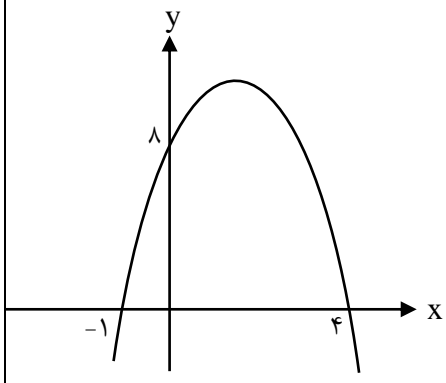


نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم تجربی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام درس: ریاضی (۲)  
 نام دبیر: بیتا سعیدی  
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۹  
 ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
ردیف	سؤالات	
۱	۲	<p>مثلت <math>ABC</math> به رأس های <math>A \left  \begin{matrix} -1 \\ 7 \end{matrix} \right.</math>، <math>B \left  \begin{matrix} -6 \\ -2 \end{matrix} \right.</math> و <math>C \left  \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix} \right.</math> مفروض است. به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) طول ارتفاع <math>AH</math> چقدر است؟</p> <p>ب) مساحت مثلث <math>ABC</math> را به دست آورید.</p> <p>پ) طول میانه <math>BM</math> را بنویسید.</p>
۲	۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>نقاط <math>A(1,2)</math> و <math>B(-3,3)</math> دو سر قطر یک دایره اند. محیط دایره برابر است با .....</p>
۳	۱	<p>معادله درجه سوم بنویسید که ریشه های آن، مکعب ریشه های معادله <math>x^2 - 6x + 3 = 0</math> باشند.</p>
۴	۱	<p>معادله سهمی زیر را بنویسید.</p> 
۵	۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>اگر <math>x = 2</math> صفر تابع <math>f(x) = x^3 - kx^2 + 8</math> باشد، آن گاه مقدار <math>k</math> برابر با ..... است.</p>
۶	۱	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> $(x^2 - 1)^4 + (x^2 - 1)^2 - 2 = 0$

۷	معادله زیر را حل کنید.	۱	$\frac{5}{x} - \frac{4}{x(x-2)} = \frac{x-4}{x-2}$
۸	معادله زیر را حل کنید.	۱	$\sqrt{2x+6} + 1 = x$

هندسه

۹	در هر شکل، مقادیر مجهول را بیابید. (الف)	۱/۵	
---	---	-----	--

۱۰	در شکل زیر، دو مثلث متشابه‌اند. نسبت مساحت‌های دو مثلث را بیابید.	۱/۵	
----	---	-----	--

۱۱	در مثلث قائم‌الزاویه $ABC$ ( $A = 90^\circ$ )، ارتفاع $AH$ را رسم کرده‌ایم و داریم: $BH = 4$ و $CH = 8$ . اندازه ضلع $AC$ را به دست آورید.	۱	
----	--	---	--

حسابان

۱۲	برابری توابع زیر را بررسی کنید:	۱	$f(x) = \sqrt{x^2(x-5)}, \quad g(x) =  x \sqrt{x-5}$
۱۳	تابع با ضابطه $f(x) = x + [x]$ را در بازه $[-2, 2]$ رسم کنید.	۱/۵	

۱	نمودار تابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & ; x < 0 \\ -\sqrt{x+2} & ; x \geq 0 \end{cases}$	۱۴
۱	ضابطه وارون تابع $f(x) = \sqrt{2x+3}$ را به دست آورید.	۱۵
۱	اگر $f(x) = 3x + 5$ و $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ ، دامنه و ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید.	۱۶
۱/۵	اگر $f = \left\{ (0, 2), (1, -1), \left( 3, -\frac{1}{4} \right), (-2, 3), (-1, 0) \right\}$ و $g = \left\{ (2, \sqrt{2}), (-1, 2), \left( \frac{1}{4}, 3 \right), \left( 1, \frac{3}{2} \right) \right\}$ باشند: الف) تابع $2f - g$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید. ب) مقدار $\left( \frac{f}{g} \right)(1)$ را محاسبه کنید.	۱۷
صفحه ی ۳ از ۳		

