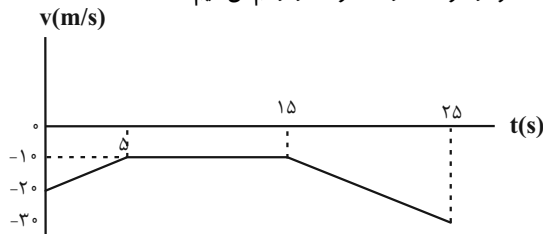
حال سرعت متحرک را در لحظه‌های  $t_1 = 5s$ ،  $t_2 = 15s$  و  $t_3 = 25s$  محاسبه می‌کنیم:

$$v_{\Delta} = a_1 t + v_0 = 2 \times 5 + (-20) \Rightarrow v_{\Delta} = -10 \frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{a_2 = 0} v_{15} = v_{\Delta} \Rightarrow v_{15} = -10 \frac{m}{s}$$

$$v_{25} = a_2 t + v_{15} = (-2) \times 10 + (-10) \Rightarrow v_{25} = -30 \frac{m}{s}$$

حال نمودار سرعت - زمان حرکت را رسم می‌کنیم:



در نمودار سرعت - زمان، اگر نمودار به محور زمان نزدیک شود، یعنی اندازه سرعت کاهش یابد، حرکت کندشونده و اگر نمودار از محور زمان دور شود، یعنی اندازه سرعت افزایش یابد، حرکت تندشونده است. با این توضیحات، در ۲۵ ثانیه اول حرکت، در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۵s نوع حرکت تندشونده است.

نکته: مساحت بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان در یک بازه زمانی معین برابر با تغییرات سرعت در آن بازه زمانی است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



## فیزیک ۱

-۷۱ گزینه «۳»

(مسعود قره‌قانی)

با توجه به رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{144K_1}{100K_1} = \left(\frac{v+5}{v}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{v+5}{v} \Rightarrow 5v+25=6v \Rightarrow v=25 \Rightarrow v+5=30 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

-۷۲ گزینه «۴»

(مسین مفرومی)

با استفاده از تعریف کار یک نیروی ثابت داریم:

$$W_1 = F_1 d_1 \cos \theta_1 = Fd \cos 0^\circ \Rightarrow W_1 = Fd$$

$$W_2 = F_2 d_2 \cos \theta_2 = 2Fd \cos 30^\circ \Rightarrow W_2 = \sqrt{3}Fd$$

$$W_3 = F_3 d_3 \cos \theta_3 = \sqrt{2}Fd \cos 60^\circ \Rightarrow W_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}Fd$$

$$\Rightarrow W_2 > W_1 > W_3$$

بنابراین داریم:

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

-۷۳ گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

بر جسم دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود که در حرکت جسم به

سمت پایین، کار نیروی وزن مثبت و کار نیروی مقاومت هوا منفی است. با

استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_f + W_{mg} = \Delta K \Rightarrow W_f + mgh = \Delta K$$

$$\Rightarrow -20 + 2 \times 10 \times 5 = \Delta K \Rightarrow \Delta K = 80J$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

-۷۴ گزینه «۳»

(شارمان ویسی)

مطابق قضیه کار - انرژی جنبشی، می‌دانیم طی یک جابه‌جایی معین، کار کل

نیروهای وارد بر جسم با تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر است. بنابراین:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \quad (1)$$

هم‌چنین طبق رابطه سرعت - جابه‌جایی (رابطه مستقل از زمان در حرکت با

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

شتاب ثابت) داریم:

$$\xrightarrow{(1)} W_t = \frac{1}{2}m(2a\Delta x) \Rightarrow W_t = ma\Delta x$$

$$\Rightarrow W_t = 2 \times 2 \times (11-7) \Rightarrow W_t = 24J$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

-۷۵ گزینه «۱»

(مهمدر علی راست‌پیمان)

طی یک جابه‌جایی معین، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر با منفی کار

نیروی وزن در آن جابه‌جایی است. بنابراین:

$$U_B - U_A = -W_{mg} \Rightarrow U_B - 50 = -(-45) \Rightarrow U_B = 95J$$

از طرفی چون طی جابه‌جایی جسم از B تا C، ارتفاع آن افزایش یافته

است، پس انرژی پتانسیل آن افزایش یافته است و بنابراین داریم:

$$U_C - U_B = 55 \Rightarrow U_C - 95 = 55 \Rightarrow U_C = 150J$$

حال با توجه به قانون پایستگی انرژی، می‌توان نوشت:

$$E_A - E_C = W_f \Rightarrow (U_A + K_A) - (U_C + K_C) = W_f$$

$$\Rightarrow (50 + 75) - (150 + 0) = W_f \Rightarrow W_f = -25J$$

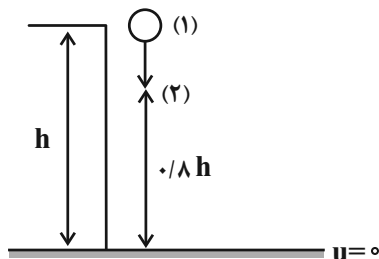
(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

-۷۶ گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

چون اتلاف انرژی نداریم، پس از طی ۲۰ درصد مسیر،  $U_2 > K_2$  است و

نتیجه داریم:



در مسیر رفت و برگشت برابر است. در نتیجه در مسیر برگشت نیز  $40\text{ m}$  از

$$E_p = E_p - 40\text{ m} = 120\text{ m} \quad \text{انرژی مکانیکی کاهش می‌یابد:}$$

در نتیجه داریم:

$$E_p = K_p + U_p = \frac{1}{2}mv_p^2 + 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_p^2 = 120\text{ m}$$

$$\Rightarrow v_p = \sqrt{240} = 4\sqrt{15} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۷۹- گزینه «۲» (سیوان سعیری)

گلوله به شرط داشتن تندی در نقطه A که از یک مقداری معین بیشتر باشد، می‌تواند به نقطه B برسد. این کار می‌تواند در حضور نیروهای اتلافی هم صورت بگیرد. این تندی معین بستگی به کار نیروهای اتلافی در حرکت از A به B دارد.

کار طناب صفر است چون در هر لحظه نیروی طناب بر مسیر حرکت عمود است.

شرط رسیدن گلوله به نقطه B این است که تندی گلوله در نقطه A حتماً مخالف صفر باشد.

گلوله به شرط داشتن تندی در نقطه A که از یک مقداری معین بیشتر باشد، می‌تواند از نقطه A به نقطه B می‌رود و تندی گلوله در نقطه B مخالف صفر باشد. در نتیجه گزاره‌های «ب» و «پ» الزاماً صحیح است.

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۷۳)

۸۰- گزینه «۴» (مسعود قره‌فانی)

ابتدا توان خروجی آسانسور را به دست می‌آوریم:

$$m = 800 + 400 = 1200\text{ kg}$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} = \frac{mg\Delta h}{t} = \frac{1200 \times 10 \times 10}{6} = 20000\text{ W} = 20\text{ kW}$$

حال می‌توان بازده آسانسور را به دست آورد:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100 = \frac{20}{50} \times 100 = 40\%$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

$$K_p = (U_p - 60)\text{ J} \rightarrow U_1 = U_p + (U_p - 60)$$

$$\frac{h_p = 0 / \lambda h}{\rightarrow} mgh = 2(mg \times 0 / \lambda h) - 60$$

$$\Rightarrow 0 / 6mgh = 60 \Rightarrow 0 / 6 \times 2 / 5 \times 10 \cdot h = 60 \Rightarrow h = 4\text{ m}$$

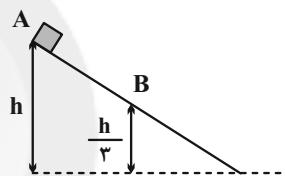
(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۷- گزینه «۳» (مصطفی کیانی)

جسم در نقطه A فقط انرژی پتانسیل گرانشی و در نقطه B، هم انرژی جنبشی و هم

انرژی پتانسیل گرانشی دارد. چون در نقطه B، ارتفاع از مبدأ پتانسیل گرانشی،  $\frac{1}{3}$

ارتفاع در نقطه A است، بنا به رابطه  $U = mgh$ ، باید  $U_B = \frac{1}{3}U_A$  باشد.



$$E_A = E_B \xrightarrow{E=U+K} U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$\frac{U_B = \frac{1}{3}U_A}{K_A = 0} \rightarrow U_A + 0 = \frac{1}{3}U_A + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\frac{m=4\text{ kg}}{v_B=10\text{ m/s}} \rightarrow \frac{2}{3}U_A = \frac{1}{2} \times 4 \times 100 \Rightarrow U_A = 300\text{ J}$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۸- گزینه «۱» (سعید ظاهری بروینی)

با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، گلوله در لحظه پرتاب فقط انرژی جنبشی و در حالتی که در ارتفاع اوج خود قرار دارد، فقط انرژی پتانسیل گرانشی دارد. با استفاده از قانون پایستگی انرژی داریم:

$$W_{\text{مقاومت}} = E_p - E_1 \Rightarrow W_{\text{مقاومت}} = (K_p + U_p) - (K_1 + U_1)$$

$$\Rightarrow W_{\text{مقاومت}} = (0 + mgh_p) - (\frac{1}{2}mv_1^2 + 0)$$

$$\Rightarrow W_{\text{مقاومت}} = m \times 10 \times 16 - \frac{1}{2}m \times 20^2 = -40\text{ m}$$

از آن جایی که طبق رابطه کار  $(W = Fd \cos \theta)$ ، کار نیروی مقاومت



(میثم شتیان)

۸۴- گزینه «۲»

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

$$\frac{\rho_A = 3, m_A = 6}{\rho_B = 2, m_B} \rightarrow \frac{3}{2} = 6 \times \frac{V_B}{V_A}$$

$$\Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{1}{4} \quad V = AL \rightarrow \frac{A_B L_B}{A_A L_A} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{L_A = L_B}{A_A} \rightarrow \frac{A_B}{A_A} = \frac{1}{4}$$

$$\rho, R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\frac{L_A = L_B, \frac{\rho_A}{\rho_B} = 2}{\frac{A_B}{A_A} = \frac{1}{4}} \rightarrow \frac{R_A}{R_B} = 2 \times 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{V = RI}{V_A} \rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{R_A I_A}{R_B I_B}$$

$$\frac{V_A = V_B}{I_B} \rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 2$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

(سعید طاهری بروینی)

۸۵- گزینه «۲»

با استفاده از رابطه بین مقاومت و تغییرات دمای یک رسانا، داریم:

$$R_T = R_1 (1 + \alpha \Delta\theta) \Rightarrow \frac{R_T}{R_1} = 1 + \alpha \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{1}{300} \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 33 / 3^\circ C$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۴»

(بابک اسلامی)

طبق رابطه  $\Delta q = I \Delta t$ ، اگر جریان بر حسب میلی‌آمپر و زمان بر حسب ساعت باشد، بار الکتریکی بر حسب mAh خواهد بود. داریم:

$$\Delta q = I \Delta t \Rightarrow 4 \times 10^3 = 5 \times 10^4 \times 10^{-3} \Delta t \Rightarrow \Delta t = 80h$$

$$\Rightarrow \Delta t = 80 \times 60 = 4800 \text{ min}$$

بار الکتریکی شارش شده در مدار برابر با بار الکتریکی ذخیره شده در باتری است. داریم:

$$\Delta q = 4000 \text{ mAh} = 4000 \times 10^{-3} (A) \times 3600 (s) = 14 / 4 \times 10^3 \text{ As}$$

$$\Rightarrow \Delta q = 14 / 4 \times 10^3 \text{ C} \Rightarrow \Delta q = 14 / 4 \times 10^9 \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(یاسر علیلو)

۸۲- گزینه «۳»

با توجه به نمودار به‌ازای ولتاژ  $V'$  جریان عبوری از دو مقاومت A و B برابر با  $I_A = 8A$  و  $I_B = 20A$  است، بنابراین با استفاده از رابطه قانون

اهم نسبت  $\frac{R_A}{R_B}$  را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{I_B}{I_A} = 1 \times \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ و ۵۰)

(فرشید رسولی)

۸۳- گزینه «۱»

مطابق رابطه قانون اهم، چون جریان عبوری از سیم کاهش یافته است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر سیم نیز کاهش یافته است.

$$V = RI \xrightarrow{R_1 = R_2} \frac{V_2}{V_1} = \frac{I_2}{I_1}$$

$$\frac{V_2 = (V_1 - 4)V}{I_2 = \frac{I_1}{2}} \rightarrow \frac{V_1 - 4}{V_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_1 = 8V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ و ۵۰)



(شهرام امیری دارانی)

۸۹- گزینه «۲»

جریان عبوری از مدار در یک مدار تک حلقه از رابطه زیر به دست می آید:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I = \frac{12}{4+2} = 2A$$

پس اختلاف پتانسیل دو سر باتری از رابطه زیر به دست می آید:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow V = 12 - 2 \times 2 = 8V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

(بیبا فورشید)

۹۰- گزینه «۲»

مقاومت درونی ولت‌سنج آرمانی بسیار بالا است و اجازه عبور جریان را

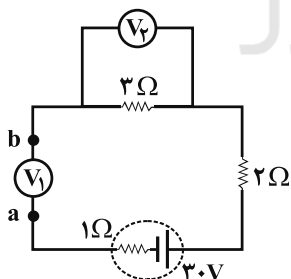
نمی‌دهد، پس جریان در مدار برقرار نیست.

ولت‌سنج  $V_p$  با مقاومت  $3\Omega$  موازی است، پس ولتاژ دو سر آن باید با ولتاژ

دو سر مقاومت  $3\Omega$  یکسان باشد. از طرفی چون جریان مدار صفر است،

داریم:

$$V_p = RI = 3 \times 0 = 0$$



اگر مجموع پتانسیل‌ها را در مدار بنویسیم، داریم:

$$V_a + 30 - 1 \times I - 2 \times I - 3 \times I = V_b$$

$$\xrightarrow{I=0} V_a + 30 = V_b \Rightarrow V_b - V_a = 30V \Rightarrow V_1 = 30V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

(بابک اسلامی)

۸۶- گزینه «۳»

چون مقاومت ترکیبی نوار چهارم را ندارد، بنابراین تلرانس آن ۲۰ درصد

است. برای خواندن حلقه‌های رنگی، مقاومت را طوری در دست می‌گیریم که

نوار چهارم و یا محل آن در سمت راست قرار گیرد. داریم:

$$R = \overline{ab} \times 10^n = 25 \times 10^3 \Omega = 25k\Omega$$

$$\text{تلرانس} = 0 / 2 \times 25 = 5k\Omega$$

$$\Rightarrow 20k\Omega \leq R \leq 30k\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

(غلامرضا مینی)

۸۷- گزینه «۱»

عبارت‌های «الف» و «ب» نادرست هستند.

الف) دیود رسانایی اهمی نیست و نمودار تغییرات جریان بر حسب اختلاف

پتانسیل آن به صورت غیرخطی است.

ب) قانون اهم در دمای ثابت برای بسیاری از رساناهای غیرفلزی برقرار است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۶ تا ۶۱)

(امیررضا صدریکتا)

۸۸- گزینه «۴»

جهت حرکت بار منفی در اثر جریان، خلاف جهت قراردادی جریان و از

قطب منفی باتری به سوی قطب مثبت است یعنی از B به A. برای محاسبه

اندازه کاری که باتری بر روی بار الکتریکی انجام می‌دهد از رابطه زیر

استفاده می‌کنیم:

$$\varepsilon = \frac{W}{|q|} \Rightarrow W = \varepsilon|q| = 8 \times 0 / 5 = 4J$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)





حال با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K' - K = \frac{1}{2}m(v'^2 - v^2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} W_{t,1} = \frac{1}{2}m(v_1'^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}m(0^2 - (-6)^2) = -18\text{m} \\ W_{t,2} = \frac{1}{2}m(v_2'^2 - v_2^2) = \frac{1}{2}m(6^2 - 0^2) = 18\text{m} \\ W_{t,3} = \frac{1}{2}m(v_3'^2 - v_3^2) = \frac{1}{2}m(12^2 - 6^2) = 54\text{m} \end{cases}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۶۴)

۹۴- گزینه «۲» (ممسن قنرپلر)

ابتدا با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، ارتفاع  $h$  را به دست می‌آوریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 10h = \frac{1}{2} \times (10)^2 \Rightarrow h = 5\text{m}$$

برای اینکه اندازه انرژی پتانسیل گرانشی دو نقطه که هم ارتفاع نیستند، برابر باشد، باید مبدأ انرژی پتانسیل دقیقاً وسط آن دو نقطه باشد. در نتیجه، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی باید  $2/5$  متر به سمت بالا منتقل شود تا هر دو نقطه  $A$  و  $B$  از این مبدأ، فاصله یکسانی داشته باشند.

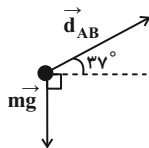
(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۴ تا ۷۰)

۹۵- گزینه «۳» (شارهان ویسی)

مسیر  $ABC$  را به دو مسیر  $AB$  و  $BC$  تبدیل کرده و کار نیروی وزن روی آن‌ها را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

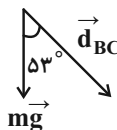
$$W_{AB} = mgd_{AB} \cos(90^\circ + 37^\circ) = -mgd_{AB} \sin(37^\circ)$$

$$\Rightarrow W_{AB} = -1 \times 10 \times 0 / 2 \times 0 / 6 = -1/2\text{J}$$



$$W_{BC} = mgd_{BC} \cos(53^\circ)$$

$$\Rightarrow W_{BC} = 1 \times 10 \times 0 / 1 \times 0 / 6 = 0/6\text{J}$$



$$W_T = W_{AB} + W_{BC} = -1/2 + 0/6 = -0/6\text{J}$$

بنابراین:

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰ و ۶۴ تا ۶۸)

### فیزیک ۱

۹۱- گزینه «۴»

(سعید نصیری)

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{9K_0}{K_0} = \left(\frac{v+10}{v-10}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{v+10}{v-10} = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} & \text{ق.ق} \\ v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} & \text{غ.ق} \end{cases}$$

دقت کنید چون تنسید همواره کمیتی مثبت است و در نمودار مقدار

$$\frac{m}{s}(v-10) \text{ وجود دارد، بنابراین مقدار } v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ قابل قبول است.}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۹۲- گزینه «۴»

(غلامرضا مهبی)

ابتدا با استفاده از نمودار شتاب - زمان و سرعت اولیه متحرک، سرعت آن را در لحظه‌های  $t_1 = 1\text{s}$ ،  $t_2 = 2\text{s}$ ،  $t_3 = 4\text{s}$  و  $t_4 = 5\text{s}$  محاسبه می‌کنیم:

$$v_1 = a_1 t + v_0 = (-1) \times 1 + 3 \Rightarrow v_1 = 2\text{m/s}$$

$$v_2 = a_2 t + v_1 = 1 \times 2 + 2 \Rightarrow v_2 = 4\text{m/s}$$

$$v_3 = a_3 t + v_2 = 1 \times 3 + 2 \Rightarrow v_3 = 5\text{m/s}$$

$$v_4 = a_4 t + v_3 = (-3) \times 1 + 5 \Rightarrow v_4 = 2\text{m/s}$$

حال از قضیه کار - انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_t = K_4 - K_3 = \frac{1}{2}mv_4^2 - \frac{1}{2}mv_3^2$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times (2^2 - 5^2) = -12\text{J}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۹۳- گزینه «۳»

(فسرو ارغوانی فرد)

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، می‌دانیم که کار نیروی خالص در یک جابه‌جایی معین برابر با تغییرات انرژی جنبشی می‌باشد. پس تغییرات انرژی

جنبشی را در بازه‌های داده شده به دست می‌آوریم:

$$v = 6t - 6 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \rightarrow v_0 = 6 \times 0 - 6 \Rightarrow v_0 = -6\text{m/s} \\ t=1\text{s} \rightarrow v_1 = 6 \times 1 - 6 \Rightarrow v_1 = 0 \\ t=2\text{s} \rightarrow v_2 = 6 \times 2 - 6 \Rightarrow v_2 = 6\text{m/s} \\ t=3\text{s} \rightarrow v_3 = 6 \times 3 - 6 \Rightarrow v_3 = 12\text{m/s} \end{cases}$$



گزینه «۲»: انرژی جنبشی طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی با  $h$  متناسب

است.  $K = mgh$

گزینه «۳»: انرژی جنبشی هنگام برخورد متناسب با  $m$  است.  $K = mgh$

گزینه «۴»: تندی جسم هنگام برخورد به زمین از  $m$  مستقل است:

$$v = \sqrt{2gh}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۹۹- گزینه «۲» (علیرضا کونه)

با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$W_f = E_f - E_i \quad \xrightarrow{W_f = \vec{f}_k d \cos 180^\circ} \quad -\vec{f}_k d = E_f - E_i$$

$$\Rightarrow -\vec{f}_k h = (K_f + U_f) - (K_i + U_i)$$

$$\Rightarrow -\vec{f}_k h = \left(\frac{1}{2}mv_f^2 + 0\right) - (0 + mgh)$$

$$\Rightarrow -2\vec{f}_k = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 - 2 \times 10 \times 2 \Rightarrow \vec{f}_k = 12N$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۱۰۰- گزینه «۳» (مسعود قره‌قانی)

ابتدا توان خروجی پمپ را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{W}{t}$$

کار انجام شده، همان کار نیروی وزن آب است. پس داریم: (هر متر مکعب

آب ۱۰۰۰ کیلوگرم است.)

$$|W| = mg\Delta h = 300 \times 10^3 \times 10 \times 18 (J)$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{300 \times 10^3 \times 18}{3600} = 15000 W$$

حال با توجه به بازده پمپ داریم:  $\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 =$  بازده

$$\Rightarrow 60 = \frac{15000}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 25000 W = 25 kW$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۹۶- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_f \Rightarrow U_1 + K_1 = U_f + K_f \quad (1)$$

در نقطه‌ای که تندی نصف شود، با توجه به رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، انرژی

جنبشی  $\frac{1}{4}$  برابر می‌شود. پس داریم:  $K_1 = 4K_f$

$$\xrightarrow{(1)} 4K_f = U_f + K_f \Rightarrow U_f = 3K_f \Rightarrow \frac{K_f}{U_f} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۹۷- گزینه «۱»

(میثم شتیان)

برای گلوله سنگین‌تر با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_f = E_i \Rightarrow \frac{1}{2}(4m)v_f^2 + 4mgh_f = \frac{1}{2}(4m)v_i^2 + (4m)gh_i$$

$$\xrightarrow{\substack{h_f=h \\ h_i=0}} v_f^2 = v_i^2 + 2gh \quad (1)$$

هم‌چنین برای گلوله سبک‌تر نیز می‌توان نوشت:

$$E'_f = E'_i \Rightarrow \frac{1}{2}mv_f'^2 + mgh'_f = \frac{1}{2}m(2v_i')^2 + mgh'_i$$

$$\xrightarrow{\substack{h'_f=h \\ h'_i=0}} v_f'^2 = 4v_i'^2 + 2gh \quad (2)$$

اگر رابطه (۱) را به (۲) تقسیم کنیم:

$$\frac{v_f^2}{v_f'^2} = \frac{v_i^2 + 2gh}{4v_i'^2 + 2gh} = \frac{v_i^2 + 2gh}{4(v_i'^2 + 2gh)} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v_f}{v_f'} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۹۸- گزینه «۲»

(علی قائمی)

گزینه «۱»: تندی جسم با  $\sqrt{h}$  متناسب است، زیرا:

$$E_1 = E_f \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

(امیرحسین طیبی)

۱۰۳- گزینه «۱»

ابتدا شمار مولهای  $\text{OH}^-$  را در محلول  $\text{Ba}(\text{OH})_2$  محاسبه می‌کنیم.  
 $[\text{OH}^-] = M \cdot \alpha \cdot n = 0.6 \times 1 \times 2 = 1.2 \text{ mol.L}^{-1}$

$$? \text{ mol OH}^- = 2 \text{ L محلول} \times \frac{1.2 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ L محلول}} = 2.4 \text{ mol OH}^-$$

سپس شمار مولهای  $\text{H}^+$  در محلول نیتریک اسید را محاسبه می‌کنیم.

$$M = \frac{m}{V} \Rightarrow M = \frac{10 \times 21 \times 1 / 5}{63} = 5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = M \cdot \alpha \cdot n = 5 \times 1 \times 1 = 5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol H}^+ = 0.5 \text{ L محلول} \times \frac{5 \text{ mol H}^+}{1 \text{ L محلول}} = 2.5 \text{ mol H}^+$$

متوجه شدیم که مولهای  $\text{H}^+$  از مولهای  $\text{OH}^-$  بیشتر است، در نتیجه محلول نهایی اسیدی خواهد بود.

$$[\text{H}^+] = \frac{\text{mol H}^+ - \text{mol OH}^-}{V_1 + V_2}$$

$$= \frac{2.5 - 2.4}{2 + 0.5} = \frac{0.1}{2.5} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(4 \times 10^{-2}) = 2 - \log 4$$

$$= 2 - 2 \log 2 = 2 - 2(0.3) = 1.4$$

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

(عمید زبئی)

۱۰۴- گزینه «۱»

عبارت اول نادرست است. مخلوط (آب، وازلین، صابون) یک کلئید نامگن است. عبارت دوم نادرست است. باز آرنیوس می‌تواند در ساختار  $\text{OH}$  نداشته باشد. عبارت سوم درست است.