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) شکل فرضی زیر را در نظر بگیرید.	<p> <math>m_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{-2 - 3}{-6 - 3} = \frac{5}{9} \Rightarrow y - 3 = \frac{5}{9}(x - 3)</math>  <math>\Rightarrow 9y - 27 = 5x - 15 \Rightarrow 5x - 9y + 12 = 0: BC</math> معادله  <math>AH = \frac{ \frac{5}{9}(-1) - 9 \times 7 + 12 }{\sqrt{25 + 81}} = \frac{ -\frac{5}{9} - 63 + 12 }{\sqrt{106}} = \frac{56}{\sqrt{106}}</math> </p> <p>(ب)</p> <p> <math>BC = \sqrt{(-6 - 3)^2 + (-2 - 3)^2} = \sqrt{81 + 25} = \sqrt{106}</math>  <math>\Rightarrow S = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times \frac{56}{\sqrt{106}} \times \sqrt{106} = 28</math> </p> <p>(پ)</p> <p> <math>x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1, y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{7 + 3}{2} = 5</math>  <math>\Rightarrow M(1, 5) \Rightarrow BM = \sqrt{(-6 - 1)^2 + (-2 - 5)^2} = \sqrt{49 + 49} = 7\sqrt{2}</math> </p>
۲	طول AB را محاسبه می کنیم:	<p> <math>AB = \sqrt{(1 + 3)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{17} \Rightarrow P = \pi \times AB</math>  <math>\Rightarrow P = \pi\sqrt{17}</math> محیط دایره                 </p>

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 6 \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = 3 \end{cases}$$

می‌خواهیم معادله‌ای بنویسیم که ریشه‌هایش،  $\alpha^3$  و  $\beta^3$  باشند. مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های جدید را حساب می‌کنیم:

$$S_{\text{جدید}} = \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 6^3 - 3(3)(6) = 216 - 54 = 162$$

$$P_{\text{جدید}} \alpha^3 \beta^3 = (\alpha\beta)^3 = 3^3 = 27$$

با جایگذاری  $S$  و  $P$  در معادله  $x^2 - Sx + P$ ، معادله جدید به صورت  $x^2 - 162x + 27 = 0$  در می‌آید.

معادله سهمی با ریشه‌های  $\alpha$  و  $\beta$  به صورت  $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$  است. طبق نمودار  $\alpha = -1$  و  $\beta = 4$  است، پس:

$$y = a(x + 1)(x - 4)$$

نقطه  $(0, 8)$  روی سهمی است، پس داریم:

$$8 = a(1)(-4) \Rightarrow a = -2$$

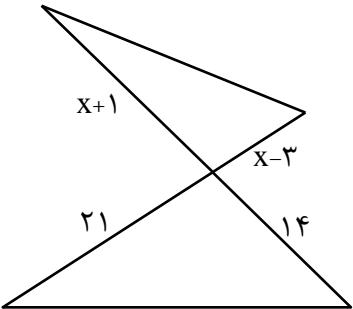
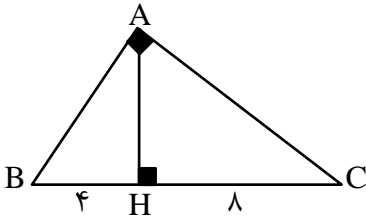
بنابراین:

$$y = -2(x + 1)(x - 4) \text{ یا } y = -2x^2 + 6x + 8$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow 8 - 4k + 8 = 0 \Rightarrow k = 4$$

$$(x^2 - 1)^2 = t \quad (0/25) \quad t^2 + t - 2 = 0 \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x^2 - 1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \quad (0/25) \\ x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (0/25) \end{cases} \\ (x^2 - 1)^2 = -2 \quad (0/25) \text{ جواب ندارد} \end{cases}$$