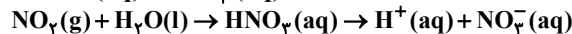
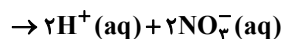
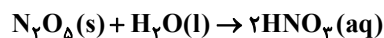
$$\text{pH} = 11/3 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-11/3}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-2/3}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-2/3} = 10^{-3+1/3} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 2/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2/7} = 10^{-3+1/7} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

عبارت چهارم نادرست است.

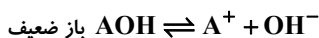


رسانایی الکتریکی دو محلول نابرابر است.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶، ۷، ۱۶ تا ۱۸ و ۱۴ تا ۲۸)

(امیرحسین طیبی)

۱۰۵- گزینه «۳»



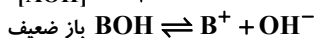
$$\% \alpha_{\text{AOH}} = \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{AOH}]} \times 100 \Rightarrow 25 = \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{AOH}]} \times 100$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 0.25[\text{AOH}]$$

$$K_{(\text{AOH})} = \frac{[\text{OH}^-] \times [\text{A}^+]}{[\text{AOH}] - [\text{OH}^-]} \rightarrow$$

$$K_{(\text{AOH})} = \frac{0.25[\text{AOH}] \times 0.25[\text{AOH}]}{[\text{AOH}] - 0.25[\text{AOH}]} = \frac{0.25}{3} [\text{AOH}]$$

$$\frac{K_{(\text{AOH})}}{[\text{AOH}]} = \frac{0.25}{3} \Rightarrow (I)$$



شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

رسانایی الکتریکی به غلظت یون‌های موجود در محلول بستگی دارد:



$$\% \alpha = \alpha \times 100\% \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow 2/4 = \frac{[\text{H}^+]}{0.05} \times 100$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 12 \times 10^{-4} \Rightarrow [\text{H}^+] = [\text{F}^-] = 12 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$2 \times (12 \times 10^{-4}) = 24 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \text{ مجموع غلظت یون‌ها در این اسید}$$

$$\alpha = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{HA}]} \Rightarrow 0.5 = \frac{[\text{H}^+]}{6 \times 10^{-4}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 3 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \quad (2)$$



$$[\text{H}^+] = [\text{A}^-] = 3 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$2 \times (3 \times 10^{-4}) = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \text{ مجموع غلظت یون‌ها در این اسید}$$

$$m \text{ جرم} = 12/6g \rightarrow n \text{ مول} = \frac{m}{\text{جرم مولی}} = \frac{1/26}{63} = 0.02 \text{ mol} \quad (3)$$

$$M = \frac{n}{V} = \frac{0.02}{0.1} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = M_{(\text{HNO}_3)} = M \alpha = 0.2 \times 1 = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = [\text{NO}_3^-] = 0.2 \Rightarrow 2 \times (0.2) = 0.4 \text{ mol.L}^{-1} \text{ مجموع غلظت یون‌ها:}$$

(۴) در محلول  $2 \times 10^{-4}$  مولار هیدرکلریک اسید داریم:



$$[\text{H}^+] = [\text{Cl}^-] = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$2 \times (2 \times 10^{-4}) = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \text{ مجموع غلظت یون‌ها:}$$

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(مهمرضا پورماویر)

۱۰۲- گزینه «۱»

با توجه به صورت سؤال، محلول باقی‌مانده خاصیت اسیدی دارد (که با یک باز خنثی می‌شود). غلظت یون  $\text{H}^+$  باقی‌مانده در آن برابر است با:

$$\text{Ca}(\text{OH})_2 \text{ محلول: } \text{pH} = 10/3$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-10/3} = 10^{-11} \times 10^{1/3} = 5 \times 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-14}}{5 \times 10^{-11}} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] \text{ باقی‌مانده} = \frac{\text{مول OH}^- \text{ مول اولیه}}{\text{حجم کل محلول}}$$

$$= \frac{(0.1 \times 2 \times 10^{-2}) - (0.5 \times 2 \times 10^{-4})}{1 \text{ L}}$$

$$= 2/9 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

برای خنثی شدن چنین محلولی می‌توان گفت:

$$M_a V_a n_a = M_b V_b n_b$$

$$2/9 \times 10^{-3} \times 1 \times 1 = 5 \times 10^{-4} \times V_b \times 2 \Rightarrow V_b = 2/9$$

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸ و ۳۰ تا ۳۲)

$$\Rightarrow M - x = 2(x + x) \Rightarrow M - x = 4x$$

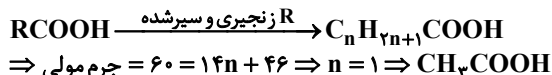
$$\Rightarrow M = 5x \Rightarrow \alpha = \frac{x}{M} = \frac{x}{5x} = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^{-5} = \frac{M \times 4 \times 10^{-2}}{0.8} \Rightarrow M = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$a = \text{ppm} \times 10^{-4} \Rightarrow a = 36 \times 10^{-4} \Rightarrow M = \frac{10ad}{\text{جرم مولی}}$$

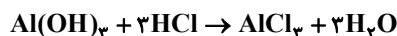
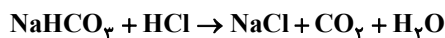
$$\Rightarrow 6 \times 10^{-4} = \frac{10 \times 36 \times 10^{-4} \times 1}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{جرم مولی} = 60 \text{ g.mol}^{-1}$$



$$\Rightarrow \text{جفت الکترون پیوندی} = \frac{(4 \times 2) + (4 \times 1) + (2 \times 2)}{2} = 8$$

(شیمی ۳ - مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۱۰۹ - گزینه «۴»  
معادله‌های موازنه شده:



ابتدا محاسبه می‌کنیم ۴ گرم از این شربت چند مول HCl را خنثی می‌کند.

$$\text{? mol HCl} : 4 \text{ g شربت} \times \frac{2 / 10 \text{ g NaHCO}_3}{100 \text{ g شربت}} \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaHCO}_3} = 10^{-3} \text{ mol HCl}$$

$$\text{? mol HCl} : 4 \text{ g شربت} \times \frac{1 / 3 \text{ g Al(OH)}_3}{100 \text{ g شربت}} \times \frac{1 \text{ mol Al(OH)}_3}{78 \text{ g Al(OH)}_3}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Al(OH)}_3} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol HCl}$$

حال محاسبه می‌کنیم این مقدار HCl در چند میلی‌لیتر شیره معده یافت می‌شود.

$$\text{pH} = 1/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1/7} = 10^{-2} \times 10^{1/7} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = M \cdot \alpha \cdot n \Rightarrow M = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{? mL شیره معده} \times \frac{1 \text{ L شیره معده}}{2 \times 10^{-2} \text{ mol HCl}} = (1+2) \times 10^{-3} \text{ mol HCl}$$

$$\times \frac{10^3 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 150 \text{ mL شیره معده}$$

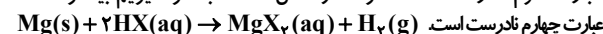
(شیمی ۳ - مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱۱۰ - گزینه «۲»  
(عمید زینی)

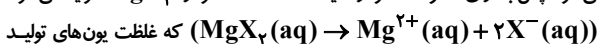
عبارت اول درست است. چون در ابتدای واکنش HX به طور کامل یونیده شده است، پس غلظت یون هیدرونیوم در محلول HX بیشتر است و با شدت بیشتری با Mg واکنش می‌دهد.

عبارت دوم درست است. هر دو اسید پس از مدت زمان مشخص به طور کامل با منیزیم واکنش می‌دهند.

عبارت سوم نادرست است. سرعت واکنش HX با فلز منیزیم بیشتر است.



عبارت چهارم نادرست است. به ازای مصرف ۲ مول HX، ۱ مول MgX<sub>2</sub> تولید می‌شود. پس به ازای مصرف ۱ مولر اسید HX، ۰/۵ مولر MgX<sub>2</sub> تولید می‌شود.



شده آن ۱/۵ مولر می‌شود. (در حالی که غلظت یونهای HCl، ۲ مولر بود.)

(شیمی ۳ - مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه ۲۴)

$$\% \alpha_{\text{BOH}} = \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{BOH}]} \times 100 \Rightarrow 20 = \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{BOH}]} \times 100$$

$$\rightarrow [\text{OH}^-] = 0.2[\text{BOH}] \quad K_{\text{(BOH)}} = \frac{[\text{OH}^-][\text{B}^+]}{[\text{BOH}][\text{OH}^-]}$$

$$\frac{[\text{OH}^-][\text{B}^+]}{[\text{BOH}][\text{OH}^-]} \rightarrow K_{\text{BOH}} = \frac{0.2[\text{BOH}] \times 0.2[\text{BOH}]}{[\text{BOH}] - 0.2[\text{BOH}]}$$

$$= 0.05[\text{BOH}] \rightarrow \frac{K_{\text{(BOH)}}}{[\text{BOH}]} = 0.05 \text{ (II)}$$

$$\frac{0.2/25}{\text{(I)}} = \frac{3}{5} = \frac{5}{3} = 1/67$$

(شیمی ۳ - مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

۱۰۶ - گزینه «۱»  
(امیر هاتمیان)

ابتدا غلظت یون هیدرونیوم در محلول هر اسید را حساب می‌کنیم:

$$\text{pH} = 2/7 \rightarrow [\text{H}^+]_1 = M_{\text{HCl}} = 10^{-2/7}$$

$$= 10^{-3} \times 10^{1/7} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 2/3 \rightarrow [\text{H}^+]_2 = M_{\text{HCl}} = 10^{-2/3}$$

$$= 10^{-3} \times 10^{1/3} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال با استفاده از فرمول زیر، غلظت یون هیدرونیوم را در محلول نهایی،

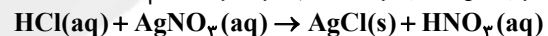
$$[\text{H}^+]_{\text{نهایی}} = \frac{[\text{H}^+]_1 \times V_1 + [\text{H}^+]_2 \times V_2}{V_1 + V_2}$$

$$= \frac{2 \times 10^{-3} \times 30 + 5 \times 10^{-3} \times 20}{30 + 20} = 3/2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال pH محلول نهایی را حساب می‌کنیم:

$$\text{pH} = -\log 3/2 \times 10^{-3} = -(\log 3/2 + \log 10^{-3}) = -(\log 3 - \log 2 - 3) = 2/5$$

حال در اثر واکنش هیدروکلریک اسید با نقره نیترات داریم:



$$\text{? mg AgCl} = 10 \text{ mL HCl} \times \frac{1 \text{ L HCl}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{3/2 \times 10^{-3} \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol AgCl}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{143.5 \text{ g AgCl}}{1000 \text{ mg AgCl}} = 4/592 \text{ mg AgCl}$$

(شیمی ۳ - مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

۱۰۷ - گزینه «۳»  
(پیمان فواجوی میر)

اگر در دمای ثابت محلول دو اسید pH یکسانی داشته باشند، غلظت محلول اسید ضعیف‌تر بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

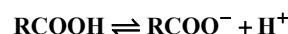
قدرت اسیدی HB از دو اسید دیگر بیشتر است.

با افزایش غلظت در دمای ثابت،  $K_a$  تغییر نمی‌کند و قدرت اسیدی ثابت می‌ماند. (خاصیت اسیدی بیشتر می‌شود.)

در محلول اسیدهای ضعیف غلظت اسید یونیده نشده بیشتر از غلظت یون‌های تولید شده است.

(شیمی ۳ - مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۸ - گزینه «۲»  
(امیرمسین طیبی)



M	.	.
-x	+x	+x
M-x	x	x

## شیمی ۱

## گزینه «۴» - ۱۱۱

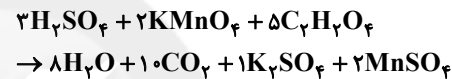
بررسی همه موارد:

مورد اول: نادرست - رنگ شعله حاصل از سوختن گوگرد آبی اما رنگ شعله حاصل از سوختن ناقص گاز شهری زرد است.

مورد دوم: درست - آهک (CaO) یک اکسید فلزی است و با حل شدن در آب pH آن را افزایش می دهد.

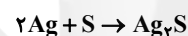
اما گازی که عامل رنگ قهوه ای هوای آلوده کلان شهرهاست NO<sub>۲</sub> است که یک اکسید نافلزی است و با حل شدن در آب، pH آن را کاهش می دهد.

مورد سوم: نادرست - سبک ترین فلز دوره چهارم، K ۱۹ می باشد.



مورد چهارم: نادرست - Pb نماد عنصر سرب می باشد (نه پلادیم)

مورد پنجم: نادرست



$$? g Ag_2S : 1 mol Ag \times \frac{1 mol Ag_2S}{2 mol Ag} \times \frac{248 g Ag_2S}{1 mol Ag_2S} = 124 g Ag_2S$$

(شیمی ۱ - رد پای گازها در زندگی: صفحه های ۵۶ تا ۶۴)

## گزینه «۳» - ۱۱۲

(عمید زبئی)

گزینه «۱»: اوزون مانع ورود بخش عمده ای از پرتوهای فرابنفش به سطح زمین می شود.

گزینه «۲»: گاز اوزون زودتر مایع می شود، چون نقطه جوش بالاتری نسبت به اکسیژن دارد.

گزینه «۳»: در شرایط یکسان هرچه جرم مولی گاز بیشتر باشد، چگالی آن

$$\rho = \frac{M_{\text{مولی}}}{V_{\text{مولی}}}$$

گزینه «۴»:

$$? g O_3 = 11 / 2 LO_2 \times \frac{1 mol O_3}{22 / 4 LO_2} \times \frac{48 g O_3}{1 mol O_3} = 24 g O_3$$

$$? g He = 22 / 4 LHe \times \frac{1 mol He}{22 / 4 LHe} \times \frac{4 g He}{1 mol He} = 4 g He$$

(شیمی ۱ - رد پای گازها در زندگی: صفحه های ۷۳ تا ۸۱)

## گزینه «۳» - ۱۱۳

(عمید زبئی)

دقت کنیم، CaO یک ترکیب یونی است، پس فقط تعداد مولکول های CO<sub>۲</sub> را محاسبه می کنیم:

$$CO_2 \text{ مولکول} = 250 g CaCO_3 \times \frac{1 mol CaCO_3}{100 g CaCO_3}$$

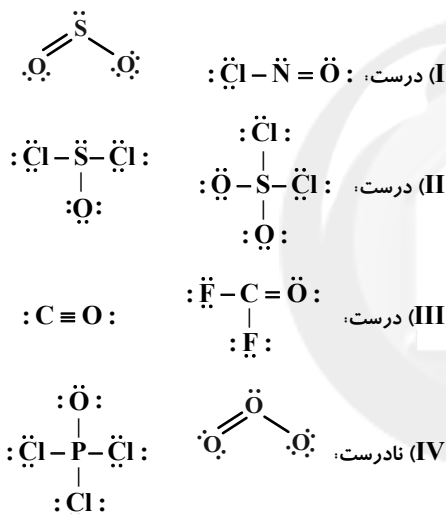
$$\times \frac{1 mol CO_2}{1 mol CaCO_3} \times \frac{6 / 02 \times 10^{23} CO_2 \text{ مولکول}}{1 mol CO_2}$$

$$= 1 / 505 \times 10^{24} CO_2 \text{ مولکول}$$

(شیمی ۱ - رد پای گازها در زندگی: صفحه های ۸۰ و ۸۱)

## گزینه «۳» - ۱۱۴

(عمید زبئی)



(شیمی ۱ - رد پای گازها در زندگی: صفحه های ۵۵ و ۵۶)

## گزینه «۲» - ۱۱۵

(امیرمسین طیبی)

ابتدا میزان تولید CO<sub>۲</sub> به ازای هر کیلومتر را محاسبه می کنیم.

$$? g CO_2 : 54 kmol \times \frac{10^3 mol}{1 kmol} \times \frac{44 g CO_2}{1 mol CO_2}$$

$$= 2376 \times 10^3 g CO_2 \text{ سالانه}$$

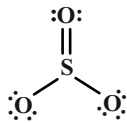
$$g CO_2 \text{ ماهانه} = 2376 \times 10^3 \div 12 = 198 \times 10^3$$

$$\frac{g CO_2}{\text{مسافت km}} = \frac{198 \times 10^3 g CO_2}{150 km} = 132 g \cdot km^{-1} \Rightarrow B$$

$$? \text{ درخت} = 2376 \times 10^3 g CO_2 \times \frac{1 \text{ درخت}}{5 \times 10^4 g CO_2}$$

$$= 47 / 52 \Rightarrow \text{حداقل ۴۸ درخت}$$

(شیمی ۱ - رد پای گازها در زندگی: صفحه های ۶۵ تا ۶۶ و ۸۴)



مدل B می‌تواند  $\text{CO}_2$  باشد که در آن اتم کربن در گروه ۱۴ و اکسیژن در گروه ۱۶ است. (درستی عبارت ب)

مدل C نمی‌تواند  $\text{NaCl}$  باشد زیرا مواد یونی فاقد مولکول مجزا هستند. (نادرستی عبارت پ)

مدل B نمی‌تواند  $\text{N}_2\text{O}$  باشد زیرا در این مولکول نیتروژن اتم مرکزی است و یکی از اتم‌های کناری هم نیتروژن خواهد بود، در حالی که در مدل B دو اتم یکسان به هم متصل نشده‌اند. (نادرستی عبارت ت)

(شیمی ۱ - رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۱۱۹ - گزینه «۱» (پیمان فواپوی میر)

$$\begin{array}{l} \text{سهم CO}_2 \text{ هر منبع (در ماه)} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{نفت خام: } 400 \times 0 / 5 \times 0 / 7 = 140 \text{ kg} \\ \text{زغال سنگ: } 400 \times 0 / 1 \times 0 / 9 = 36 \text{ kg} \\ \text{گاز طبیعی: } 400 \times 0 / 1 \times 0 / 36 = 14 / 4 \text{ kg} \\ \text{نور خورشید: } 400 \times 0 / 3 \times 0 / 0.5 = 6 \text{ kg} \end{array} \right. \end{array}$$

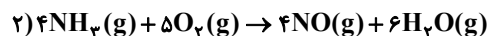
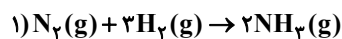
$$\text{CO}_2 = (140 + 36 + 14 / 4 + 6) \times 12 = 2356 / 8 \text{ kg CO}_2$$

$$\text{حداقل ۴۸ درخت} \Rightarrow 47 / 1 = \frac{2356 / 8}{50} = \text{تعداد درخت}$$

(شیمی ۱ - رد پای گازها در زندگی؛ صفحه ۶۶)

۱۲۰ - گزینه «۲» (امیر فاطمیان)

ابتدا ۲ معادله فرآیند هابر و سوختن گاز آمونیاک را نوشته و موازنه می‌کنیم:



ابتدا از مقدار  $\text{N}_2$  مقدار  $\text{NH}_3$  و سپس با استفاده از معادله (۲) مقدار گاز  $\text{NO}$  را برحسب لیتر محاسبه می‌کنیم باید توجه داشت که اگر فرآورده‌ها در شرایط STP باشند (دما  $0^\circ\text{C}$  و فشار  $1\text{atm}$ ) آب به صورت مایع از گازها جدا می‌شود.

$$\frac{8 / 4 \text{ g N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{2 \text{ mol NH}_3}{1 \text{ mol N}_2} \times \frac{4 \text{ mol NO}}{4 \text{ mol NH}_3}}{\frac{22 / 4 \text{ LNO}}{1 \text{ mol NO}}} = 13 / 4 \text{ LNO}$$

(شیمی ۱ - رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۱۱۶ - گزینه «۴» (امیرمسین طیبی)

عناصر X، Y به ترتیب  $\text{Al}$  و  $\text{Cu}$  می‌باشند. حداکثر نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در سولفید و نیتريد عنصر مس به ترتیب در  $\text{Cu}_3\text{S}$  و  $\text{Cu}_3\text{N}$  یافت می‌شود که برابر با ۲ و ۳ است. بررسی سایر گزینه‌ها:

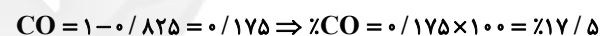
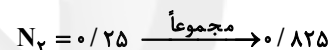
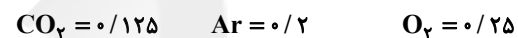
گزینه «۱»:  $\text{Al}$  در طبیعت به شکل بوکسیت ( $\text{Al}_2\text{O}_3$  ناخالص) یافت می‌شود.

گزینه «۲»: عنصری که در جدول تناوبی پایین عنصر X قرار گرفته است عنصر  ${}_{31}\text{Ga}$  است و تنها یون پایدار  $\text{Ga}^{3+}$  را تشکیل می‌دهد.

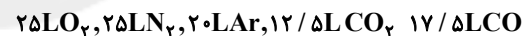
گزینه «۳»: عنصر Z عنصر S می‌باشد و اکسیدهای  $\text{SO}_2$  و  $\text{SO}_3$  از آن یافت می‌شوند.

(شیمی ۱ - رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

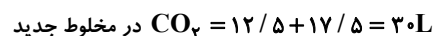
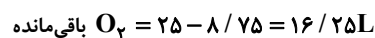
۱۱۷ - گزینه «۱» (روزبه رضوانی)



با فرض بر اینکه مخلوط اولیه ۱۰۰ لیتر باشد.



تولید می‌شود مصرف می‌شود



$$\% \text{CO}_2 = \frac{30}{16 / 25 + 25 + 20 + 30} \times 100 = 32 / 8\%$$

(شیمی ۱ - رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۱۸ - گزینه «۱» (پیمان فواپوی میر)

مدل A را می‌توان به  $\text{SO}_3$  نسبت داد که در این مولکول چهار پیوند کووالانسی وجود دارد.

(درستی عبارت آ):

## شیمی ۲

## ۱۲۱- گزینه «۳»

(امیر ماتیان)

موارد «الف»، «ب» و «ت» نادرست هستند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

الف) پس از افطار احساس گرمی می‌کنیم، زیرا انرژی مواد غذایی در حال آزاد شدن است.

ب) یکی از راه‌های آزاد شدن انرژی موادی مانند الکل و بنزین، سوزاندن آن‌ها است.

ت) هنگامی که قند خون پایین باشد می‌توان با خوردن سیب یا نوشیدن شربت آبلیمو و غسل بدن را به حالت طبیعی بازگرداند.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

## ۱۲۲- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

فقط عبارت «ب» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) ممکن است جسمی که دمای بیشتری دارد، جرم خیلی کمی داشته باشد.

ب) انرژی گرمایی به دما و تعداد ذرات (جرم) بستگی دارد.

ت) از آنجا که تعداد ذره‌های استخر خیلی بیشتر است، انرژی گرمایی بیشتری دارد.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

## ۱۲۳- گزینه «۴»

(معمربن پوریاوید)

این واکنش گرماگیر است و در طی آن انرژی از محیط به سامانه انتقال خواهد یافت.

انجام چنین واکنشی با کاهش دمای ظرف همراه خواهد بود.

سطح انرژی فراورده‌ها بالاتر از واکنش‌دهنده‌ها خواهد بود.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۱)

## ۱۲۴- گزینه «۲»

(امیر ماتیان)

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست - بخش عمده انرژی موجود در شیر داغ، هنگام فرآیند گوارش و سوخت و ساز به بدن می‌رسد.

۲) درست - متن صفحه ۶۰ کتاب درسی

۳) نادرست - مقدار گرمای آزاد شده در واکنش‌ها در دمای ثابت ناشی از تفاوت انرژی گرمایی در مواد واکنش‌دهنده و فرآورده نیست! زیرا در دمای ثابت تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی آن‌ها وجود ندارد.

۴) نادرست - هر واکنش شیمیایی ممکن است با تغییر رنگ، تولید رسوب، آزاد شدن گاز و ایجاد نور و صدا همراه باشد اما یک ویژگی بنیادی در همه آن‌ها داد و ستد گرما با محیط پیرامون است. از این رو، هر واکنش شیمیایی ممکن است گرماده یا گرماگیر باشد.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

## ۱۲۵- گزینه «۱»

(عمید زینی)

عبارت اول نادرست است. بخش عمده انرژی شیر داغ، هنگام سوخت و ساز به بدن می‌رسد.

عبارت دوم نادرست است. در فرآیندهای گرماده، دما می‌تواند تغییر نکند.

عبارت سوم درست است.

عبارت چهارم نادرست است. در فرآیند سوخت و ساز، شیر (۳۷°C) به فرآورده‌های (۳۷°C) تبدیل می‌شود.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)



اگر این واکنش در دمای  $120^{\circ}\text{C}$  انجام شود. حالت فیزیکی  $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$  است و در نتیجه چون سطح انرژی بخار آب در فرآورده بیشتر است. گرمای کمتری آزاد می‌شود.