$\frac{\Delta(x-2)-4}{x(x-2)} = \frac{x-4}{x-2} \Rightarrow \Delta x - 14 = x^2 - 4x$ $\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 & \text{غ.ق.ق} \\ x=7 \end{cases}$	۷
$\sqrt{2x+6} = x-1 \Rightarrow 2x+6 = x^2 - 2x + 1$ $\Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ یا } 5$ <p style="text-align: right;">فقط <math>x = 5</math> قابل قبول است.</p>	۸
<b>هندسه</b>	
<p style="text-align: right;">(الف)</p> $QR \square NP \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MQ}{QN} = \frac{MR}{RP} \Rightarrow \frac{6}{12} = \frac{9}{y} \Rightarrow y = 18$ $QR \square NP \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{QM}{MN} = \frac{QR}{NP} \Rightarrow \frac{6}{18} = \frac{x}{x+10} \Rightarrow x+10 = 3x \Rightarrow x = 5$	۹
<p>چون دو مثلث متشابه‌اند، نسبت ضلع‌های کوچک‌تر آن‌ها، برابر است با نسبت ضلع‌های بزرگ‌تر آن‌ها و داریم:</p>  $\frac{x-3}{14} = \frac{x+1}{21} \Rightarrow \frac{x-3}{2} = \frac{x+1}{3} \Rightarrow 3x-9 = 2x+2 \Rightarrow x=11$ $\Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \frac{x-3}{14} = \frac{11-3}{14} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$ $\Rightarrow \text{نسبت مساحت‌ها} = \left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{16}{49}$	۱۰
 $AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow AC^2 = 8 \times 12 \Rightarrow AC = 4\sqrt{6}$	۱۱
<b>حسابان</b>	
$f(x) = \sqrt{x^2(x-5)} \Rightarrow x^2(x-5) \geq 0 \Rightarrow D_f = [\Delta, +\infty) \cup \{0\}$ $g(x) =  x \sqrt{x-5} \Rightarrow (x-5) \geq 0 \Rightarrow D_g = [\Delta, +\infty)$ <p style="text-align: right;"><math>D_f \neq D_g</math>، پس این دو تابع برابر نیستند.</p>	۱۲

$-2 \leq x < -1 \Rightarrow f(x) = x - 2 \Rightarrow \text{نقاط: } (-2, -4), (-1, -3)$ $-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = x - 1 \Rightarrow \text{نقاط: } (-1, -2), (0, -1)$ $0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = x \Rightarrow \text{نقاط: } (0, 0), (1, 1)$ $1 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = x + 1 \Rightarrow \text{نقاط: } (1, 2), (2, 3)$ $x = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2 \Rightarrow \text{نقطه: } A(2, 4)$	
$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & ; x < 0 \\ -\sqrt{x+2} & ; x \geq 0 \end{cases}$	
$y = \sqrt{2x+3} \Rightarrow 2x = y^2 - 3 \quad (./25) \Rightarrow x = \frac{y^2 - 3}{2} \quad (./25) \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2} \quad (./25)$	<p>۱۵</p>
$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3x+5}{\frac{x}{x^2-4}} = \frac{(x^2-4)(3x+5)}{x} \quad (./5)$ $D_f = R_f D_g = R - \{\pm 2\} \quad (./25)$ $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = R - \{\pm 2\} - \{0\} = R - \{0, \pm 2\} \quad (./25)$	<p>۱۶</p>
$2f - g = \left\{ \left(1, -\frac{7}{2}\right), (-1, -2) \right\} \quad (./5)$ $\left(\frac{f}{g}\right)(1) = -\frac{2}{3} \quad (./5)$	<p>۱۷</p> <p>(الف)</p> <p>(ب)</p>
<p>امضاء:</p>	<p>نام و نام خانوادگی مصحح:</p> <p>جمع بارم: ۲۰۰ شماره</p>