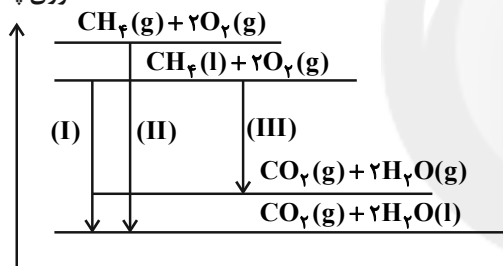
(شیمی ۲ - در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

(امیر ماتمیان)

۱۲۹ - گزینه «۴»

در واکنش‌های گرماده هرچه اختلاف انرژی پتانسیل فرآورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها بیشتر باشد مقدار گرمای آزاد شده بیشتر خواهد بود همان‌طور که در معادله واکنش‌های داده شده مشاهده می‌شود تفاوت واکنش‌ها در حالت فیزیکی  $\text{CH}_4$  و  $\text{H}_2\text{O}$  است. با رسم نمودار انرژی، اختلاف انرژی پتانسیل فرآورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها را مقایسه می‌کنیم:

انرژی پتانسیل



مقدار گرمای آزاد شده:  $(\text{II}) > (\text{I}) > (\text{III})$

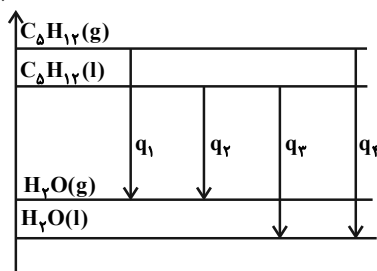
(شیمی ۲ - در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

(ممد رضا پورچاویر)

۱۳۰ - گزینه «۲»

با توجه به سطح انرژی مواد، میزان گرمای حاصل از انجام واکنش در هریک از شرایط گفته شده عبارت است از:

آنتالپی



(شیمی ۲ - در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

(امیر ماتمیان)

۱۲۶ - گزینه «۲»

$$\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_7 \text{ جرم مولی} = 7 \times 12 + 6 \times 1 + 7 \times 16 = 122 \text{g}$$

$$Q = 0.5 \text{g C}_7\text{H}_6\text{O}_7 \times \frac{3/22 \times 10^6 \text{ J}}{122 \text{g C}_7\text{H}_6\text{O}_7} = 13196 \text{ J}$$

$$C_{\text{آب}} = mc_{\text{آب}} = 4/184 \times 1000 = 4184 \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}}$$

$$Q = C \Delta\theta = (C_{\text{گرماسنج}} + C_{\text{گرمایی آب}}) \Delta\theta$$

$$13196 = (4184 + C_{\text{گرماسنج}}) \times 3$$

$$C_{\text{گرماسنج}} = 214/67 \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}}$$

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸ و ۶۰ تا ۶۳)

(علیرضا کیانی دوست)

۱۲۷ - گزینه «۴»

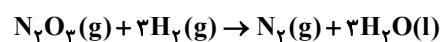
«ب»: نادرست؛ علت تفاوت در گرمای دو واکنش تفاوت در ماهیت شیمیایی واکنش‌دهنده‌هاست.

«ت»: نادرست؛ دما می‌تواند ثابت بماند.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

(علیرضا کیانی دوست)

۱۲۸ - گزینه «۳»



عبارت جمله‌های اول و سوم نادرست است.

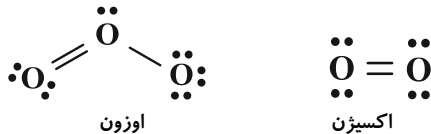
$$\Delta H = 3 \text{ mol H}_2 \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ H}_2}{1 \text{ mol H}_2} \times \frac{275/5 \text{ kJ}}{3/01 \times 10^{23} \text{ H}_2} = 1653 \text{ kJ}$$

در این واکنش گرما مصرف نمی‌شود، بلکه آزاد می‌شود.

به ازای تولید هر مول گاز نیتروژن نیز  $1653 \text{ kJ}$  گرما آزاد می‌شود.



واکنش پذیری اکسیژن است. در هر مولکول اوزون سه پیوند اما در هر مولکول گاز اکسیژن دو پیوند وجود دارد.



درصد حجمی اکسیژن در تروپوسفر حدود ۲۱٪ است اما اوزون در تروپوسفر بسیار کم وجود دارد.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶ و ۷۳ تا ۷۶)

#### ۱۳۸- گزینه ۴»

(موسی فیاطعلیممدری)

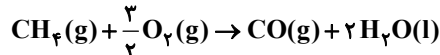
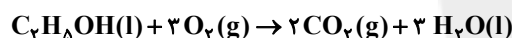
چون شرایط تمامی گازها یکسان است (STP)، یک مول از گازهای مختلف حجم برابری خواهند داشت. هر کدام که جرم مولی بیش‌تری داشته باشد، چگالی بیش‌تری نیز خواهد داشت.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

#### ۱۳۹- گزینه ۴»

(مفهم فلاح‌نژاد)

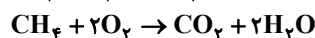
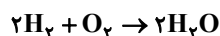
با توجه به معادله‌های زیر، تمام موارد ذکر شده در سوختن کامل یک مول اتانول (C<sub>۲</sub>H<sub>۵</sub>OH) نسبت به سوختن ناقص یک مول متان (CH<sub>۴</sub>) بیش‌تر است.



(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۶، ۵۷، ۶۱ تا ۶۴ و ۷۷ تا ۸۱)

#### ۱۴۰- گزینه ۱»

(بیژن باغبان‌زاده)



$$? \text{ mol CH}_4 = 132 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{1 \text{ mol CO}_2} = 3 \text{ mol CH}_4$$

حال بخار آب حاصل از سوختن متان را می‌یابیم:

$$? \text{ L H}_2\text{O} = 3 \text{ mol CH}_4 \times \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}}{1 \text{ mol CH}_4}$$

$$\times \frac{22.4 \text{ L H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 134.4 \text{ L H}_2\text{O}$$

پس حجم بخار آب حاصل از سوختن گاز هیدروژن برابر ۲۲۴ لیتر می‌باشد، بنابراین داریم:

$$? \text{ L H}_2 = 224 \text{ L H}_2\text{O} \times \frac{2 \text{ L H}_2}{2 \text{ L H}_2\text{O}} = 224 \text{ L H}_2$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

### شیمی ۱

#### ۱۳۱- گزینه ۱»

(حامد پویان‌نظر)

تمامی گزینه‌ها به‌درستی موازنه شده‌اند به جز گزینه «۱».

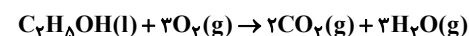


(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

#### ۱۳۲- گزینه ۳»

(صارق در تومیان)

در معادله نمادی، حالت فیزیکی مواد مشخص می‌گردد. نماد « $\Delta$ » نشان می‌دهد که واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.

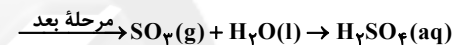
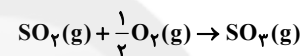


(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

#### ۱۳۳- گزینه ۴»

(صارق در تومیان)

اسکلت مرجان‌ها از جنس آهک (کلسیم اکسید) است.



ترتیب میزان تولید گاز CO<sub>۲</sub> بر اثر سوختن برای تأمین برق مصرفی برابر:

زغال سنگ < نفت خام < گاز طبیعی < انرژی خورشیدی < گرمای زمین < باد

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰، ۶۶ و ۷۲)

#### ۱۳۴- گزینه ۳»

(مفهم فلاح‌نژاد)

شکل داده شده عملکرد مولکول‌های کربن‌دی‌اکسید در برابر تابش خورشیدی را نشان می‌دهد. در این شکل شماره‌های (۱) و (۲) به ترتیب مربوط به بازتابش پرتوهای فروسرخ گسیل شده از زمین با طول موج بیش‌تر و انرژی کم‌تر و پرتوهای خورشیدی با طول موج کم‌تر و انرژی بیش‌تر هستند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه ۶۹)

#### ۱۳۵- گزینه ۱»

(بهزاد تقی‌زاده)

تمام موارد درست بوده و از ویژگی‌های سوخت‌های سبز می‌باشند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

#### ۱۳۶- گزینه ۲»

(موسی فیاطعلیممدری)

به منظور حذف CO<sub>۲</sub> خروجی از نیروگاه‌ها، از CaO و MgO استفاده می‌شود و به ازای جرم یکسان، هر کدام که جرم مولی کم‌تری داشته باشد، تعداد مول بیش‌تری خواهد داشت و CO<sub>۲</sub> بیش‌تری حذف خواهد کرد.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه ۷۰)

#### ۱۳۷- گزینه ۴»

(رسول عابدینی‌زواره)

فرمول شیمیایی گاز اکسیژن O<sub>۲</sub> و فرمول شیمیایی اوزون O<sub>۳</sub> است؛ بنابراین جرم مولی اوزون بیش‌تر از جرم مولی گاز اکسیژن است، پس نقطه جوش اوزون از نقطه جوش اکسیژن بالاتر است. واکنش‌پذیری اوزون بیش‌تر از



## حسابان ۲- اختیاری

$$f'_+(1) = f'_-(1) \Rightarrow \frac{\Delta(\sqrt{x}) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(\Delta x + b)}{x} = 3bx^2 - 1$$

$$\Rightarrow \Delta - \frac{(\Delta + b)}{2} = 3b - 1$$

$$\Rightarrow 10 - \Delta - b = 6b - 2 \Rightarrow 7b = 7 \Rightarrow b = 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} a - b = 4$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۹ و ۹۴)

۱۴۴- گزینه «۴» (معبری بیرانوند)

باید نقطه  $A(\alpha, \beta)$  در معادله خط مماس و نمودار تابع صدق کند، بنابراین:

$$1) 2y = 3x + \Delta k \rightarrow 2\beta = 3\alpha + \Delta k$$

$$2) y = \sqrt{x^2 + x - 1} \rightarrow \beta = \sqrt{\alpha^2 + \alpha - 1}$$

از طرفی دیگر می‌دانیم مشتق به ازای طول نقطه تماس، همان شیب خط مماس است، لذا:

$$y = \sqrt{x^2 + x - 1} \Rightarrow y' = \frac{2(x+1) - (2x+1)}{(x+1)^2}$$

$$\xrightarrow{x=\alpha} \frac{2\alpha+1}{2\sqrt{\alpha^2+\alpha-1}} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{\alpha^2 + \alpha - 1} = 2\alpha + 1 \Rightarrow 9\alpha^2 + 9\alpha - 9 = 4\alpha^2 + 4\alpha + 1$$

$$\Rightarrow \Delta\alpha^2 + \Delta\alpha - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \alpha = -2 \end{cases}$$

غشوق چون  $\alpha$  باید مثبت باشد.

$$\Rightarrow \beta = \sqrt{1+1-1} = 1 \Rightarrow (\alpha, \beta) = (1, 1) \xrightarrow{\text{در معادله خط صدق می‌کند}}$$

$$2 = 3 + \Delta k \Rightarrow k = \frac{-1}{\Delta}$$

(مسئله ۲- صفحه ۹۴)

۱۴۵- گزینه «۲» (امیر وفائی)

$$f(x) + k = \cos 2x - \sin x + k$$

اگر با انتقال  $k$  واحد در  $x = x_0$  بر محور  $x$  مماس باشد، یعنی  $f'(x_0) = 0$ .

$$\Rightarrow f'(x) = -2\sin 2x - \cos x$$

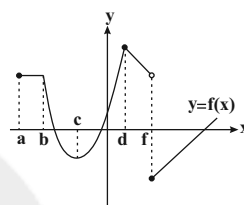
$$\xrightarrow{f'(x)=0} -\cos x(2\sin x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow \cos 2x = -1, \sin x = \pm 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(سهند ولی‌زاده)

۱۴۱- گزینه «۴»

در نقاط  $\{b, d, f\}$  مشتق نداریم. در نقطه  $\{c\}$  مشتق باید صفر باشد، طول نقطه  $c$  منفی است در بازه  $a$  تا  $b$  مشتق صفر است، چون شیب صفر است. در بازه  $b$  تا  $c$  تابع نزولی و  $f' < 0$ ، در بازه  $c$  تا  $d$  تابع صعودی و  $f' > 0$ ، در بازه  $d$  تا  $f$  تابع نزولی و  $f' < 0$  و در بازه  $(f, +\infty)$  تابع صعودی و  $f' > 0$  است. در بازه‌های  $f$  تا  $d$  و  $f$  تا  $+\infty$  تابع خطی است، لذا  $f'$  ثابت است.



(مسئله ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۹)

۱۴۲- گزینه «۲» (سهند ولی‌زاده)

$$f(x) = \sqrt{x^4 + 2x^3 + x^2} = \sqrt{x^2(x^2 + 2x + 1)} = \sqrt{x^2(x+1)^2} = |x(x+1)|$$

$$\xrightarrow{f'_+(0)} f(x) = x^2 + x \Rightarrow f'(x) = 2x + 1 \Rightarrow f'_+(0) = 1$$

$$\xrightarrow{f'_-(-1)} f(x) = x^2 + x \Rightarrow f'(x) = 2x + 1 \Rightarrow f'_-(-1) = -1$$

$$f'_+(0) - f'_-(-1) = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۹ و ۹۳)

۱۴۳- گزینه «۴» (یابک سادات)

با توجه به قضیه کتاب درسی، اگر  $f$  در نقطه‌ای مشتق پذیر باشد، در آن نقطه پیوسته نیز هست. پس ابتدا شرط پیوستگی را در نقطه مرزی اعمال می‌کنیم چون در سایر نقاط این تابع پیوسته است. پس کافی است داشته باشیم:

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow \frac{a(1)+b}{\sqrt{1}} = b(1)^3 - 1 + 6$$

$$\Rightarrow a + b = b + 5 \Rightarrow \boxed{a = 5} \quad (1)$$

حال با جاگذاری  $a = 5$  در ضابطه بالایی تابع، شرط مشتق پذیری را اعمال می‌کنیم یعنی:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\Delta x + b}{\sqrt{x}} & ; x \geq 1 \\ bx^3 - x + 6 & ; x < 1 \end{cases}$$



(سروش موئینی)

گزینه «۴» - ۱۴۸

$$y = f(\sqrt[3]{x-1}) \Rightarrow y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} f'(\sqrt[3]{x-1})$$

$$\xrightarrow{x=2} y' = \frac{1}{3} f'(1) = -1 \Rightarrow f'(1) = -3$$

$$y = f\left(\frac{2x+1}{x+3}\right) \Rightarrow y' = \frac{2x(x+3) - (2x+1)}{(x+3)^2} f'\left(\frac{2x+1}{x+3}\right)$$

$$\xrightarrow{x=2} y'(2) = \frac{5}{25} f'(1) = \frac{1}{5}(-3) = -0.6$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۹۴ و ۹۶)

(علی سلامت)

گزینه «۲» - ۱۴۹

با توجه به حد داده شده داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{2x - 8} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = \frac{1}{2} f'(4) = 12$$

$$\Rightarrow f'(4) = 24(*)$$

حال از تابع داده شده مشتق می‌گیریم:

$$y = f\left(\sqrt[3]{x} + \sqrt{\frac{x}{2}}\right) \Rightarrow y' = f'\left(\sqrt[3]{x} + \sqrt{\frac{x}{2}}\right) \times \left(\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{\frac{x}{2}}}\right)$$

$$\Rightarrow y'(8) = f'(2+2) \times \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{8}\right) = 24 \left(\frac{5}{24}\right) = 5$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۹۴ و ۹۶)

(مهمربور ممسنی)

گزینه «۴» - ۱۵۰

$$f(x) = x^2 + ax - a$$

$$f'(x) = 2x + a$$

$$f''(x) = 2$$

چون می‌خواهیم دو تابع  $f'$  و  $f''$  بر هم مماس شوند، باید معادله

$$f'(x) = f''(x) \Rightarrow 2x + a = 2$$

$$f'(x) = f''(x) \Rightarrow 2x^2 + a = 2x \Rightarrow 2x^2 - 2x + a = 0$$

$$\Delta = 36 - 4(3)(a) = 0 \Rightarrow a = 3$$

(مسئله ۲ - صفحه ۹۸)

حال به ازای مقادیر بالا نمودار  $y = f(x) + k$  بر محور  $x$  مماس است،یعنی رابطه  $\cos^2 x - \sin x = -k$  برقرار است:

$$\begin{cases} \cos x = 0, \sin x = 1 \Rightarrow k = 2 \\ \cos x = 0, \sin x = -1 \Rightarrow k = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{4} \Rightarrow k = -\frac{9}{8} \end{cases}$$

پس باید  $k \in \{-\frac{9}{8}, 0, 2\}$  باشد.

(مسئله ۲ - صفحه ۹۵)

(بابک سارات)

گزینه «۴» - ۱۴۶

عبارت  $g(x)$  را بر  $f(x)$  تقسیم می‌کنیم. داریم:

$$\frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^4 - 1}{(x^2 + 1)(x^2 + 1)} = x^2 - 1$$

حالا از دو طرف مشتق می‌گیریم:

$$\frac{g'(x)f(x) - f'(x)g(x)}{(f(x))^2} = 2x$$

و در نهایت  $x$  را مساوی یک قرار می‌دهیم:

$$\frac{g'(1)f(1) - f'(1)g(1)}{(f(1))^2} = 2$$

$$\xrightarrow{f(1)=4} g'(1)f(1) - f'(1)g(1) = 2 \times 4^2 = 32$$

(مسئله ۲ - صفحه ۹۶)

(فقیمة ولی‌زاده)

گزینه «۱» - ۱۴۷

$$y = \left(\sqrt{\frac{x+3}{2x+1}}\right)^3$$

$$\Rightarrow y' = 3 \left(\sqrt{\frac{x+3}{2x+1}}\right)^2 \left(\sqrt{\frac{x+3}{2x+1}}\right)'$$

$$= 3 \left(\frac{1(2x+1) - 2(x+3)}{(2x+1)^2}\right) \left(\sqrt{\frac{x+3}{2x+1}}\right)^2$$

$$x=1 \Rightarrow y' = 3 \left(\frac{1(3) - 2(4)}{2\sqrt{\frac{4}{3}}}\right) \left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2 = \frac{-5\sqrt{3}}{9}$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۹۴ و ۹۶)



### هندسه ۳ (اختیاری)

۱۵۱- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

سهمی‌هایی که معادلات آنها در گزینه‌های «۳» و «۴» داده شده است، رو به بالا یا پایین باز می‌شوند. بنابراین کافی است معادلات گزینه‌های «۱» و «۲» را بررسی کنیم.

گزینه «۱»:

$$y^2 - 2x + 2y - 1 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y + 1 = 2x + 2$$

$$\Rightarrow (y+1)^2 = 2(x+1)$$

دهانه سهمی رو به راست است.

گزینه «۲»:

$$y^2 + 4x - 2y - 3 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = -4x + 4$$

$$\Rightarrow (y-1)^2 = -4(x-1)$$

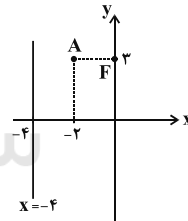
دهانه سهمی رو به چپ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

۱۵۲- گزینه «۴»

(عادل مسینی)

رأس سهمی دقیقاً وسط پاره خطی است که از کانون بر خط هادی سهمی عمود می‌شود. پس مطابق شکل نقطه  $A(-2, 3)$  رأس سهمی و دهانه سهمی رو به راست است.



از طرفی فاصله کانونی سهمی برابر فاصله کانون تا رأس یعنی برابر ۲ است، بنابراین داریم:

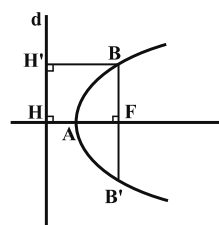
$$(y-3)^2 = 8(x+2)$$

$$\xrightarrow{y=0} 9 = 8x + 16 \Rightarrow 8x = -7 \Rightarrow x = -\frac{7}{8}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

۱۵۳- گزینه «۳»

(مهمر فندان)



می‌دانیم هر نقطه واقع بر سهمی از کانون و خط هادی سهمی به یک فاصله است، بنابراین مطابق شکل  $BF = BH'$  و در نتیجه چهارضلعی  $BFHH'$  مربع است. فاصله کانون تا خط هادی برابر  $FH = 2a$  است، پس  $BF = 2a$  و طول  $BB'$  چهار برابر فاصله کانونی سهمی است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه ۵۵)

۱۵۴- گزینه «۲»

(مهمر فندان)

معادله سهمی را به فرم متعارف تبدیل می‌کنیم:

$$3y^2 - 4x + 6y + 5 = 0 \Rightarrow 3y^2 + 6y + 3 = 4x - 2$$

$$\Rightarrow 3(y+1)^2 = 4(x - \frac{1}{2}) \Rightarrow (y+1)^2 = \frac{4}{3}(x - \frac{1}{2})$$

نقطه  $A(\frac{1}{2}, -1)$  رأس سهمی است و سهمی رو به راست باز می‌شود، بنابراین داریم:

$$4a = \frac{4}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$\text{معادله خط هادی: } x = -a + h = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

۱۵۵- گزینه «۲»

(مهمر فندان)

اگر  $a$  فاصله کانونی،  $d$  قطر قاعده و  $h$  گودی (عمق) دیش مخابراتی باشد، آنگاه داریم:

$$a = \frac{d^2}{16h} = \frac{48^2}{16 \times 12} = \frac{48}{16} \times \frac{48}{12} = 3 \times 4 = 12$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۵۹)

۱۵۶- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

محور تقارن سهمی، عمودمنصف پاره خطی است که نقاط  $M(0, -5)$  و  $N(0, 3)$  دو سر آن هستند، پس داریم:

$$\text{محور تقارن سهمی: } y = \frac{-5+3}{2} = -1$$

بنابراین کانون سهمی روی خط  $y = -1$  قرار دارد. می‌دانیم هر نقطه واقع بر سهمی از کانون و خط هادی به یک فاصله است، پس اگر  $F(\alpha, -1)$  کانون این سهمی باشد، آنگاه با توجه به اینکه نقطه  $M(0, -5)$  به فاصله ۴ واحد از خط هادی سهمی واقع است، داریم:

$$MF = 4 \Rightarrow \sqrt{(\alpha-0)^2 + (-1+5)^2} = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{\alpha^2 + 16} = 4 \Rightarrow \alpha = 0$$



$$y = x \Rightarrow \frac{3 - m^2}{4} = \frac{m}{2} \times 4 \rightarrow 3 - m^2 = 2m$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Rightarrow (m + 3)(m - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

(مسعود رویی)

۱۵۹- گزینه «۳»

نقطه  $F(1, \frac{1}{2})$  کانون این سهمی است. با توجه به مختصات کانون و معادله

خط هادی، دهانه سهمی رو به راست است و رأس سهمی دقیقاً وسط پاره‌خطی است که از کانون و خط هادی رسم می‌شود، یعنی نقطه

$A(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  است. همچنین فاصله کانونی سهمی، برابر فاصله رأس تا کانون،

یعنی  $a = \frac{3}{4}$  است و در نتیجه داریم:

$$\text{معادله سهمی: } (y - \frac{1}{2})^2 = 3(x - \frac{1}{2})$$

$$\xrightarrow{y=0} \frac{1}{4} = 3x - \frac{3}{4} \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

(امیرمسین ابومصوب)

۱۶۰- گزینه «۳»

محور تقارن سهمی موازی محور  $y$  ها است. پس بازتاب این دو اشعه نورانی از کانون سهمی عبور می‌کنند، یعنی نقطه  $(1, 3)$  کانون این سهمی است. با

تبدیل معادله سهمی به حالت متعارف داریم:

$$x^2 - 2x - 4y + m = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 4y - m + 1$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 = 4\left(y - \frac{m - 1}{4}\right)$$

نقطه  $A\left(1, \frac{m - 1}{4}\right)$  رأس سهمی و دهانه آن رو به بالا است. داریم:

$$4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$\text{کانون سهمی: } F(h, a + k) = \left(1, 1 + \frac{m - 1}{4}\right)$$

$$1 + \frac{m - 1}{4} = 3 \Rightarrow \frac{m - 1}{4} = 2 \Rightarrow m = 9$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

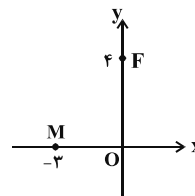
فاصله کانون تا خط هادی، دو برابر فاصله کانونی سهمی است. پس  $2a = 4$  و در نتیجه فاصله کانونی سهمی  $a = 2$  است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

۱۵۷- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

از آنجا که سهمی فقط در یک نقطه محور  $x$  ها را قطع می‌کند، پس دهانه آن رو به راست یا چپ باز می‌شود (سهمی افقی است).



می‌دانیم فاصله هر نقطه واقع بر سهمی از خط هادی و کانون سهمی برابر است، بنابراین اگر خط  $x = \alpha$  خط هادی سهمی باشد، آنگاه داریم:

$$\begin{cases} M(-3, 0) \\ F(0, 4) \end{cases} \Rightarrow MF = \sqrt{(0 + 3)^2 + (4 - 0)^2} = 5$$

$$|\alpha - (-3)| = 5 \Rightarrow |\alpha + 3| = 5 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + 3 = 5 \Rightarrow \alpha = 2 \\ \alpha + 3 = -5 \Rightarrow \alpha = -8 \end{cases}$$

اگر  $x = 2$  خط هادی سهمی باشد، آنگاه فاصله کانون از خط هادی برابر ۲ و فاصله کانونی سهمی برابر ۱ است.

اگر  $x = -8$  خط هادی سهمی باشد، آنگاه فاصله کانون از خط هادی برابر ۸ و فاصله کانونی سهمی برابر ۴ است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

۱۵۸- گزینه «۱»

(عادل حسینی)

ابتدا معادله سهمی را به صورت متعارف می‌نویسیم:

$$x^2 - mx - 3y - \frac{m^2}{2} = 0 \Rightarrow x^2 - mx + \frac{m^2}{4} = 3y + \frac{3m^2}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{m}{2}\right)^2 = 3\left(y + \frac{m^2}{4}\right)$$

نقطه  $A\left(\frac{m}{2}, -\frac{m^2}{4}\right)$  رأس سهمی است و سهمی رو به بالا باز می‌شود، بنابراین داریم:

$$4a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$\text{کانون سهمی: } F(h, a + k) = \left(\frac{m}{2}, \frac{3}{4} - \frac{m^2}{4}\right)$$

کانون سهمی روی خط  $y = x$  (نیمساز ناحیه اول و سوم) قرار دارد، پس داریم:



## ریاضیات گسسته (اختیاری)

۱۶۱- گزینه «۲»

(مسعود رویشی)

تعداد روش‌های ممکن برای انجام این کار برابر است با:

$$\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} + \binom{4}{1} \times \binom{3}{2} \times \binom{2}{1} + \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{2} \\ = 36 + 24 + 12 = 72$$

(ریاضی ۱ - شمارش بدون شمردن؛ مشابه مثال صفحه ۱۳۴)

۱۶۲- گزینه «۳»

(عزیزاله علی اصغری)

اعداد مورد نظر را به دو دسته تقسیم می‌کنیم:

الف) رقم یکان، رقم صفر باشد:

$$\text{تعداد اعداد پنج رقمی} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 360$$

ب) رقم یکان، رقم ۵ باشد (در این حالت رقم صفر نمی‌تواند اولین رقم سمت

چپ باشد):

$$\text{تعداد اعداد پنج رقمی} = 5 \times 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 300$$

بنابراین در مجموع می‌توان  $360 + 300 = 660$  عدد با شرایط مورد نظر

نوشت.

(ریاضی ۱ - شمارش بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۲)

۱۶۳- گزینه «۴»

(عادل سینی)

مجموعه A را می‌توان به دو زیر مجموعه  $A_1 = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$  (شاملاعداد فرد) و  $A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  (شامل اعداد زوج) افزایش نمود. حالت

های ممکن برای انتخاب یک زیر مجموعه ۴ عضوی از A که مجموع

اعضای آن عددی زوج باشد، برابر است با:

$$\binom{5}{4} + \binom{5}{2} \times \binom{6}{2} + \binom{6}{4} = 5 + 10 \times 15 + 15 = 170$$

$\downarrow$  عدد زوج ۴     $\downarrow$  عدد زوج ۲     $\downarrow$  عدد فرد ۲     $\downarrow$  عدد فرد ۴

(ریاضی ۱ - شمارش بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱۶۴- گزینه «۳»

(امیرمسین ایومیبوب)

XOXOXOXOXOXOX

فرض کنید ابتدا ۶ دانش‌آموز پایه یازدهم در صف بایستند که این کار به ۶! طریق امکان‌پذیر است. اگر محل قرار گرفتن این دانش‌آموزان را مطابق شکل با  $\bigcirc$  نمایش دهیم، آنگاه ۴ دانش‌آموز پایه دوازدهم می‌توانند در مکان‌هایی که با علامت  $\times$  در شکل مشخص شده قرار گیرند. بعد از انتخاب ۴ مکان از ۷ مکان مشخص شده باید دقت کرده که ۴! جایگشت برای ایستادن این ۴ دانش‌آموز در این مکان‌ها وجود دارد، بنابراین تعداد حالت‌های ایستادن این افراد در یک صف برابر است با:

$$6! \times \binom{7}{4} \times 4! = 6! \times \frac{7!}{4!3!} \times 4! = \frac{6 \times 5! \times 7!}{3!} = 5! \times 7!$$

(ریاضی ۱ - شمارش بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۱۶۵- گزینه «۱»

(عزیزاله علی اصغری)

رقم ۴ تنها رقم زوج در این عدد هشت رقمی است، پس لزوماً ۴ در رقم یکان قرار می‌گیرد.

رقم ۳، سه بار و رقم ۵، چهار بار در این عدد تکرار شده است، پس با توجه به رابطه جایگشت با تکرار تعداد اعداد هشت رقمی زوج قابل نوشتن با ارقام این عدد برابر است با:

$$\frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{6 \times 4!} = 35$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱۶۶- گزینه «۴»

(امیرمسین ایومیبوب)

عددی بر ۳ بخش‌پذیر است که مجموع ارقام آن بر ۳ بخش‌پذیر باشد، پس سه حالت زیر امکان‌پذیر است:

الف) عدد مورد نظر شامل هفت رقم ۱ و یک رقم ۲ باشد:

$$n_1 = \frac{8!}{7!1!} = 8$$

ب) عدد مورد نظر شامل چهار رقم ۱ و چهار رقم ۲ باشد:

$$n_2 = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

پ) عدد مورد نظر شامل یک رقم ۱ و هفت رقم ۲ باشد:

$$n_3 = \frac{8!}{1!7!} = 8$$



$$\text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{11-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$$

$$\text{حالت دوم: } x_4 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$\text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{8-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

$$\text{حالت سوم: } x_4 = 3 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$\text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{3-1}{3-1} = \binom{2}{2} = 1$$

بنابراین تعداد جواب‌های طبیعی این معادله برابر است با:

$$45 + 21 + 1 = 67$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(نیلوفر مهروی)

۱۷۰ - گزینه «۳»

برای به دست آوردن جواب‌های صحیح معادله، لازم است  $\frac{A}{x_2}$  عددی

صحیح باشد، پس حالت زیر امکان‌پذیر است:

$$x_2 = 1 \Rightarrow x_1 + 8 + x_3 = 13 \Rightarrow x_1 + x_3 = 5$$

$$\Rightarrow |S_1| = \binom{5+2-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow x_1 + 4 + x_3 = 13 \Rightarrow x_1 + x_3 = 9$$

$$\Rightarrow |S_2| = \binom{9+2-1}{2-1} = \binom{10}{1} = 10$$

$$x_2 = 4 \Rightarrow x_1 + 2 + x_3 = 13 \Rightarrow x_1 + x_3 = 11$$

$$\Rightarrow |S_3| = \binom{11+2-1}{2-1} = \binom{12}{1} = 12$$

$$x_2 = 8 \Rightarrow x_1 + 1 + x_3 = 13 \Rightarrow x_1 + x_3 = 12$$

$$\Rightarrow |S_4| = \binom{12+2-1}{2-1} = \binom{13}{1} = 13$$

بنابراین تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله برابر است با:

$$|S| = 6 + 10 + 12 + 13 = 41$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

بنابراین کل تعداد اعداد مورد نظر برابر است با:

$$n = n_1 + n_2 + n_3 = 86$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

(عارل مسینی)

۱۶۷ - گزینه «۱»

اگر تعداد شاخه‌های گل انتخاب شده از این ۴ نوع گل را با  $x_1, x_2, x_3$

و  $x_4$  نمایش دهیم، آنگاه تعداد جواب‌های مسئله برابر تعداد جواب‌های

طبیعی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7$  است که حاصل از رابطه زیر به

دست می‌آید:

$$\text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{7-1}{4-1} = \binom{6}{3} = 20$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(علیرضا شریف فطیمی)

۱۶۸ - گزینه «۲»

با استفاده از تغییر متغیر داریم:

$$x_1 > 1 \Rightarrow x_1 \geq 2 \Rightarrow x_1 = y_1 + 2$$

$$x_2 > 3 \Rightarrow x_2 \geq 4 \Rightarrow x_2 = y_2 + 4$$

اگر  $x_3 = y_3$  و  $x_4 = y_4$  فرض شود، آنگاه تعداد جواب‌های معادله با

شرایط داده شده برابر تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله زیر است:

$$(y_1 + 2) + (y_2 + 4) + y_3 + y_4 = 12$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 6$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{6+4-1}{4-1} = \binom{9}{3} = 84$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(علیرضا شریف فطیمی)

۱۶۹ - گزینه «۱»

متغیر  $x_4$  حداکثر برابر ۳ است. از طرفی تعداد جواب‌های طبیعی معادله

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \quad \text{است، پس داریم:} \quad \binom{n-1}{k-1}$$

$$\text{حالت اول: } x_4 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 11$$



## فیزیک ۳- اختیاری

## گزینه ۳» ۱۷۳-

(بی تا فرستید)

شخص صدای بلندگوی A را ۱۴dB بلندتر از B می‌شنود می‌توانیم فاصله دو بلندگوی A و B را از مقایسه تراز شدت صدای آن‌ها به دست بیاوریم:

$$\beta_A - \beta_B = 14 \text{ dB}$$

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left( \frac{d_B}{d_A} \right)^2 \Rightarrow 14 = 10 \log \left( \frac{500}{d_A} \right)^2$$

$$\Rightarrow 1/4 = \log \left( \frac{500}{d_A} \right)^2$$

$$1/4 = 2 - 0/6 = \log 100 - 2 \log 2 = \log \frac{100}{2^2} = \log 25$$

$$\log 25 = \log \left( \frac{500}{d_A} \right)^2 \Rightarrow 25 = \left( \frac{500}{d_A} \right)^2 \Rightarrow d_A = 100 \text{ m}$$

شخص صدای بلندگوی C را ۱۲dB کوتاه‌تر از A می‌شنود:

$$\beta_A - \beta_C = 12 \text{ dB}$$

$$\beta_A - \beta_C = 10 \log \left( \frac{d_C}{d_A} \right)^2 \Rightarrow 1/2 = \log \left( \frac{d_C}{100} \right)^2$$

$$\Rightarrow 1/2 = 4 \times 0/3 = \log 16$$

$$16 = \left( \frac{d_C}{100} \right)^2 \Rightarrow d_C = 400 \text{ m} \Rightarrow d_C - d_A = 400 - 100 = 300 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

## گزینه ۴» ۱۷۴-

(بابک اسلامی)

هر تن حاصل از دیاپازون دارای دو ویژگی ارتفاع و بلندی است که هر دو به ادراک شنوایی ما مربوط می‌شوند.

ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند و بلندی، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه ۸۱)

## گزینه ۱» ۱۷۵-

(بابک اسلامی)

در حالتی که چشمه صوت ساکن است، فاصله جبهه‌های موج در دو سوی چشمه یکسان و طول موج در جلو و عقب آن برابر است.

در حالتی که چشمه صوت در حال حرکت است، فاصله جبهه‌های موج در جلوی چشمه کمتر از پشت آن خواهد بود، بنابراین طول موج در جلوی چشمه کوتاه‌تر خواهد بود.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

## گزینه ۳» ۱۷۱-

(موری آژنسب)

بررسی تک تک موارد:

(آ) نادرست - بسامد امواج فراصوتی‌ای که وال عنبر تولید می‌کند، حدود ۱۰۰kHz است.

(ب) نادرست - برای تشخیص یک جسم با استفاده از پژواک امواج فراصوتی، اندازه آن جسم باید در حدود طول موج به کار رفته یا بزرگ‌تر از آن باشد.

(پ) درست

(ت) نادرست - در چنین شرایطی که اجزای تشکیل دهنده سطح با برآمدگی و فرورفتگی‌های بزرگ‌تر از طول موج تابیده شده است، موج به صورت نامنظم بازتاب پیدا می‌کند.

(فیزیک ۳- بر هم کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

## گزینه ۳» ۱۷۲-

(معمور منصور)

با توجه به آن که سرعت صوت ثابت است و اختلاف زمانی  $\Delta t = 0/12 \text{ s}$

است، خواهیم داشت:

$$\Delta x = vt \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow \Delta t = t_{\text{هوای}} - t_{\text{میله}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_{\text{هوای}}} - \frac{\Delta x}{v_{\text{میله}}}$$

اگر فاصله شخصی که با چکش ضربه می‌زند تا شخصی که صدای ضربه را می‌شنود  $\Delta x$  در نظر بگیریم:

$$\Delta x_{\text{هوای}} = \Delta x_{\text{میله}} = \Delta x$$

و همچنین  $v_{\text{هوای}} = 10v_{\text{میله}}$  است:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{\text{هوای}}} - \frac{\Delta x}{10v_{\text{میله}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{9\Delta x}{10v_{\text{میله}}}$$

$$\Rightarrow 0/12 = \frac{9\Delta x}{10 \times 360} \Rightarrow \Delta x = 48 \text{ m}$$

راه دوم: هرگاه در دو محیط (که دارای سرعت‌های متفاوتی هستند) صوت، یک طول را با اختلاف زمانی  $\Delta t$  طی کند. آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\Delta x = \frac{v_1 v_2}{v_1 - v_2} \times \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{(10 \times 360) \times 360}{(10 \times 360) - 360} \times 0/12 = 48 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)



(معمربارق ماحسبیره)

۱۷۸- گزینه «۲»

با به کارگیری قانون اسنل با توجه به این که فاصله هر دو جبهه موج متوالی همان طول موج است می توان نوشت:

$$\lambda_A = 8 \text{ mm}, \lambda_B = 6 \text{ mm}$$

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

اما چون ضریب شکست محیطها با طول موج پرتو در این محیطها رابطه عکس دارد، می توان نوشت:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \Rightarrow \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{8}{6} \Rightarrow \frac{8}{10 \sin \theta_2} = \frac{8}{6}$$

$$\sin \theta_2 = 0.6 \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ, D = \theta_1 - \theta_2 = 53^\circ - 37^\circ = 16^\circ$$

(فیزیک ۳- بر هم کنش های موج: صفحه های ۹۴ تا ۹۹)

(موردی برای)

۱۷۹- گزینه «۴»

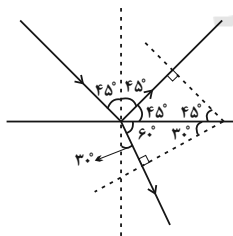
با توجه به قانون اسنل داریم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow 1 \times \sin 45^\circ = \sqrt{2} \times \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

طبق قانون بازتاب عمومی، زاویه تابش با زاویه بازتابش برابر است. از طرفی جبهه های موج عمود بر پرتوی نور هستند، در نتیجه با توجه به شکل زیر داریم:

$$\alpha = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$$



(فیزیک ۳- بر هم کنش های موج: صفحه های ۹۴ تا ۹۹)

(بایک اسلامی)

۱۸۰- گزینه «۴»

با افزایش دمای هوا، چگالی آن کاهش یافته که این امر سبب کاهش ضریب شکست هوا می شود.

سایر گزینه ها، عبارت های صحیحی هستند.

(فیزیک ۳- بر هم کنش های موج: صفحه های ۹۹ و ۱۰۰)

(زهره آقاممدری)

۱۷۶- گزینه «۲»

در واقع دانش آموز (۲) در لحظه  $t_1$  صدای دانش آموز (۱) و در لحظه  $t_2$ ، پژواک صدا را از صخره می شنود. با توجه به رابطه تندی متوسط داریم:

$$t_1 = \frac{d}{v} \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2 \times (280)}{v}$$

$$t_2 = \frac{d + 2 \times (280)}{v}$$

که در آن  $v$  تندی صوت در هوا است.

با توجه به روند کلی حل مسئله مشخص است که فاصله دو دانش آموز از هم تأثیری در فاصله زمانی شنیدن دو صدا ندارد. پس داریم:

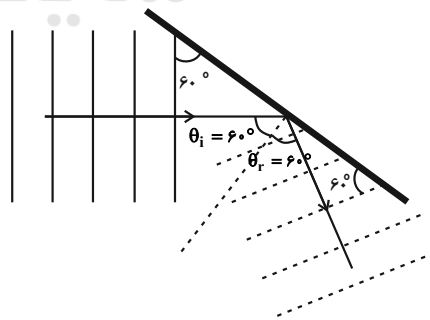
$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{2(280)}{2(200)} \Rightarrow \Delta t = 1/75s \rightarrow \Delta t' = 1/25s$$

(فیزیک ۳- بر هم کنش های موج: صفحه های ۹۲ و ۹۳)

(مصطفی کیانی)

۱۷۷- گزینه «۴»

ابتدا زاویه تابش و بازتابش پرتوی موج تابیده به مانع تخت را می یابیم. با توجه به این که زاویه تابش ( $\theta_i$ ) و زاویه بازتاب ( $\theta_r$ ) با هم برابرند، با رسم خط عمود در محل برخورد پرتوی موج تابیده به مانع تخت، می بینیم  $\theta_i = \theta_r = 60^\circ$  است.



از طرف دیگر، چون جبهه های موج بازتابیده عمود بر پرتوی موج بازتابیده است، مطابق شکل، زاویه برخورد جبهه های موج بازتابیده با سطح مانع تخت برابر  $\theta = 60^\circ$  است.

(فیزیک ۳- بر هم کنش های موج: صفحه های ۹۰ تا ۹۴)



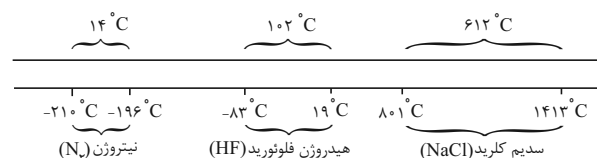
## شیمی ۳-۲-۱ اختیاری

۱۸۱- گزینه «۲»

(فرزاد رضایی)

هر ماده خالصی در گستره دمایی بین نقطه ذوب و جوش خود به حالت فیزیکی مایع است.

در شکل زیر گستره دمایی از هر ماده که می‌تواند به حالت مایع باشد نمایش داده شده است که سدیم کلرید بیشترین گستره دمایی و نیتروژن کمترین گستره دمایی را دارد.



بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: ماده‌ای که در گستره دمایی کمتری به حالت مایع است، نیتروژن (N<sub>2</sub>) می‌باشد که در ساختار لوویس آن: N≡N: دو جفت الکترون ناپیوندی و سه جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

گزینه «۲»: در دمای ۱۰۰°C، سدیم کلرید و هیدروژن فلئورید در دمایی کمتر از نقطه ذوب خود می‌باشند بنابراین حالت فیزیکی آن‌ها جامد است.

گزینه «۳»: ماده‌ای که در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است سدیم کلرید (NaCl) می‌باشد که شامل یک عنصر فلزی (Na) و یک عنصر نافلزی (Cl) است.

گزینه «۴»: ماده‌ای در دمای اتاق گازی است که نقطه جوش آن کمتر از ۲۵ درجه سلسیوس است که نیتروژن و هیدروژن فلئورید اینگونه‌اند ولی گشتاور دو قطبی هیدروژن فلئورید مخالف صفر است.

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگاری، صفحه ۷۶)

۱۸۲- گزینه «۳»

(فاصله قهرمانی فرد)

تنها عبارت (ت) درست است.

در تشکیل NaCl از فلز سدیم و گاز کلر، Na الکترون از دست داده و اکسید می‌شود در مقابل Cl الکترون گرفته و کاهش می‌یابد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (آ): عدد کوئوردیناسیون به شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهم‌نام موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور گفته می‌شود.

عبارت (ب): آنتالپی فروپاشی مقدار انرژی لازم برای شکستن یا فروپاشی یک مول ترکیب یونی در فشار ثابت و تبدیل آن به یون‌های گازی مجزا است.

عبارت (پ): چگالی بار، هم‌ارز با نسبت بار یون به حجم آن است.

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگاری، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۱۸۳- گزینه «۴»

(امیر ماتمیان)

تنها عبارت (ث) درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

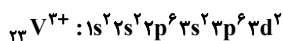
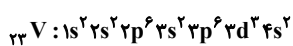
عبارت (آ): Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>: قرمز رنگ / TiO<sub>2</sub>: سفید رنگ / دوده: سیاه‌رنگ

عبارت (ب): محلولی از نمک وانادیم (III) به رنگ سبز است.

عبارت (پ): مهم‌ترین دلیل استفاده از تیتانیم در ساخت موتور جت، دمای ذوب بالاتر و چگالی پایین‌تر آن نسبت به فولاد است.

عبارت (ت): محلول سبز رنگ وانادیم حاوی یون‌های V<sup>3+</sup> می‌باشد.

با توجه به آنکه وانادیم در دوره ۴ و گروه ۵ جای دارد، عدد اتمی آن برابر ۲۳ است.



۱۲ = تعداد الکترون با ۱

عبارت (ث): آلیاژ نیتینول (Ti) نیکل (Ni)

تیتانیم یکی از اجزاء آلیاژ نیتینول بوده که اکسید آن (TiO<sub>2</sub>) به عنوان رنگ‌دانه سفید استفاده می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگاری، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۱۸۴- گزینه «۲»

(ممدپارسا فراهانی)

عبارت‌های دوم و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت:

عبارت اول: شماره A که ترکیب یونی است می‌تواند حتی در روزهای ابری و شب‌هنگام انرژی گرمایی را در خود ذخیره کند تا شماره B که ترکیب مولکولی است را بخار کند و شماره B بخار شده توربین را حرکت دهد.

عبارت دوم: ترکیب‌های یونی در حالت مذاب رسانا هستند و شماره A یک ترکیب یونی مذاب است.

عبارت سوم: گستره دمایی سدیم کلرید مذاب در این فناوری حدود ۱۳۵۰°C - ۸۵۰°C است.

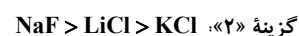
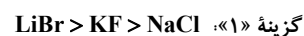
عبارت چهارم: ترکیب‌های مولکولی نسبت به ترکیب‌های یونی در گستره دمایی کمتری به حالت مایع هستند. شماره B یک ترکیب مولکولی است؛ اما شماره B باید در سردکننده به مایع تبدیل شود. پس تا نقطه میعان سرد می‌شود نه نقطه ذوب!

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگاری، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

## ۱۸۵- گزینه «۳»

(فاضل قهرمانی فر)

بررسی گزینه‌های نادرست:



(شیمی ۳- شیمی بلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه ۸۰)

## ۱۸۶- گزینه «۱»

(علی بیرفتی)

فقط مورد (الف) درست است.

عبارت (الف): در الماس پیوندهای کربن-کربن به صورت یگانه است. پیوند کربن-کربن در اتن دوگانه و در اتین سه‌گانه است. در نتیجه مقایسه، انرژی پیوند کربن-کربن به صورت الماس  $>$  اتن  $>$  اتین است.

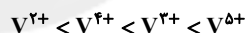
عبارت (ب): مقایسه نقطه ذوب به صورت زیر است:



عبارت (ب): مقایسه شعاع گونه‌ها به صورت  $\text{F}^- > \text{Ne} > \text{Na}^+ > \text{Mg}^{2+}$  است. زیرا همه ذره‌ها ۱۰ الکترون دارند. در صورت برابر بودن الکترون‌ها، هر چه تعداد پروتون‌ها بیشتر باشد، شعاع ذره کوچک‌تر می‌شود.

عبارت (ت): رنگ هر ماده، مطابق طول موج نوری است که بازتاب می‌دهد.

در نتیجه، مقایسه طول موج بازتاب شده، به صورت زیر است:



گونه	$\text{V}^{2+}$	$\text{V}^{3+}$	$\text{V}^{4+}$	$\text{V}^{5+}$
رنگ	بنفش	سبز	آبی	زرد

(شیمی ۳- شیمی بلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۰، ۷۸، ۸۱ و ۸۳)

## ۱۸۷- گزینه «۴»

(رسول عابدینی زواره)

عبارت‌های «الف»، «ب» و «ت» درست‌اند. بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»:  $\text{Ti}$  ۲۲ عنصری از دوره چهارم و جزو عنصرهای دسته d است.

عبارت «ب»: چگالی تیتانیوم از چگالی فولاد کمتر و نقطه ذوب آن از نقطه ذوب فولاد بیشتر است.

عبارت «پ»: در ساختن پروانه کشتی اقیانوس‌پیما به جای فولاد از تیتانیوم استفاده می‌شود.

عبارت «ت»: نیتینول (آلیاژ هوشمند) از  $\text{Ti}$  و  $\text{Ni}$  ساخته می‌شود که در تهیه فرآورده‌های صنعتی و پزشکی کاربرد دارد.

(شیمی ۳- شیمی بلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۸۵ و ۸۶)

## ۱۸۸- گزینه «۳»

(کامران جعفری)

با توجه به منحنی‌های داده شده سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها در هر سه واکنش یکسان بوده و پایداری واکنش‌دهنده‌ها در هر سه واکنش یکسان است. اما سرعت واکنش، پایداری فرآورده‌ها،  $\Delta H$  واکنش و گرماده یا گرماگیر بودن در سه واکنش با هم تفاوت دارد.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

## ۱۸۹- گزینه «۴»

(موسی قیاط علیممیری)

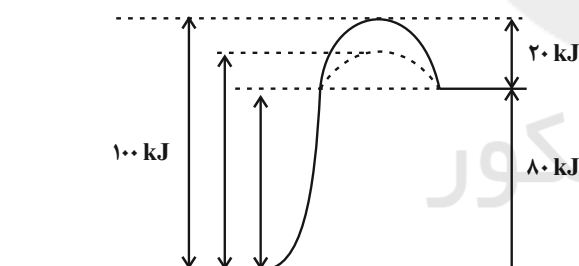
کاتالیزگر انرژی فعال‌سازی رفت و برگشت را به یک اندازه کاهش می‌دهد.

$$\Delta H = E_a - E'_a$$

$$80 = E_a - 20 \Rightarrow E_a = 100 \text{ kJ}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_a = 100 - 30 = 70 \text{ kJ} \\ E'_a = 20 - 30 = -10 \text{ kJ} \end{array} \right\} \text{در حضور کاتالیزگر: بررسی گزینه «۳»}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_a = 100 - 15 = 85 \text{ kJ} \\ E'_a = 20 - 15 = 5 \text{ kJ} \end{array} \right\} \text{در حضور کاتالیزگر: بررسی گزینه «۴»}$$



(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

## ۱۹۰- گزینه «۳»

(فاضل قهرمانی فر)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: سرامیک را به شکل مش (دانه‌های ریز در می‌آورند).

گزینه «۲»: توده‌های فلزی به قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر است.

گزینه «۴»: در این فرایند  $\text{NO}$  به  $\text{O}_2$  و  $\text{N}_2$  تبدیل می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)